Institututul politehnic București

Mihai Gh. Ionescu

CURS DE MAȘINI ELECTRICE

Volumul II

pentru uzul studenților

1 9 8 3



[illegible]

CURS DE MASINI ELECTRICE

VOLUMUL II

Conf.dr.ing.Mihai Gh. Ionescu

```
f LBL A
RCL 0        0.239489806
ENTER        0.107208358
RCL 1
÷
PAUSE
frac
STO 2
RCL 0
STO 1
RCL 2
STO 0
f GSB A
```

P R E F A Ț A

Volumul al doilea al cursului de Mașini Electrice pentru studenții facultății Energetică anul III, secțiile Electroenergetică și Energetică generală, continuă sub o formă desvoltată lecțiile de curs referitoare la problemele generale ale mașinilor electrice rotative de curent alternativ și la teoria, funcționarea și aplicațiile diverse ale mașinilor asincrone.

La fel ca și în cazul primului volum, cursul pune accentul pe latura fizică a fenomenelor. Teoria este desvoltată și prelungită numai în măsura în care se justifică prin aplicații. In curs sînt cuprinse și noțiuni privind materialele electrotehnice, tehnologia și construcția mașinilor electrice, pentru care nu există suficient timp de predare la tablă. Numeroase figuri, diagrame și tabele însoțesc textul, pentru o mai clară evidențiere a afirmațiilor teoretice. Rezultatele principale sînt însoțite de comentarii și observații, care au rolul de-a pune în evidență posibilele aplicații. Formulele importante sînt încadrate în chenar, sau subliniate, pentru o mai bună scoatere în evidență a aspectelor esențiale.

Deoarece viitorul inginer energetician este interesat mai cu seamă asupra aplicațiilor mașinilor electrice, am căutat să desvolt corespunzător partea de aplicații, cuprinzînd și unele probleme specifice acționărilor electrice, pentru care nu există curs special în facultate. Aceasta a determinat o oarecare extensie a volumului lucrării, justificată prin dorința autorului de a prezenta un curs cît mai complet, cît mai apropiat de cerințele asigurării unei pregătiri temeinice în acest domeniu.

Colegii din catedra de Mașini electrice au avut ocazia în diferite rînduri de a face observații utile asupra unor capitole din curs prezentate în catedră. Din acest punct de vedere sînt îndatorat cu deosebire tov. Prof. Dr. Ing. Al. Fransua, precum și tov. Conf. Dr. Ing. N. Galan și Șef lucrări Dr. Ing. C. Ghiță, care au avut deosebita amabilitate de a parcurge manuscrisul și a-mi comunica observații și sugestii utile. Tuturor le aduc pe această cale mulțumirile mele.

Conf. Dr. Ing. Mihai Gh. Ionescu

CUPRINS

PROBLEME GENERALE ALE MASINILOR ROTATIVE DE CURENT ALTERNATIV

1.Introducere 1

2.Producerea cîmpului magnetic în mașinile electrice 13

2.1.Introducere 13

2.2.Cîmpul magnetic la mașini cu întrefier constant. . .16

2.2.1.Ipoteze fundamentale 16

2.2.2.Noțiunea de unghi electric 21

2.2.3.Cîmpuri utile și de scăpări 22

2.2.4.Relații fundamentale 24

2.2.5.Efectuarea unor corecții 30

2.2.6.Cîmpul înfășurărilor în simplu strat 34

2.2.7.Cîmpul înfășurărilor în dublu strat 47

2.2.8.Cîmpul înfășurărilor monofazate 54

2.2.9.Cîmpul înfășurărilor trifazate.Producerea cîmpurilor magnetice învîrtitoare,pe cale electrică 59

2.2.10.Corelația spațio-temporală 67

2.2.11.Producerea cîmpurilor magnetice învîrtitoare,pe cale mecanică 70

2.3.Cîmpul magnetic la mașini cu întrefier variabil . . 76

2.3.1.Cîmpul armăturii cu poli aparenți (ieșiți). . . 76

2.3.2.Cîmpul armăturii cu înfășurare repartizată . . .82

2.4.Complectări la capitolele precedente 86

2.4.1.Infășurări bifazate 86

2.4.2.Cîmpuri învîrtitoare eliptice 87

2.4.3.Armonici de spațiu și timp 90

2.5.Concluzii 93

3.Producerea tensiunii electromotoare 94

3.1.Fluxuri magnetice prin înfășurări 94

3.2.Tensiuni electromotoare în mașinile electrice . . . 101

3.2.1.Moduri de producere a t.e.m. 101
3.2.2.Producerea t.e.m.trifazate 110
3.2.3.Armonici superioare ale t.e.m. 113
3.2.4.Inbunătățirea formei curbei t.e.m. 119
3.2.5.T.e.m.induse de cîmpurile de scăpări 122

4.Producerea cuplurilor electromagnetice 123
4.1.Introducere 123
4.2.Cuplul în regim permanent sinusoidal 133

5.Infășurările mașinilor de curent alternativ 138
5.1.Introducere 138
5.2.Infășurări simplu strat 141
5.3.Infășurări dublu strat 144
5.4.Izolația înfășurărilor 145

MASINA ASINCRONA

1.Introducere 149

2.Principiul de funcționare și elemente de construcție. . . 150

3.Teoria mașinii asincrone în regim staționar (permanent sinusoidal) .157
3.1.Introducere 157
3.2.Mașini asincrone cu rotorul bobinat 164
3.2.1.Corelația spațio-temporală și consecințe 164
3.2.2.Ecuațiile de tensiuni 167
3.2.3.Ecuațiile în mărimi raportate 172
3.2.4.Diagrama fazorială 177
3.2.5.Scheme echivalente ale mașinii asincrone 178
3.2.6.Bilanțul de puteri în regim staționar 181
3.2.7.Cuplul electromagnetic și caracteristica mecanică 186
3.2.8.Stabilitatea în funcționarea ca motor asincron .194
3.2.9.Diagrama cercului 198
3.2.10.Caracteristicile de funcționare 203

3.2.11.Incercări experimentale 204

3.3.Maşini asincrone cu rotorul în scurtcircuit . . . 209
3.3.1.Rotorul în colivie simplă 209
3.3.2.Rotorul în dublă colivie 220
3.3.3.Rotorul cu bare înalte (adînci) 224

3.4.Influenţa armonicelor superioare asupra funcţionării maşinii asincrone 229
3.4.1.Cupluri parazite asincrone 230
3.4.2.Cupluri parazite sincrone 233
3.4.3.Forţele radiale de vibraţie.Alte cupluri . . . 236
3.4.4.Metode de reducere a efectelor parazite . . . 237

4.Procese de pornire,frînare,reversare şi reglarea vitezei . 237
4.1.Pornirea motoarelor asincrone 237
4.1.1.Problemele fundamentale ale pornirii motoarelor 237
4.1.2.Curentul de pornire şi impedanţa motorului 242
4.1.3.Determinarea timpului de pornire 246
4.1.4.Pierderi şi încălzirea la pornire 248

4.2.Procedee de pornire a motoarelor asincrone 252
4.2.1.Pornirea directă 252
4.2.2.Pornirea cu comutator stea-triunghi 253
4.2.3.Pornirea cu bobine de reactanţă sau autotransformatoare înseriate 255
4.2.4.Pornirea cu reostat de pornire 259

4.3.Reversarea şi frînarea motoarelor asincrone . . . 263
4.3.1.Generalităţi 263
4.3.2.Procedee de frînare ale motoarelor asincrone . 265
4.3.2.1.Frînarea liberă 265
4.3.2.2.Frînarea prin contraconectare 266
4.3.2.3.Frînarea dinamică (cu curent continuu). . 269
4.3.2.4.Frînarea recuperativă (suprasincronă). . 274
4.3.2.5.Frînarea condensatorică 275
4.3.2.6.Frînarea monofazată (subsincronă). . . . 276

4.4.Reglarea vitezei motoarelor asincrone 278

4.4.1.Problemele reglării vitezei 278
4.4.2.Metode de reglare a vitezei 281
4.4.2.1.Variația tensiunii la bornele motorului . .281
4.4.2.2.Variația rezistenței din rotor 282
4.4.2.3.Variația numărului de poli ai cîmpului . . 283
4.4.2.4.Variația frecvenței din stator 288
4.4.2.5.Cuplarea în cascadă 290

5.Unele probleme de exploatare a motorului asincron 297

5.1.Determinarea parametrilor în regim staționar 297

5.2.Funcționarea la tensiune diferită de cea nominală 300

5.3.Funcționarea la frecvență diferită de cea nominală 301

6.Regimuri și aplicații speciale ale mașinii asincrone trifazate 302

6.1.Generatorul asincron 302
6.2.Regulatorul de fază 315
6.3.Regulatorul de inducție 317
6.4.Convertizorul asincron de frecvență 318
6.5.Arborele electric 320

7.Mașina asincronă monofazată 323

8.Mașina asincronă bifazată 333

9.Regimurile tranzitorii și nesimetrice ale mașinii asincrone 341
9.1.Ipoteze simplificatoare și convenții 342
9.2.Ecuațiile de tensiuni și relațiile fluxuri-curenți 343
9.3.Variația cu unghiul γ a inductanțelor 344
9.4.Transformarea Park de variabile 346
9.5.Relațiile fluxuri-curenți în noile variabile . . . 349

9.6.Ecuaţiile finale în noile mărimi 350
9.7.Cuplul electromagnetic şi ecuaţia de mişcare. . . 352
9.8.Regimul permanent sinusoidal (staţionar). 354

ANEXA Nr.1

PROBLEME GENERALE ALE MASINILOR ROTATIVE DE CURENT ALTERNATIV

1. INTRODUCERE

Din motivele arătate în vol.I,par.2.4 din "Introducere",un interes economic prezintă numai maşinile electrice bazate pe acumularea energiei în cîmp magnetic.Fenomenele fizice de bază în funcţionarea acestor maşini sînt cele notate cu Ib, Ib_1, IIb şi IIb_1 din paragraful amintit.Maşinile electrice bazate pe aceste fenomene au căpătat o mare desvoltare şi răspîndire,avînd o teorie bine pusă la punct,devenind aşa numitele "maşini electrice clasice": maşina asincronă,maşina sincronă,maşinile de curent continuu.Din aceste tipuri clasice derivă maşinile electrice speciale ,care au fost elaborate pentru alte scopuri decît cele legate de conversia electromecanică în condiţii de randament maxim (în cazul acestora interesează alte performanţe:precizie,fidelitate,rapiditate în reproducerea comenzii etc...)

Funcţionarea maşinilor electrice poate avea loc în cele mai diferite condiţii în ceea ce priveşte variaţia în timp a mărimilor de stare.Din acest punct de vedere există două regimuri de funcţionare,cele mai importante pentru studiul maşinii:

a) Regimul staţionar

Acest regim de funcţionare cunoscut uneori şi sub denumirea de regim permanent,se caracterizează prin valori constante în timp ale mărimilor de stare şi interacţiune,precum şi prin flux continuu şi uniform de energie în procesul de conversie. Este cel mai important regim de funcţionare al maşinii,cel pentru care a fost proiectată şi construită şi în care trebuie să funcţioneze în exploatare cea mai mare parte a timpului.Mărimile nominale ale maşinilor (vol.I,pag.82) se referă cu deosebire la acest regim,fiind înscrise pe plăcuţa indicatoare de pe carcasa sau fundamentul maşinii.

Trebuie observat că în cazul maşinilor de curent alternativ valorile constante în timp se referă la valorile efective ale mărimilor de stare,care în acest caz variază în timp sinusoidal

In regim staţionar,maşinile electrice sînt caracterizate individual de aşa numiţii parametri de regim staţionar ca de exemplu: rezistenţele electrice ale înfăşurărilor,reactanţele utile, proprii,de scăpări,mutuale,numerele de spire etc...Valorile lor diferă de la un exemplar la altul (în limite strînse) şi fac ca performanţele maşinilor să fie diferite chiar dacă datele nominale sînt aceleaşi,iar tipul constructiv identic.Din acest motiv aceşti parametri nu se trec pe plăcuţa cu datele maşinii,valorile lor fiind uneori trecute în cartea tehnică a maşinii.

b) Regimul tranzitoriu

Acest regim de funcţionare este impus datorită trecerilor de la un regim staţionar la altul,impuse de cerinţele de exploatare(cuplări-decuplări de sarcini,variaţii bruşte accidentale ale unor mărimi,procese de pornire-oprire,avarii etc...).Este caracterizat de variaţii rapide în timp ale mărimilor de stare, uneori după forme de varaaţie destul de complicate,de aceea se mai cunoaşte şi sub denumirea de regim dinamic,sau variabil.

Cunoaşterea funcţionării maşinii electrice în asemenea regimuri este importantă deoarece este posibil ca anumite mărimi să capete în regim tranzitoriu valori cu mult mai mari decît în regim staţionar,conducînd la solicitări suplimentare ale maşinii.Efectele regimurilor tranzitorii sînt în principal:

-electrice (solicitarea izolaţiei)

-mecanice (solicitarea prin forţe electrodinamice)

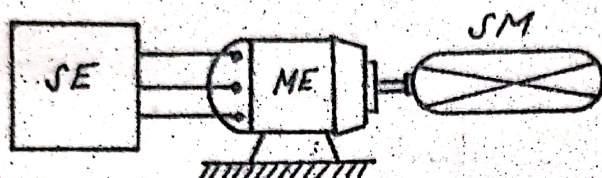
-termice (încălziri excesive)

Fenomenele de regim tranzitoriu sînt mai complexe decît cele de regim staţionar,făcînd apel la o teorie mai complicată şi necesitînd cunoaşterea în plus a aşa numiţilor parametri de regim tranzitoriu (constante de timp,inductanţe tranzitorii şi supratranzitorii,momente de inerţie etc...).

c) Probleme comune ale maşinilor electrice

Un studiu complet al fenomenelor ce au loc în maşinile electrice nu se poate face avîndu-se în vedere numai maşina considerată. In adevăr,maşina electrică fiind o verigă de legătură dintre două sisteme fizice,unul electric cu care este în interacţiune pe la borne,iar altul mecanic cu care este în interacţiune prin intermediul arborelui (fig.1),este clar că

fenomenele din mașină vor fi influențate de ceea ce se întîmplă în fiecare din aceste sisteme. Răspunsul privind comportarea mașinii într-un caz concret dat, depinde deci de condițiile externe, "reduse" la bornele și la arborele mașinii. Deși nu se poate face un studiu al fenomenelor din mașină total independent de ceea ce se întîmplă în sistemele cu care se interacționează, în anumite cazuri se pot admite unele ipoteze simplificatoare raționale, cum ar fi de exemplu ipoteza alimentării cu tensiuni la borne constante. Astfel de ipoteze, în general foarte apropiate de realitate, permit realizarea unei independențe parțiale sau totale a fenomenelor interioare de cele exterioare, ceea ce simplifică mult tratările teoretice. Astfel, regimurile particulare de mers în gol sau în scurtcircuit studiate în volI, pag.62 sînt cazuri particulare ale situației din fig.1, cînd lipsește interacțiunea mașinii cu unul din sisteme (cel electric SE, sau cel mecanic SM). In aceste cazuri este evident că nu mai sînt necesare ipoteze simplificatoare, căci însăși regimul de funcționare permite tratarea izolată a mașinii de unul din sisteme.



- fig 1 -

Există și cazuri mai complexe cînd putem avea mai multe mașini electrice în interacțiune (ex: mers în paralel pe parte electrică, mers în paralel mecanic, mașini electrice cuplate în cascadă etc...), dar acestea se pot reduce mai totdeauna la studiul mai multor situații separate, ca cea din fig.1.

Anumite probleme ale studiului mașinilor electrice au însă o anumită independență față de condițiile exterioare și într-un anume sens sînt specifice mașinii însăși, tipului său funcțional și constructiv. Aceste probleme specifice sînt:

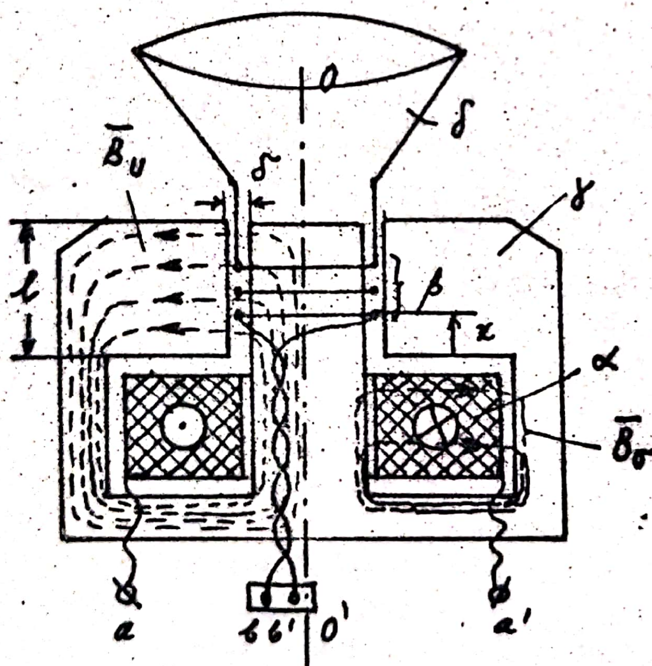
1- modul de producere a cîmpului magnetic
2- modul de producere a tensiunii electromotoare
3- modul de producere a cuplului electromagnetic
4- modul de realizare a înfășurărilor

Acestea reprezintă răspunsuri la întrebările fundamentale pe care trebuie să le punem oridecîte ori studiem o nouă mașină și reprezintă ceva comun tuturor mașinilor electrice, indiferent de tipul lor, indiferent de faptul că respectiva mașină este un generator electric, sau un motor electric.

Din aceste motive este indicat ca studiul acestor probleme comune, fundamentale, să preceadă studierea concretă a diferitelor tipuri de mașini electrice, ele constituind un capitol separat al cursului, de cea mai mare importanță pentru înțelegerea fenomenelor din mașinile electrice.

Inainte însă de a trece la expunerea celor patru aspecte enunțate mai înainte, vom da un exemplu concret privind maniera în care trebuiesc abordate problemele generale ale funcționării unui convertor electromecanic, generalizînd apoi relațiile concrete obținute.

Pentru aceasta vom considera convertorul electromecanic cu configurația geometrică și electromagnetică din fig.2, cu simetrie cilindrică în jurul axului O-O', folosit ca vibrator (oscilomotor) în tehnica curenților tari, sau ca "difuzor" de tip electrodinamic cu excitație, în tehnica curenților slabi.



- fig. 2 -

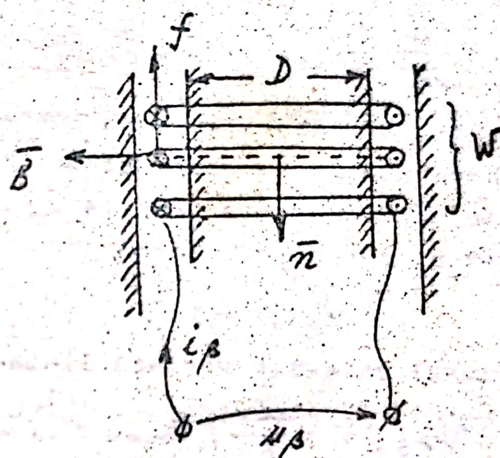
Construcția comportă un circuit magnetic masiv cu permeabilitate magnetică foarte mare, μ, prevăzut cu întrefier în care se poate deplasa prin translație bobina mobilă β, o bobină de excitație α pentru producerea în circuitul magnetic și mai ales în întrefier a unui cîmp magnetic de inducție $\bar{B}$, pîlnia δ pentru transformarea vibrațiilor bobinei mobile în unde sonore și bornele de alimentare din exterior a celor două bobine a-a' și b-b'.

La trecerea prin bobina de excitaţie α a unui curent de excitaţie continuu pe la bornele a-a', apare un cîmp magnetic localizat în interiorul circuitului magnetic ca urmare a permeabilităţii foarte mari a acestuia. Liniile de cîmp tipice ale inducţiei magnetice pot fi <u>utile</u> (cele care străbat întrefierul înlănţuindu-se cu bobina mobilă şi figurate în jumătatea din dreapta a figurii nr.2) sau de <u>scăpări</u> (cele care nu trec prin întrefier, figurate în jumătatea din dreapta a aceleiaşi figuri). Dacă presupunem că permeabilitatea este infinită, din aplicarea legii circuitului magnetic pe o linie de cîmp util rezultă:

(1) $\oint_{\Gamma} \bar{H} d\bar{l} = \Theta_{s\Gamma}$

adică:

(2) $\frac{B_u}{\mu_0} \cdot \delta = W_\alpha \cdot I_\alpha$



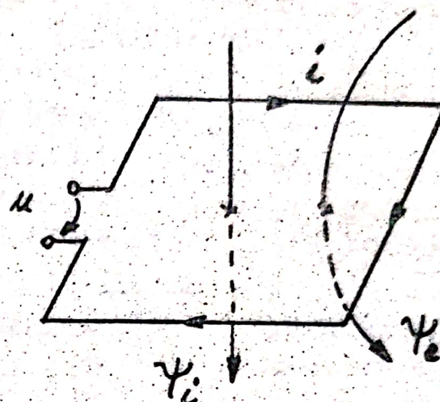
- fig.3 -

Cîmpul în zona centrală unde se află spirele bobinei mobile va avea o valoare constantă fiind orientat în sens radial aşa ca în fig.3. La trecerea unui curent prin bobina mobilă ca urmare a aplicării unei tensiuni la bornele b-b' (u_β şi i_β pe fig.3), apar forţe f asupra spirelor şi bobina β se pune în mişcare (regimul MOTOR al convertorului). Indată ce s-a pus în mişcare apar în spirele bobinei β şi tensiuni electromotoare produse prin mişcarea acestora în cîmpul magnetic.

Convertorul se poate folosi şi într-un regim inversat, de exemplu ca "microfon". Vibraţiile sonore transmise pîlniei δ se comunică bobinei mobile sub formă de oscilaţii de translaţie. Ca urmare a mişcării faţă de cîmpul magnetic de excitaţie, se induc în spire tensiuni electromotoare (regimul GENERATOR al convertorului) culese la bornele b-b'. Dacă la bornele b-b' se află o impedanţă, atunci apare un curent indus şi apare şi o forţă care se opune mişcării.

Pentru studiul cantitativ al fenomenelor descrise, vom scrie mai întîi legea inducţiei electromagnetice combinată cu legea

circuitului electric(Ohm), pe traseul format de circuitul conductor al bobinei mobile şi o linie a tensiunii la borne. Pentru stabilirea univocă a semnelor diferitelor mărimi, se consideră ca sensuri instantanee pozitive cele din fig.4 pe care s-au notat: u-tensiunea la borne, i-curentul, Ψ_i -fluxul total magnetic produs de către curentul i (fluxul de autoinducţie), Ψ_e -fluxul magnetic total exterior. Prin aplicarea legilor va rezulta :



- Fig.4 -

(3) $$e_{\beta} = R_i i_{\beta} - u_{\beta} = = -\frac{d}{dt}\left(\Psi_{i\beta} + \Psi_{e\beta}\right)$$

Pentru deplasări în zona centrală a bobinei mobile, se poate scrie Ψ_i funcţie de inductanţa proprie L_{β} a bobinei şi curent, sub forma:

(4) $$\Psi_{i\beta} = L_{\beta} i_{\beta}$$

Fluxul exterior variază liniar cu coordonata x (fig.2) :

(5) $$\Psi_{e\beta} = \frac{x}{l}\left(\Psi_{max} - \Psi_{min}\right) - \Psi_{max}$$

diferenţa dintre fluxul maxim şi minim fiind evident:

(6) $$\Psi_{max} - \Psi_{min} = w \cdot B_U \cdot \pi D l$$

Luînd în considerare cele spuse putem scrie (3) sub forma:

(7) $$u_{\beta} = R_{\beta} i_{\beta} + L_{\beta} \cdot \frac{di_{\beta}}{dt} - e_{e\beta}$$

în care t.e.m. $e_{e\beta}$ are expresia:

(8) $$e_{e\beta} = -\frac{d\Psi_{e\beta}}{dt} = -\frac{v}{l}\left(\Psi_{max} - \Psi_{min}\right) = -w B_U \pi D v$$

Forţa exercitată asupra bobinei mobile se determină pe baza expresiei generale:

(9) $$d\bar{f}_{\beta} = i_{\beta} d\bar{l} \times \bar{B}_u$$

care pentru cazul considerat (fig.3) devine:

(10) $$f_{\beta} = w B_u \pi D i_{\beta}$$

cu sensul și direcția din fig.3. Pentru complectarea caracterizării fenomenelor mai trebuie scrisă ecuația de mișcare a bobinei mobile:

$$f_p = M\frac{dv}{dt} + A\cdot v + f_r \qquad (11)$$

în care M este masa totală a bobinei și pîlniei, A este coeficientul frecărilor vîscoase aerodinamice, iar f_r este forța rezistentă ce se opune mișcării.

Pe baza relațiilor precedente sistemul de ecuații care caracterizează funcționarea convertotului descris, se poate scrie sub forma:

$$\begin{cases} u_\beta = (R_\beta + \mathbb{D}\cdot L_\beta)\, i_\beta + (wB_0\pi D)\,v \\ f_r = (wB_u\pi D)\, i_\beta - (A + \mathbb{D}\cdot M)\,v \end{cases} \qquad (12)$$

în care s-a notat cu $\mathbb{D} = d/dt$ operatorul de derivare în raport cu timpul. Avem deci și relația:

$$v = \mathbb{D}\cdot x \qquad (13)$$

Diverse regimuri de funcționare ale convertorului se pot studia pe baza sistemului (12) în care se particularizează în modul următor:

a) pentru regimul static în care mărimile sînt constante în timp se consideră:

$$\mathbb{D} \equiv 0$$

b) pentru regimul staționar în care mărimile variază sinusoidal în timp se consideră:

$$\mathbb{D} \equiv j\cdot\omega$$

mărimile din sistem fiind înlocuite prin fazorii de timp corespunzători

c) pentru regimul tranzitoriu cu condiții inițiale nule se consideră:

$$\mathbb{D} \equiv p = \sigma + j\omega$$

iar mărimile din sistem se înlocuiesc prin imaginile Laplace.

In continuare vom studia regimul staționar, considerînd că forța rezistentă f_r este o forță de tip elastic:

$$f_r = K\cdot x \qquad (14)$$

Sistemul de ecuații în fazori, este în acest caz:

$$\begin{cases} \underline{U}_\beta = (R_\beta + jL_\beta\omega)\,\underline{I}_\beta + (wB_0\pi D)\,j\omega\,\underline{X} \\ K\cdot\underline{X} = (wB_0\pi D)\,\underline{I}_\beta - (A + jM\omega)\,j\omega\,\underline{X} \end{cases} \qquad (15)$$

Dacă se elimină din sistem deplasarea $\underline{X}$ se poate determina impedanța echivalentă a convertorului față de bornele de intrare b-b' :

$$(16)\quad \underline{Z}_{ech} = (R_\beta + j\omega L_\beta) + \frac{1}{\frac{A}{\xi^2} + \frac{K}{j\omega \xi^2} + j\frac{\omega M}{\xi^2}} = \underline{Z}_{e\beta} + \underline{Z}_{m\beta}$$

în care s-a notat: $\xi = W B_U \pi D$

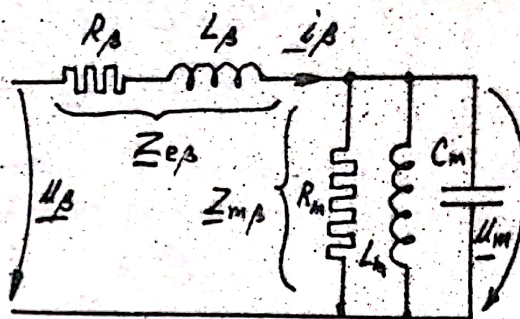
Expresiei (16) îi corespunde schema echivalentă în raport cu bornele de intrare din fig.5 formată din înserierea impedanței $\underline{Z}_{e\beta}$ electrice cu impedanța $\underline{Z}_{m\beta}$ mecanică.

Pentru parametrii echivalenți R_m, L_m și C_m se găsesc expresiile:

$$(17)\quad R_m = \frac{\xi^2}{A}$$

$$(18)\quad L_m = \frac{\xi^2}{K}$$

$$(19)\quad C_m = \frac{M}{\xi^2}$$



-fig.5-

Dacă se elimină curentul $\underline{I}_\beta$ din (15), atunci se determină deplasarea bobinei cu expresia:

$$(20)\quad \underline{X} = \frac{\xi \cdot \underline{U}_\beta}{(R_\beta + j\omega L_\beta)\left[(K - \omega^2 M) + j\omega A\right] + j\omega \xi^2}$$

din care se poate determina mai departe amplitudinea și defazajul în raport cu tensiunea la borne.

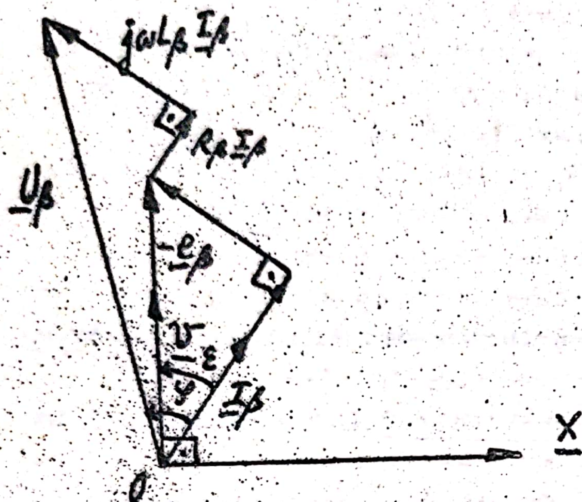
Studiul fenomenelor devine mai clar și mai intuitiv dacă se recurge la diagramele fazoriale. Astfel, dacă se ține seama de faptul că (13) devine $\underline{V} = j\omega \underline{X}$, ecuația a doua din (15) se va scrie ținînd seama și de relațiile (17....19):

$$(21)\quad \underline{I}_\beta = \xi \cdot \underline{V} \cdot \underline{Z}_{m\beta}^{-1}$$

In mod asemănător se scrie:

$$(22)\quad -\underline{e}_\beta = \underline{U}_\beta - \underline{Z}_{e\beta} \cdot \underline{I}_\beta = \underline{U}_m = \underline{Z}_{m\beta} \cdot \underline{I}_\beta = \xi \underline{V}$$

Relațiilor (15),(21),(22) le corespunde diagrama fazorială din fig.6 cu ajutorul căreia se pot calcula foarte simplu pe baze geometrice diferite mărimi interesante penzru studiul convertorului. Să considerăm de exemplu puterea activă absorbită pe la bornele b-b' dată de expresia:



-fig.6-

(23) $P_\beta = U_\beta . I_\beta . \cos\varphi$

și care pe baza diagramei se mai poate scrie:

(24) $P_\beta = I_\beta \left[R_\beta I_\beta + e_\beta . \cos\varepsilon\right] = R_\beta I_\beta^2 + f_\beta . v . \cos\varepsilon$

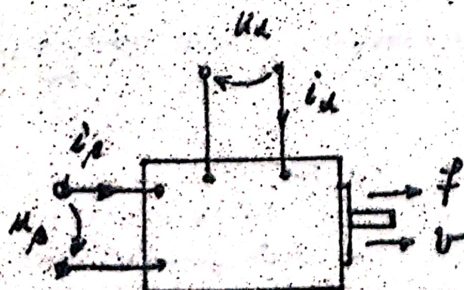
Ultimul termen reprezintă valoarea medie în timp pe un număr întreg de perioade a puterii mecanice la ieșirea convertorului, astfel că (24) reprezintă bilanțul de puteri active al său:

(25) $P_\beta = p_{cu\beta} + P_{mec}$

Conform teoremei conservării puterilor active și schemei echivalente din fig.5, rezultă că puterea mecanică medie corespunde cu pierderile Joule în rezistența echivalentă R_m.

Pe baza exemplului concret analizat vom desprinde unele concluzii cu caracter general, pe care le vom reîntîlni în studiul mașinilor electrice clasice.

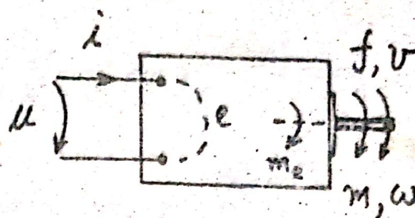
I. Privit în ansamblu și exclusiv prin prisma legăturilor spre exterior, convertorul electromecanic considerat se poate reprezenta simplificat printr-un multipol cu două porți de acces electrice și o poartă de acces mecanică (fig.7)



-fig.7-

Mărimile de stare corespunzătoare, pe căile de acces, se grupează pe perechi fiind cele indicate pe figură. Cum deobicei excitația este constantă (U_α este constant în timp, deci ξ e constant) multipolul se reduce la un cuadripol electromecanic cu o poartă de intrare și alta de ieșire, una electrică, alta mecanică.

In acest caz dispărînd poarta "de excitație" nu mai sînt necesari indicii β ai mărimilor electrice astfel că cuadripolul electromecanic se reprezintă simplu ca în fig.8 alăturată. Pe calea mecanică de acces s-au trecut fie forța f și viteza rectilinie v (cazul mașinilor cu mișcare de deplasare prin translație), fie cuplul m și viteza unghiulară ω (cazul mașinilor cu mișcare de rotație).



-fig.8-

II. Relațiile fundamentale care stau la baza analizei funcționării convertorului electromecanic reprezentat general prin cuadripolul din fig.8 sînt următoarele patru relații:

[a.] Ecuația de echilibru a tensiunilor (7) generalizată în forma:

(26) $$f(u, i, e, t) = 0$$

în care apare cuplul variabilelor de stare pe poarta de acces electrică (tensiunea la borne u și curentul la borne i) și o mărime specifică convertorului, tensiunea electromotoare e.

[b.] Ecuația de echilibru a forțelor (cuplurilor) (11) generalizată în forma:

(27) $$g(m, \omega, m_e, t) = 0$$

în care apare cuplul variabilelor de stare pe poarta de acces mecanică (forța sau cuplul exterior la ax și viteza m, ω) și o mărime specifică convertorului, cuplul (forța) electromagnetic m_e

[c.] Formula tensiunii electromotoare (8) generalizată sub forma:

(28) $$e = h(\omega, \phi)$$

[d.] Formula forței (cuplului) electromagnetic (10) generalizată sub forma:

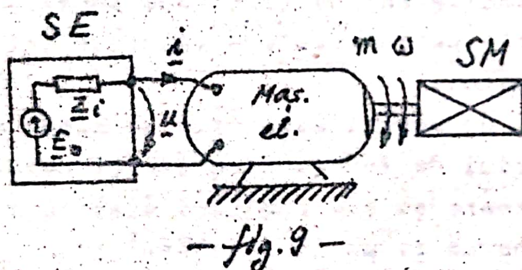
(29) $$m_e = \mathcal{C}(i, \phi)$$

Primele două relații fundamentale (26),(27) în care apare timpul t, sînt ecuații de evoluție și au un caracter general dacă mărimile tensiune electromotoare e și cuplu (forță) electromagnetic m (f) rămîn nespecificate, fiind tipice pentru mașinile electrice. Celelalte două relații fundamentale (28),(29) reprezintă expresii specifice tipului de mașină considerat, variind ca formă de la

un tip de mașină la altul. Ele trebuie în consecință stabilite concret pentru fiecare tip nou de mașină studiat. Mărimea ϕ care apare în ambele expresii (28),(29) reprezintă fluxul magnetic necesar procesului de conversie, produs îm mod separat de către un circuit special de "excitație" de către un sistem cu magneți permanenți, sau chiar de către curenții din înfășurările de lucru.

III. Dacă fluxul magnetic ϕ se consideră dat, relațiile fundamentale (26....29) formează un sistem de patru relații cu șase necunoscute funcție de timp: u, i, e, m_e, m, ω care nu se poate rezolva decît dacă se mai adaugă încă două relații între aceleași mărimi, sau dacă se cunosc două din cele șase mărimi prezentate anterior.

Cele două relații suplimentare necesare pentru a se asigura unicitatea soluției, caracterizează proprietăți ale celor două sisteme cu care interacționează mașina, sistemul electric SE și sistemul mecanic SM (fig.1). Astfel, dacă sistemul electric se poate reduce de exemplu cu ajutorul teoremelor generale din teoria rețelelor electrice, la schema echivalentă a unui generator de t.e.m. constantă în serie cu o impedanță internă (fig.9) atunci ecuația necesară se obține din teorema a II-a a lui Kirchoff :



- fig.9 -

(30) $u = e_0 - R \cdot i - L \cdot \frac{di}{dt}$

sau în fazori, dacă regimul este permanent sinusoidal:

(31) $\underline{U} = \underline{E_0} - \underline{Z_i} \cdot \underline{I}$

Dacă știm și pentru sistemul mecanic o asemenea relație de dependență, redusă prin metodele cunoscute din mecanica teoretică la axul mașinii electrice, cum ar fi de exemplu faptul că cuplul este constant și independent de viteză (ca în cazul mașinilor de ridicat):

(32) $m = m_0$

atunci sistemul de relații devine complet și putem determina cu ajutorul lui orice mărime ca funcție de timp, cu condiția ca să cunoaștem parametrii mașinii(în cazul exemplului concret analizat, acești parametri sînt mărimile R_β, L_β, ξ, A și M

din sistemul (12))

Se vede astfel încăodată că fenomenele din mașina electrică nu se pot considera separat, independent de sistemele electric și mecanic cu care ea interacționează, decît în cazuri particulare ca de exemplu atunci cînd $Z_i = 0$ ceea ce înseamnă $U = E_0$ deci alimentare la tensiune constantă și dacă $m = m_0 =$ constant. In cazul acesta cunoaștem două mărimi u și m celelalte patru putînd fi determinate univoc din ecuațiile fundamentale ale mașinii electrice singure.

Din aceste motive un curs de mașini electrice studiază fenomenele din mașină care sînt independente de condițiile exterioare sau care pot fi considerate așa în primă aproximație. Fenomenele ce depind de condițiile exterioare sînt studiate doar ocazional, considerîndu-se că ele fac obiectul altor cursuri ca "acționări electrice", "rețele și sisteme electrice", "partea electrică a centralelor electrice" etc...

Pe baza celor spuse rezultă următorul mod de abordare sistematică a teoriei mașinilor electrice:

I. Mai întîi se studiază problemele cele mai generale cu cel mai înalt grad de independență față de condițiile exterioare și care se întîlnesc la orice mașină indiferent de tipul său constructiv și funcțional. Acestea sînt cele patru probleme enunțate în partea de jos p.3 din prezentul capitol.

II. Pentru diferitele tipuri de mașini electrice se expun elementele de construcție și principiul de funcționare strict necesare, formulele tensiunii electromotoare și ale cuplului electromagnetic, ecuațiile de evoluție pe la borne și pe la axul mașinii.

III. Pentru regimul staționar se particularizează corespunzător ecuațiile de funcționare (în mărimi constante pentru curent continuu și în mărimi fazoriale pentru curent alternativ) și se indică diagramele de fazori și schemele echivalente care permit stabilirea comodă a performanțelor și caracteristicilor specifice acestui regim.

IV. Pentru regimul tranzitoriu și pentru alte regimuri (cel trifazat nesimetric, cel deformant etc...) se indică ecuațiile cele mai generale și modelele cele mai adecvate de caracterizare a fenomenelor. Se tratează cele mai frecvent întîlnite regimuri scoțînd în evidență parametrii cei mai importanți și modul de determinare a acestora.

V. Pentru diferite tipuri de mașini se arată încercările experimentale fundamentale care permit predeterminarea funcționării și a performanțelor, aflarea unor parametri, precum și verificarea generală a corectitudinii execuției mașinii.

Cu toate că un astfel de program poate apărea seducător, din motive specifice diferitelor tipuri de mașini considerate, în continuare ne vom abate adesea de la această schemă. Teoria unitară deși logică, structurată și chiar estetică, nu reprezintă totdeauna cel mai didactic mod de abordare a mașinilor electrice, fiind posibilă doar într-un stadiu avansat al învățării acestora.

2. PRODUCEREA CIMPULUI MAGNETIC IN MASINILE ELECTRICE.

2.1. INTRODUCERE.

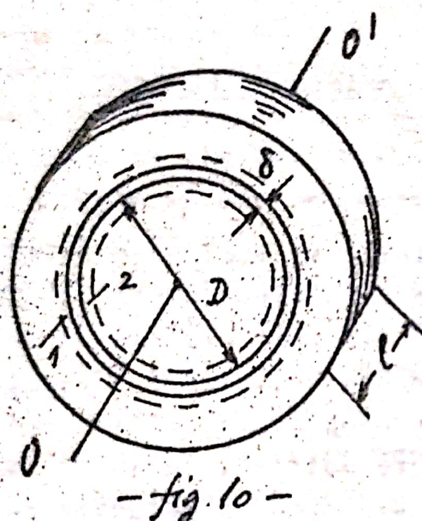
Agentul fizic, analog aburului în mașinile termice, prin intermediul căruia se realizează procesul conversiei electromecanice în mașinile electrice, este cîmpul electromagnetic. Deși principial se poate folosi fie cîmpul electric, fie cel magnetic, interes economic și industrial îl prezintă doar mașinile cu cîmp magnetic la care densitatea de energie acumulată în cîmp este mult mai mare (vol.I pag.25). Producerea cîmpului magnetic se poate face cu metodele cunoscute din teoria electromagnetismului și anume:

- cu curenți electrici de conducție
- cu medii magnetizate permanent (magneți permanenți)
- cu curenți de convecție
- cu curenți de deplasare (variația în timp a cîmpului electric)
- cu curenți Röentgen

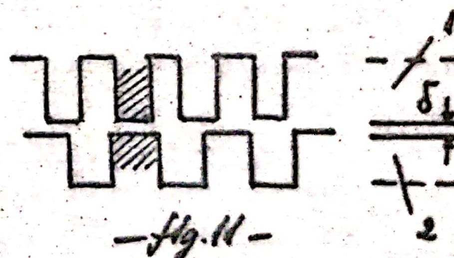
Dintre aceste metode interes industrial îl prezintă numai primele două moduri, singurele folosite la mașinile electrice clasice actuale. Deoarece folosirea magneților permanenți este limitată la puteri mici, vom studia numai cîmpul magnetic produs cu ajutorul curenților continui și alternativi mono sau polifazați care străbat conductoarele filiforme liniare ale diferitelor tipuri de înfășurări. Cîmpul magnetic produs în acest mod depinde de intensitatea curentului, de configurația geometrică și traseul curentului prin înfășurare (deci de tipul înfășurării), de configurația geometrică și proprietățile magnetice ale celor două armături (STATOR și ROTOR) separate de INTREFIER care formează circuitul magnetic al mașinii.

La marea majoritate a mașinilor electrice rotative configurația geometrică a circuitului magnetic este relativ simplă, avînd o structură cilindrică simetrică față de axul de simetrie care coincide cu axul arborelui rotoric. Există două tipuri de structuri care se întîlnesc cel mai des:

a) Structura cilindrică concentrică perfect simetrică (fig.10) la care ambele armături sînt corpuri cilindrice cu simetrie perfectă de rotație în jurul axului OO' care este și axul de rotație al rotorului. Cele două armături se realizează din tole subțiri ștanțate din tablă de oțel electrotehnic laminat la cald (sau la rece, la mașini de mare putere, caz în care se folosesc segmenți circulari îmbinați) cu grosimi de 0,35 sau 0,5 mm, suprapuse în pachete distanțate (pentru a forma canale de răcire radiale). Planele tolelor sînt perpendiculare pe axul OO' iar lungimea rotorului este cu puțin mai mare decît a statorului (pentru a elimina erorile de montare în sens axial care ar modifica suprafața comună a celor două armături din spre întrefier și pentru a micșora pierderile în fier prin curenți turbionari cauzate în timpul rotației rotorului de către liniile de cîmp ce corespund fluxului magnetic din părțile frontale ale mașinii. Spațiul de aer dintre cele două armături numit întrefier are grosimea δ constantă la acest tip, abstracție făcînd de existența crestăturilor pe una sau ambele armături, în zonele notate cu 1 și 2 pe fig.10 și reprezentate simplificat pe fig.11. Crestăturile sînt necesare pentru plasarea în ele a conductoarelor de bobinaj și sînt în realitate de diferite forme (fig.12) funcție de tipul conductorului de bobinaj rotund sau dreptunghiular, subțire sau în formă de bară. Pereții crestăturilor se fac paraleli (caz în care dinții hașurați pe fig.11 rezultă trapezoidali), sau înclinați (caz în care dinții au pereții paraleli). Axul crestăturilor se face paralel cu axul de rotație OO', sau înclinat cu o mică pantă, așa cum se va vedea mai departe.



- fig.10 -



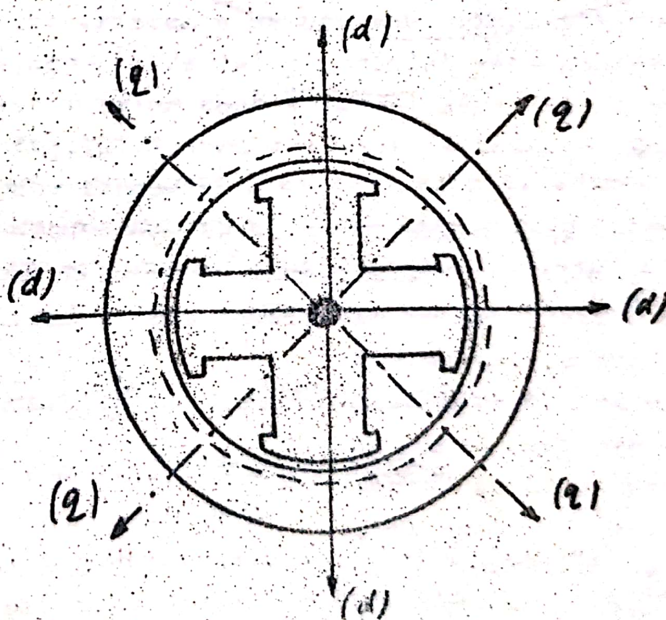
- fig.11 -

La primele tipuri de maşini electrice conductoarele de bobinaj se plasau la suprafaţa armăturilor direct în intrefier, ceea ce prezenta dezavantajul că fixarea conductoarelor şi rigidizarea lor faţă de solicitările forţei centrifuge punea probleme deosebite tehnologice şi constructive. In plus, din cauza grosimii conductoarelor nu se putea realiza un intrefier mic, iar gradul de siguranţă în funcţionare era foarte redus. Aceste dezavantaje se evită prin plasarea conductoarelor în crestături şi închiderea acestora cu pene care pot prelua forţele centrifuge corespunzătoare. In acest mod intrefierul se poate realiza oricît de redus (0,2 ... 1,8 mm la maşini de mică putere şi 0,8...16 mm la puteri mijlocii şi mari), iar conductoarele pot fi izolate şi protejate mecanic corespunzător.



-fig.12-

b) Structura cilindrică cvasisimetrică (fig.13) la care doar una din cele două armături este cilindrică perfect simetrică, iar cealaltă armătură este simetrică numai faţă de două plane ce trec prin axa de rotaţie (d) şi (q) avînd un intrefier ce variază în mod periodic. Intrefierul este mic în dreptul axelor d numite longitudinale şi mare în dreptul axelor q numite transversale. In afara variantei reprezentate simplificat pe fig. 13 alăturată se întîlnesc şi variante în execuţie inversată (armătura cu proeminenţe la exterior, rotorul perfect cilindric la interior).

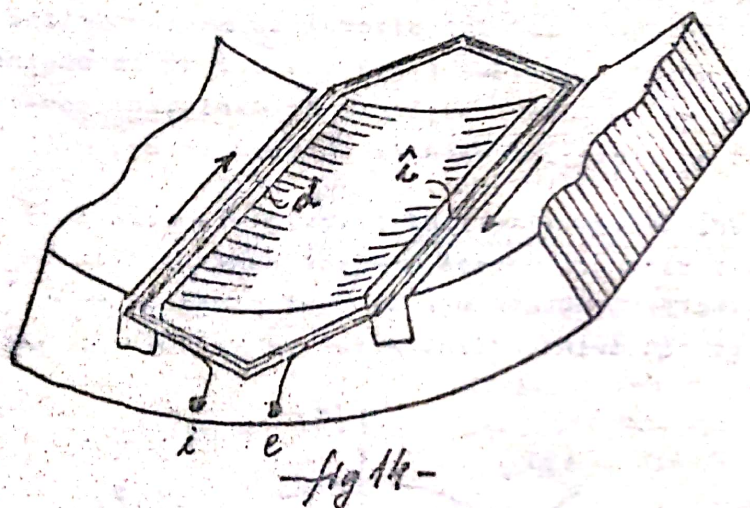


-fig.13-

Structura de tip a) este specifică maşinilor asincrone şi sincrone cu poli înecaţi, iar cea de tipul b) este specifică maşinilor de curent continuu şi sincrone cu poli aparenţi. Este aproape evident că în cazul a) studiul cîmpului magnetic este mult simplificat faţă de cazul b), mai dificil.

Din aceste motive vom studia la început cazul a) al mașinilor cu intrefier constant și crestare uniformă a uneia sau ambelor armături.Rezultatele stabilite se vor extinde apoi și pentru cazul b),în cadrul unui capitol separat (cap. 2.3.).

Conductoarele parcurse de curenți de conducție care alcătuiesc înfășurarea sau înfășurările mașinilor electrice,se grupează în elemente distincte structural,tehnologic și constructiv cum sînt bobinele (secțiile) realizate din mai multe spire identice suprapuse,izolate între ele (prin izolația conductorului) și izolate în comun față de armătura pe care sînt dispuse (fig.14),grupele de bobine (zone) și înfășurările distincte (faze).



-fig 14-

Fiecare bobină se plasează cu cele două laturi ale sale în cîte două crestături, una fiind denumită convențional latură de ducere (d pe fig.14) iar cealaltă latură de întoarcere (î pe aceeași figură).Numărul de spire al unei bobine se notează prin W_S fiind acelaș la toate bobinele,sau diferit de la o bobină la alta (mai rar).Mănunchiul de conductoare rectilinii din interiorul crestăturilor formează laturile active,de ducere și de întoarcere,ale bobinei,restul conductoarelor formînd laturile frontale (inactive) ale bobinei.

2.2. CIMPUL MAGNETIC LA MASINI CU INTREFIER CONSTANT

2.2.1. Ipoteze fundamentale.

Aspectul general al cîmpului magnetic chiar în condițiile unei configurații geometrice relativ simple ca aceea din fig.10 rămîne destul de complicat datorită prezenței crestăturilor,a repartiției curenților de conducție pe spațiul crestăturii,a lungimii finite în sens axial a armăturilor și a caracteristicilor magnetice a materialului feromagnetic al tolelor.Un calcul exact al cîmpului ținînd

seama de toţi aceşti factori poate fi în principiu efectuat,fie pe cale analitică,fie pe bază de metode numerice.O asemenea abordare "exactă" a problemei conduce însă la expresii complicate,greu de aplicat şi care estompează esenţa fenomenului,de aceea se preferă o cale mai puţin exactă,dar mai utilă şi mai comodă pentru alcătuirea unei teorii a funcţionării maşinilor electrice.Această cale se bazează pe anumite idealizări şi ipoteze simplificatoare care conduc la un model mai simplu,apropiat de cel real,eventualele diferenţe putînd fi considerate ulterior prin introducerea unor factori de corecţie.Ipotezele şi idealizările admise sînt următoarele:

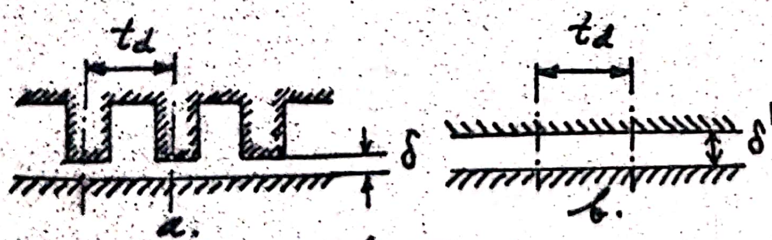
1. Configuraţia circuitului magnetic este perfect simetrică d.p.v. geometric,cu simetrie cilindrică concentrică (de tipul celei din fig.10).

2. Cîmpul electromagnetic este de tip plan-paralel,fiind acelaş în toate planele perpendiculare pe axul de simetrie,ce reprezintă în acelaşi timp axul de rotaţie al rotorului.Acest lucru revine la neglijarea efectelor de capăt,datorate lungimii finite în sens axial a maşinii.

3. Materialul feromagnetic al celor două armături este omogen şi isotrop,fiind din punct de vedere magnetic idealizat (fără pierderi active,cu permeabilitate magnetică infinită).

4. Efectul crestăturilor existente pe una sau ambele armături nu se ia în consideraţie,modelul de calcul adoptat presupunind că suprafeţele spre întrefier a celor două armături sînt netede şi perfect concentrice (ca în fig.10).Pentru a ajunge la această idealizare se recurge la două simplificări:

4.1. Dacă se consideră mai întîi cazul mai simplu cînd numai una din armături posedă crestături (echidistante),situaţia reală din fig.15 se echivalează cu cea ideală din aceeaşi figură (b),astfel ca permeanţa magnetică pe distanţa unui pas t_d dentar şi pe o lungime egală în sens axial (deobicei se ia egală cu unitatea),să fie aceeaşi.



-fig.15-

Întrefierul echivalent δ' astfel rezultat,este evident mai mare ca cel real δ şi se poate exprima funcţie de acesta prin intermediul factorului Carter :

(33) $$\delta' = K_c \cdot \delta$$

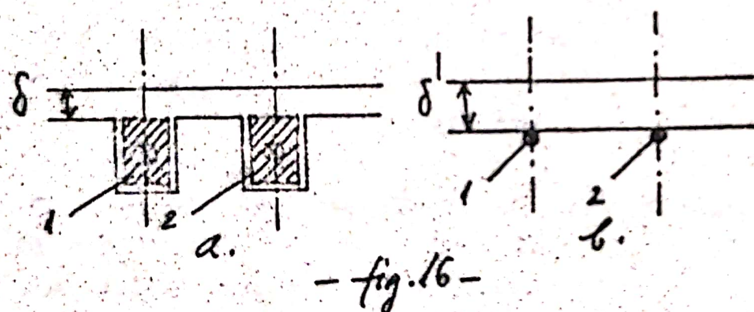
Factorul Carter depinde numai de configurația geometrică (δ , t_d , lățimea b și adîncimea h a crestăturii) putînd fi calculat cu metoda transformărilor conforme (expunerea acestui calcul iese din cadrul prezentului curs).O valoare aproximativă a lui, este:

(34) $$K_c \cong \frac{t_d}{t_d - \frac{b^2}{b + 5\delta}}$$

influența adîncimii crestăturii fiind neglijabilă de cele mai multe ori.

În cazul cînd ambele armături sînt crestate,se determină cei doi factori Carter parțiali (presupunînd de fiecare dată cealaltă armătură netedă) și se consideră cu aproximație un factor global dat de produsul celor doi factori parțiali.

4.2. O a doua simplificare se referă la repartiția spațială a curentului ce trece prin laturile bobinelor plasate în crestături,considerat repartizat uniform pe secțiunea transversală a acesteia,ca în fig.16 a,alăturată și care se consideră în modelul idealizat, concentrat în dreptul axelor crestăturilor,



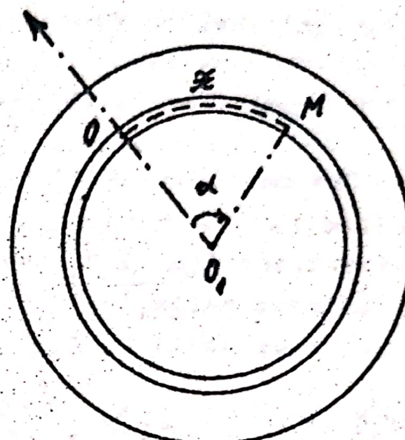
-fig.16-

ca în fig.16 b.Crestătura cu curent total w_s.I repartizat dispare, fiind înlocuită cu un conductor unic,filiform,prin care circulă în acelaș sens, curentul $I' = w_s$.I.In unele cazuri se consideră curenții filiformi echivalenți chiar în întrefier,la mijlocul său ; alteori, ca în cazul mașinilor de curent continuu,zona crestată se înlocuiește printr-o pînză subțire și continuă de curent la suprafața din spre întrefier a armăturii.

5. Grosimea întrefierului echivalat se consideră foarte mică în raport cu diametrul rotoric D.Cum armăturile au permeabilitate magnetică infinită,liniile de cîmp magnetic în întrefier sînt drepte radiale,care se pot considera paralele,cu excepția zonelor din imediata apropiere a conductoarelor ce echivalează crestăturile.În cele ce urmează,vom neglija aceste perturbații locale ale cîmpului.

In acest mod, liniile de cîmp fiind practic paralele, rezultă că în lungul unei linii de cîmp valoarea inducției magnetice nu variază, astfel că din punct de vedere spațial cîmpul magnetic din întrefier depinde numai de o singură coordonată (model unidimensional). Desimea liniilor de cîmp poate însă să varieze de la un punct din întrefier la altul, ca urmare a intensificării sau slăbirii cîmpului.

Ca sistem de coordonate pentru determinarea punctului din întrefier în care se determină cîmpul, se folosește fie sistemul liniar, periferic (coordonata x a punctului M considerat în raport cu o axă de referință legată de una din armături, sau de ambele în repaus), fie sistemul unghiular-central (unghiul α dintre axele OO_1 și MO_1, exprimat de preferință în radiani). Cel de-al doilea sistem are avantajul independenței de dimensiuni, precum și alte avantaje legate de defazajele electrice după cum se va vedea mai departe. Trecerea de la o coordonată la alta se face foarte simplu pe baza relației:



— fig. 17 —

(35) $$x = \frac{D}{2} \cdot \alpha$$

In urma simplificărilor admise, rezultă că sub acțiunea curenților din conductoarele înfășurărilor din crestături apare un cîmp magnetic $\overline{H}$ nul în armături ($\mu_{Fe} = \infty$) și diferit de zero numai în întrefier. Liniile de cîmp sînt segmente de drepte în întrefier, radiale (practic paralele dacă δ este mic), cîmpul fiind practic funcție doar de coordonata x sau α, atît timp cît curenții sînt constanți.

La mașinile electrice de curent alternativ cerința fundamentală a producerii cîmpului magnetic este ca repartiția spațială în lungul întrefierului (deci în funcție de x sau α) a cîmpului să fie sinusoidală, deci de forma:

(36) $$h(x) = H_m \cdot \sin \frac{\pi x}{\tau}$$

sau

(37) $$h(\alpha) = H_m \cdot \sin p\alpha$$

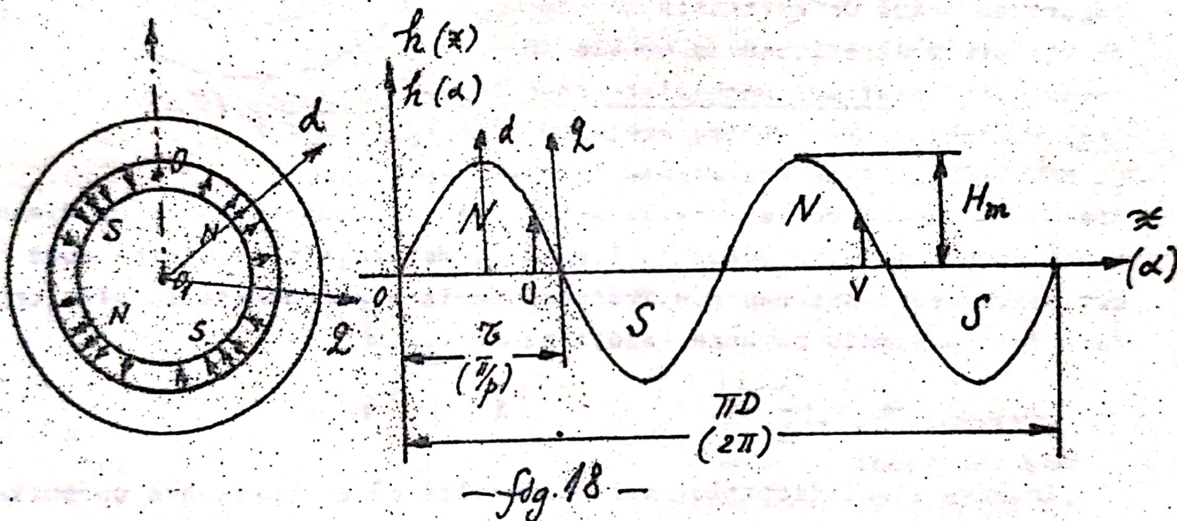
după cum se folosesc, coordonata liniară x, sau cea unghiulară α.

Deoarece într-un punct M dat cîmpul are aceeași valoare indiferent de coordonata aleasă, cele două expresii (36), (37) trebuie să aibă aceeași valoare pentru x și α legați între ei prin relația (35), ceea ce conduce la expresia:

$$\tau = \frac{\pi D}{2p} \quad (38)$$

Cum periodicitatea cu 2π a lui α este evidentă (pentru α, $\alpha + 2\pi$, $\alpha + 4\pi$,....etc, se obține un acelaș punct M din întrefier), rezultă că p trebuie să fie neapărat un număr întreg.

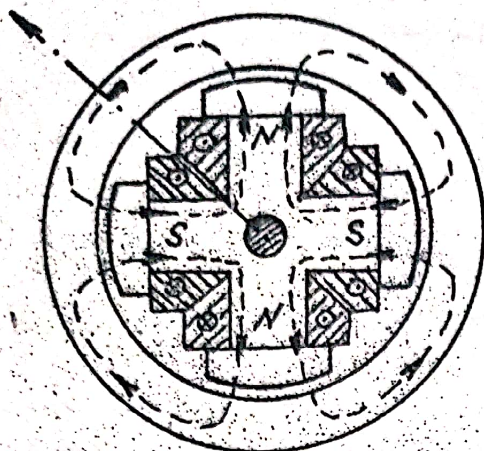
Semnificația lui p și τ rezultă din fig.18 unde s-a considerat cazul particular p = 2.



-fig.18-

Se vede că în acest caz cîmpul magnetic din întrefier are 4 zone distincte, în care liniile de cîmp au acelaș sens, fie de la rotor spre stator, fie invers. Aceste zone sînt denumite convențional " poli " ai cîmpului magnetic (denumirea provine de la faptul că un cîmp asemănător se poate obține și cu sistemul cu patru poli de data aceasta reali, din fig.19). O axă oarecare dusă din centru prin punctul din întrefier unde cîmpul are valoare maximă (ca axa d din fig.18) se numește axa unui pol (nord-N sau sud-S), iar o axă asemănătoare dusă printr-un punct de anulare a cîmpului (ca axa q din fig.18) se numește axă neutră. Aceste axe reprezintă axe de simetrie sau antisimetrie ale curbei de repartiție în întrefier a cîmpului și joacă un rol însemnat în teoria mașinilor electrice.

Revenind la semnificația fizică, se constată deci că p reprezintă numărul de perechi de poli ((fictivi sau reali) ai cîmpului magnetic. In consecință 2p reprezintă numărul total de poli de a-



- fig. 19 -

bele polarităţi (totdeauna par).

Mărimea τ dată de (38) se numeşte pas polar şi reprezintă distanţa cea mai scurtă măsurată pe linia mijlocie a întrefierului între două axe neutre succesive, sau două axe de poli succesive. Pasul polar se poate exprima şi în unităţi unghiulare, rezultînd egal cu π/p.

Pentru o altă alegere a axei de referinţă, expresiile (36), (37) pot fi scrise în cosinus (dacă se alege ca referinţă o axă de pol) sau chiar în forma cea mai generală:

(39) $h(x) = H_m \cos\left(\frac{\pi x}{\tau} - \frac{\pi s}{\tau}\right)$, sau $h(\alpha) = H_m \cos p(\alpha - \gamma)$

pentru o alegere oarecare a axei de referinţă.

2.2.2. Noţiunea de unghi electric.

Fenomenele magnetice şi electrice din maşinile electrice prezintă o anumită periodicitate în spaţiu şi în timp, în general diferită de periodicitatea fenomenului mecanic de rotaţie. La maşinile la care cîmpul magnetic are 2p = 2, pentru o rotaţie complectă de 2π radiani, cîmpul magnetic variază după o sinusoidă complectă, deci tot cu 2π radiani. La maşinile cu 2p > 2, pentru aceeaşi rotaţie complectă de 2π radiani în spaţiu, cîmpul magnetic variază după mai multe sinusoide complete (în număr de p), adică din punct de vedere electromagnetic, cu $p \cdot 2\pi$ radiani "electrici". În plus, din punctul de vedere al fenomenelor electromagnetice, situaţia este identică în toate punctele din întrefier distanţate reciproc la multipli întregi ai unghiului $2\pi/p$ (adică la multipli întregi de 2τ), ca de exemplu punctele U şi V din fig. 18. Polii cîmpului magnetic sînt identici şi nu pot fi individualizaţi (toţi polii de aceeaşi polaritate sînt indiscernabili). Din aceste motive, precum şi din altele ce vor rezulta mai departe, este util să reperăm punctele din întrefier prin aşa numitele unghiuri "electrice" care se definesc în funcţie de cele geometrice, reale prin:

(40) $\alpha_e = p \cdot \alpha$

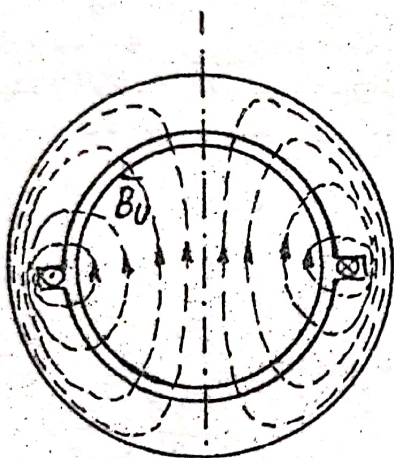
adică:

Unghi electric = p . Unghi geometric

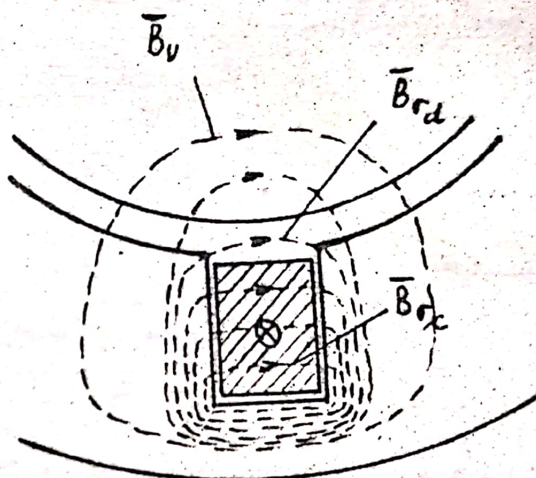
Folosind noțiunea de unghi electric putem spune că punctele U și V din fig.18 se află la 360° electrice (2π rad) unul de altul, deci, din punct de vedere magnetic reprezintă un acelaș punct.

2.2.3. Cîmpuri utile și de scăpări.

Idealizările de la par.2.2.1. se referă îndeosebi la simplificarea modelului de calcul pentru așa numitul cîmp magnetic util. Problemele cîmpului magnetic de scăpări (de dispersie) trebuiesc luate în considerație în mod separat.



- fig.20 -



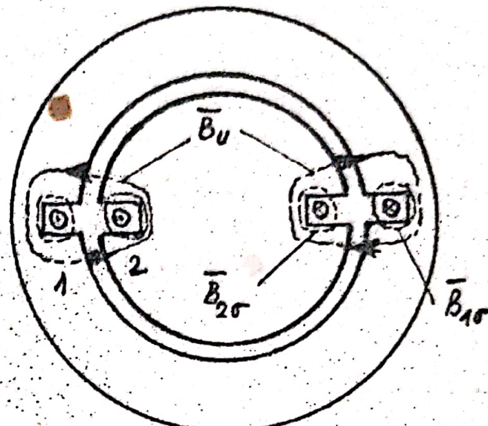
- fig.21 -

In mașina reală structura cîmpului inducției magnetice $\overline{B}$ (care în întrefier coincide cu un factor constant μ_0 cu cîmpul $\overline{H}$) este destul de complexă. O parte din liniile de cîmp străbat întrefierul, închizîndu-se prin ambele armături și formează cîmpul util (liniile notate cu $\overline{B}_u$ pe fig.20 și 21), iar altă parte a liniilor de cîmp se înlănțuie doar cu mănunchiurile de conductoare ale înfășurării, închizîndu-se doar printr-o armătură (ca de exemplu cele notate cu $\overline{B}_{\sigma c}$ și $\overline{B}_{\sigma d}$ pe fig.21) și care formează cîmpul de scăpări (de dispersie).

Riguros vorbind, scindarea cîmpului în cîmp util și de scăpări este univocă și corectă doar dacă se consideră două înfășurări cuplate magnetic (ca în vol.I pag.113 la transformator), așa cum se arată în fig.22, unde s-au notat cu $\overline{B}_u$ o linie de cîmp util și cu

$\overline{B}_{1\sigma}$ şi $\overline{B}_{2\sigma}$ două linii de cîmp de scăpări, ale înfăşurării 1 şi respectiv 2. Totuşi, scăpările înfăşurării 1 nu se modifică sensibil în absenţa înfăşurării 2, astfel că putem păstra aceste noţiuni şi în cazul unei singure înfăşurări, aşa cum s-a arătat.

Cîmpurile de scăpări comportă în general trei componente diferite:

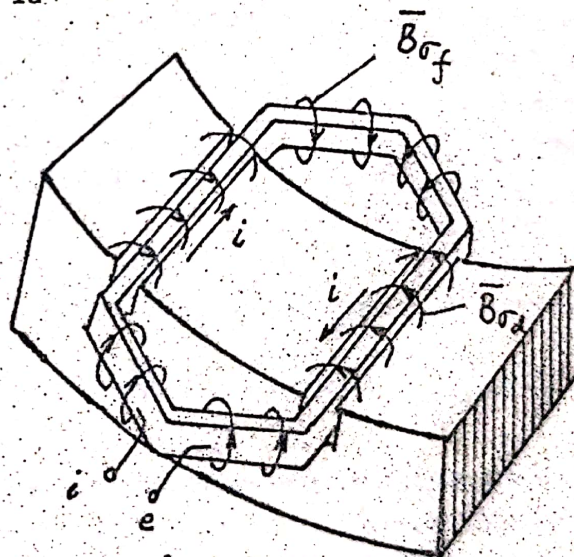


— fig. 22 —

a) Cîmpul de scăpări al crestăturilor format din linii de cîmp ce se închid transversal de la un perete la altul ($\overline{B}_{\sigma c}$ pe fig.21)

b) Cîmpul de scăpări dentar format din linii de cîmp ce se închid transversal prin întrefier de la un dinte la cel vecin ($\overline{B}_{\sigma d}$ pe fig.21 şi fig.23)

c) Cîmpul de scăpări al capetelor de bobine (frontal) la care liniile de cîmp se înlănţuie inelar cu laturile inactive ale bobinelor ($\overline{B}_{\sigma f}$ pe fig.23)



— fig. 23 —

Particularităţile distinctive ale cîmpului de scăpări sînt următoarele:

- sînt produse doar de către o singură înfăşurare parcursă de acelaş curent, liniile de cîmp respective înlănţuindu-se numai cu înfăşurarea dată;

- pe traseul lor liniile cîmpului de scăpări străbat spaţii de aer mult mai largi decît cele ale cîmpului util (unele din ele ca cele ale lui $\overline{B}_{\sigma f}$ se închid exclusiv prin aer în cea mai mare parte). Din acest motiv, aceste cîmpuri nu sînt afectate prea tare de saturaţia magnetică a armăturii. Practic indiferent de gradul de sa-

turație magnetică, fluxul magnetic de scăpări înlănțuit în totalitate cu înfășurarea rămîne strict proporțional cu curentul din înfășurare.

- spectrul cîmpului de scăpări rămîne invariabil acelaş şi imobil față de înfășurarea care-l produce, chiar dacă aceasta se află eventual în mișcare. Dacă curentul prin înfășurare este variabil în timp, la fel va fi și fluxul total de scăpări. Tensiunea electromotoare indusă în înfășurare prin fenomen de autoinducție este de aceeași natură ca în transformator, fiind produsă exclusiv prin transformare (t.e.m. statică)

In cele ce urmează ne vom ocupa numai de cîmpurile magnetice utile ale înfășurărilor, urmînd ca cele de scăpări să fie considerate separat la fiecare tip de mașină în parte.

2.2.4. Relații fundamentale.

Ipotezele simplificatoare admise la par.2.2.1. permit calculul cîmpurilor utile din întrefier pe baza relațiilor integrale fundamentale ale electromagnetismului, ceea ce reprezintă o cale mult mai simplă decît integrarea ecuațiilor diferențiale ale lui Maxwell. Inainte de a trece la expunerea acestor relații, vom observa că studiul cîmpului magnetic util din întrefierul mașinilor cu δ = constant se poate face în trei moduri echivalente, considerînd fie inducția magnetică, fie intensitatea cîmpului magnetic, fie tensiunea magnetică ca funcții de x, sau de α, la curent constant.

Din definiția tensiunii magnetice, rezultă că pentru linia de cîmp situată exclusiv în spațiul de aer din întrefier, avem:

$$v_\delta(x) = \int_1^2 \bar{H}d\bar{l} = \int_1^2 H dl = h(x)\delta' = h(x)K_c\delta \quad (41)$$

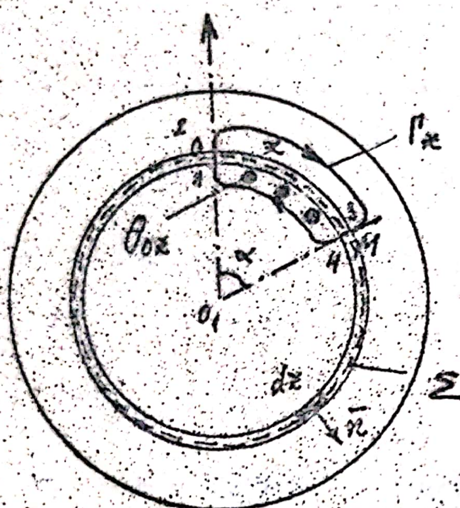
în dreptul punctului din întrefier determinat de coordonata x.

In acest punct, între cele trei mărimi enunțate anterior, va exista relația evidentă:

$$\boxed{b(x) = \mu_0 \cdot h(x) = \mu_0 \cdot \frac{v_\delta(x)}{K_c \cdot \delta}} \quad (42)$$

care ne arată că toate cele trei mărimi sînt strict proporționale între ele, deci la mașinile cu întrefier constant, curbele de repartiție spațială în lungul întrefierului $b(x)$, $h(x)$ și $v_\delta(x)$, au aceiași formă de variație, diferind doar prin factori constanți.

Cu toate acestea studiul repartiției spațiale în întrefier a cîmpului magnetic în mașinile electrice se face prin intermediul tensiunii magnetice în întrefier, deoarece rezultatele stabilite se pot extinde în anumite ipoteze și la mașinile cu întrefier variabil, unde relația (42) se schimbă în ceea ce privește ultima egalitate.



-fig.24-

Pentru stabilirea relațiilor fundamentale necesare determinării repartiției cîmpului în întrefier, se consideră secțiunea transversală a mașinii din fig.24 împreună cu o axă O_1O de referință, în raport cu care se socotesc coordonatele x (sau α) ale unui punct curent M din întrefier. Se consideră curba închisă Γ_x din figură care străbate de două ori întrefierul, în dreptul axei (punctul O) și în dreptul punctului curent M, închizîndu-se prin cele două armături astfel ca să conțină în interior în întregime toată solenația de pe una din armături, repartizată pe distanța OM, Θ_{ox}. Idealizarea admisă la 4.2. fig.16 permite înlăturarea oricăror ambiguități în acest sens.

Să aplicăm acum pe curba Γ_x legea circuitului magnetic sub formă integrală, care pentru regim cvasistaționar se reduce la teorema circulației cîmpului magnetic a lui Ampère:

$$\oint_{\Gamma_x} \bar{H}d\bar{l} = \int_{S_{\Gamma x}} \bar{J}d\bar{A} = \Theta_{S_{\Gamma x}} \tag{43}$$

Integrala curbilinie se poate separa pe trei componente:
- partea din întrefier în dreptul punctului O luat ca origine
- partea din întrefier din dreptul punctului M curent
- părțile din fierul statoricei rotoric, care din cauza ipotezei 3 (μ_{Fe} = infinit) este nulă. Avem deci:

$$\oint_{\Gamma_x} \bar{H}d\bar{l} = \oint_{\Gamma_x} Hdl = \int_{1\ aer}^{2} Hdl + \int_{3\ aer}^{4} Hdl + \int_{2\ fier}^{3} Hdl + \int_{4\ fier}^{1} Hdl \tag{44}$$

Dacă se consideră convențional sensul pozitiv al liniilor de

cîmp din spre rotor spre stator,atunci prima integrală este tensiunea magnetică în întrefier în punctul O,pozitivă,iar a doua integrală este tensiunea magnetică în întrefier în punctul M , negativă.Celelalte două ultime integrale sînt nule.Rezultă:

$$V_\delta(0) - V_\delta(x) = \theta_{0x} \tag{45}$$

adică prima relaţie fundamentală.

Pentru stabilirea celei de-a doua relaţii fundamentale,se consideră suprafaţa închisă Σ formată din porţiunea cilindrică dusă prin mijlocul întrefierului (fig.24) şi două capace circulare perpendiculare pe axul de simetrie O_1 axial distanţate în sens axial la lungimea l a maşinii.Aplicăm acestei suprafeţe legea fluxului magnetic:

$$\oint_\Sigma \bar{B}\, d\bar{A} = 0 \tag{46}$$

Ca urmare a ipotezei 2 de la pct.2.2.1,cîmpul magnetic nu are componente axiale, deci fluxurile prin cele două capace sînt nule.Rămîne numai fluxul prin întrefier,unde inducţia magnetică este radială,deci paralelă cu elementul de arie orientat.Avem:

$$\int_{\Sigma_{lat}} \bar{B}\, d\bar{A} = \int_0^{\pi D} b(x)\, l\, dx = 0 \tag{47}$$

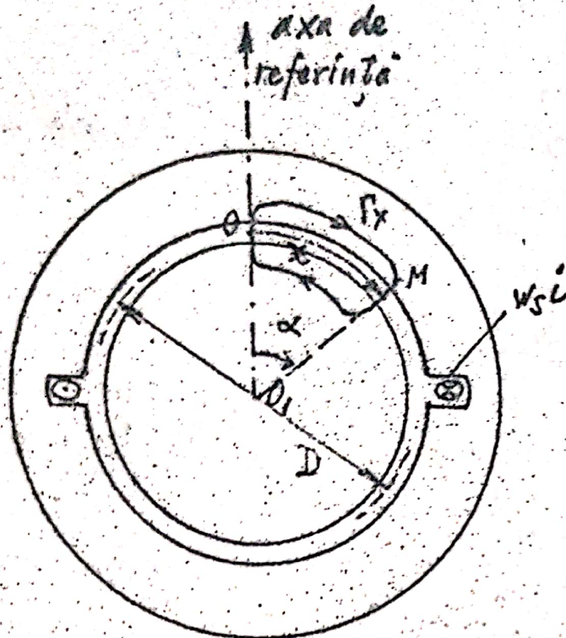
Dacă se ţine seama de (42) rezultă a doua relaţie căutată:

$$\int_0^{\pi D} V_\delta(x)\, dx = 0 \tag{48}$$

Relaţiile (45) şi (48) se pot exprima evident şi în unităţi unghiulare (lăsăm aceasta în seama cititorului).

Inainte de a exemplifica aplicarea acestor relaţii,vom observa că în toate problemele de cîmpuri în maşini pe care le vom studia,se presupune că curentul total prin orice plan perpendicular pe axul de simetrie axial O_1 ,este nul (cea ce înseamnă practic că orice conductor prin care "intră" curent este dublat de un al doilea prin care "iese" acelaş curent,adică intrările şi ieşirile înfăşurărilor se fac pe aceeaşi parte a maşinii).Nesocotirea acestei condiţii conduce la complicaţii şi rezultate paradoxale a căror considerare depăşeşte cadrul prezentului curs.

Aplicaţia nr.1 . Să considerăm o bobină simplă cu deschidere diametrală, avînd w_s spire identice, suprapuse, ale cărei laturi sînt plasate în două crestături de pe stator, ca în fig.25.



— fig.25 —

De data aceasta avem posibilitatea de a alege în mod convenabil axa de referinţă O_1O . Pentru aceasta alegem această axă în axa de simetrie a bobinei, cu sensul pozitiv corelat cu sensul curentului i prin laturile bobinei, după regula burghiului drept ceea ce păstrează convenţia de sens pozitiv a liniilor de cîmp de la rotor spre stator.

Vom aplica relaţia (45) pe curba Γ_x , variind x de la zero la πD . Atît timp cît x e cuprins între 0 şi $\pi D/4$, θ_{0x} este nul şi prin urmare:

$$V_\delta(x) = V_\delta(0)$$

adică păstrează o valoare constantă. Imediat ce x depăşeşte valoarea $\pi D/4$, avem:

$$V_\delta(0) - V_\delta(x) = W_s i$$

adică:

$$V_\delta(x) = V_\delta(0) - W_s i$$

dacă $\frac{\pi D}{4} < x < \frac{3\pi D}{4}$. Curba tensiunii magnetice în întrefier înregistrează deci un salt în dreptul laturii bobinei. După ce x depăşeşte valoarea $(3/4)\pi D$ solenaţia θ_{0x} devine din nou zero. Valoarea $V_\delta(0)$ rămasă nedeterminată pînă în prezent se află din aplicarea condiţiei (48), care semnifică din punct de vedere geometric faptul că aria curbei $V_\delta(x)$ de deasupra axei este egală cu aria curbei de dedesubtul axei.

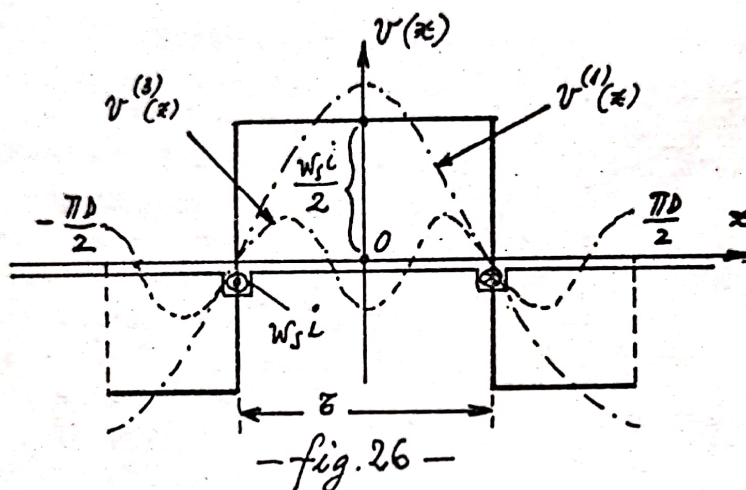
Se ajunge astfel la curba de repartiţie a tensiunii magnetice din fig.26, reprezentată cu linie plină. Observăm:

a. Repartiţia tensiunii magnetice (deci şi a cîmpului) este dreptunghiulară , prezentînd două salturi în dreptul laturilor bo-

binei, egale ca valoare cu solenaţia laturii $w_s \cdot i$.

b. Sensul în care au loc salturile, depinde de sensul curentului din dreptul laturii respective.

c. Cîmpul magnetic format în acest mod are doi poli de polarităţi opuse (2p = 2) ; spectrul liniilor inducţiei magnetice utile este cel din fig.20.



-fig.26-

d. Valoarea maximă a tensiunii magnetice este:

$$V_m = \frac{w_s i}{2} \tag{49}$$

Aplicaţia nr.2 Să vedem care ar trebui să fie repartiţia solenaţiei la periferia din spre întrefier a unei armături, pentru a produce în întrefier un cîmp magnetic repartizat sinusoidal, de exemplu de forma:

$$h(x) = H_m \cdot \cos \frac{\pi x}{\tau} \tag{50}$$

ceea ce conduce la o expresie a tensiunii magnetice:

$$V_\delta(x) = V_m \cdot \cos \frac{\pi x}{\tau} \tag{51}$$

O asemenea expresie corespunde primei armonici spaţiale a curbei $V_\delta(x)$ din fig.26, dacă se descompune repartiţia dreptunghiulară în serie Fourier în raport cu variabila x.

Cum repartiția (51) satisface dim motive evidente condiția (48), vom folosi doar condiția (45), care conduce la relația:

$$\theta_{0x} = V_m\left(1 - \cos\frac{\pi x}{\tau}\right) \qquad (52)$$

adică solenația trebuie să aibă o repartiție continuă (de tip pînză continuă de curent) de densitate liniară variabilă. Dacă definim această densitate liniară a pînzei de curent prin:

$$A(x) = \frac{dI}{dx} \quad \left[\frac{A}{m}\right] \qquad (53)$$

atunci solenația θ_{0x} este dată de:

$$\theta_{0x} = \int_0^x A(x)\cdot dx \qquad (54)$$

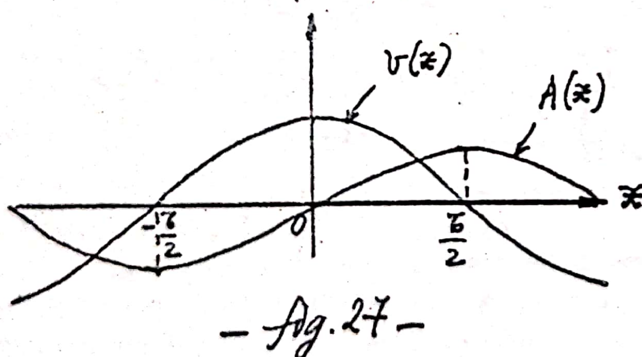
Rezultă că densitatea căutată este o soluție a ecuației integrale ce rezultă din (52) și (54):

$$V_m\left(1 - \cos\frac{\pi x}{\tau}\right) = \int_0^x A(x)dx \qquad (55)$$

Se observă imediat că soluția acestei ecuații este:

$$A(x) = \frac{\pi V_m}{\tau}\cdot\sin\frac{\pi x}{\tau} \qquad (56)$$

Aspectul celor două curbe este redat în fig.27.

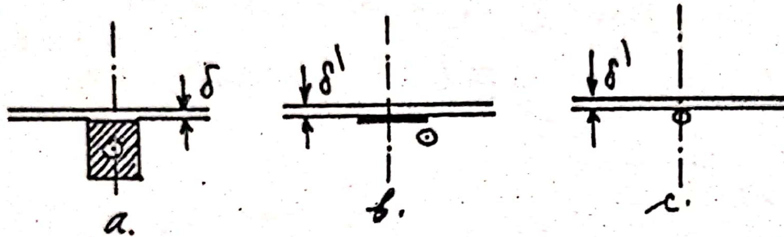


— fig.27 —

Rezultă că o repartiție sinusoidală a cîmpului în întrefier se realizează doar cu repartiție continuă spațială a curenților, foarte dificilă de realizat tehnologic, dar posibilă a fi realizată în mod aproximativ cu o crestare uniformă avansată a armăturii și cu număr variabil de conductoare în crestături (astfel de înfășurări speciale se numesc înfășurări sinusoidale, fiind folosite rar, căci sînt scumpe și presupun o calificare superioară a bobinatorului).

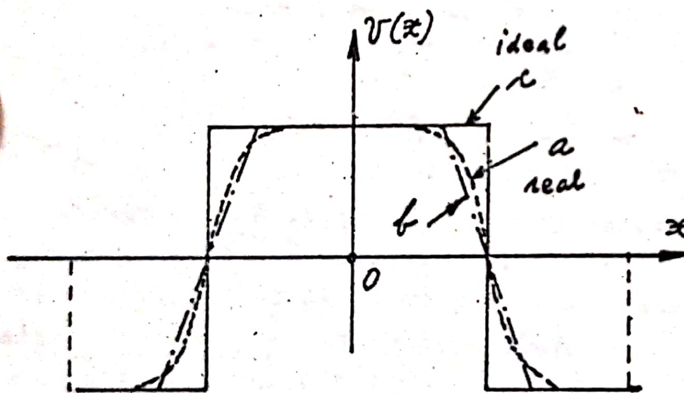
2.2.5. Efectuarea unor corecţii.

In cele ce urmează vom lua în consideraţie abaterile ce au loc în maşinile reale de la ipotezele 3 şi 4.2, pentru a introduce unele corecţii privind calculul cîmpului magnetic util.



— fig.28 —

(I) Este evident că variaţia bruscă, în salt, a tensiunii magnetice a cîmpului util în dreptul axei crestăturii în care se situează o latură de bobină cu curent electric, se datorează idealizării admise la 4.2. pct.2.2.1. Dacă curentul repartizat în crestătură se presupune concentrat în strat subţire la suprafaţa armăturii, cu densitate liniară constantă ca în fig. 28 b, atunci saltul lui $V_\delta(x)$ în dreptul axei crestăturii nu se mai face brusc, ci liniar ca în fig.29 curba (b). In cazul real (fig.28 a) trecerea are un caracter ce corespunde unei curbe ca [illegible] (a) pe fig.29.

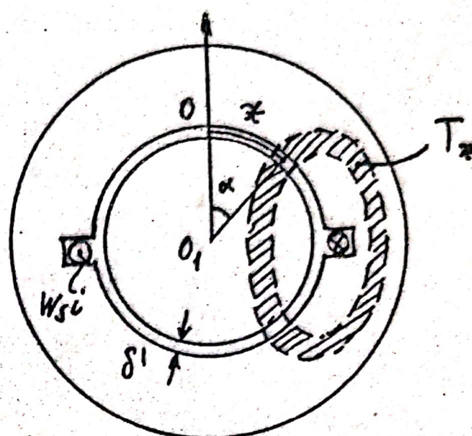


— fig.29 —

Se remarcă deci, că salturile se fac în realitate cu anumite recordări, ceea ce are ca urmare un efect de reducere a unor armonici spaţiale de ordin superior din curba tensiunii magnetice. Ca urmare a acestui efect, curbele teoretice cu salturi considerate în teorie conduc la rezultate într-un anume sens acoperitoare.

(II) Pentru a ţine seama de faptul că permeabilitatea magnetică a armăturilor este finită şi variabilă cu gradul de satu-

rație, să considerăm exemplul de la aplicația nr.1 și să alegem din spectrul liniilor de cîmp (fig.20) un tub de flux (T_x pe fig.30). Scriind relația (43) pe linia mijlocie de cîmp a tubului se obține:



—fig 30—

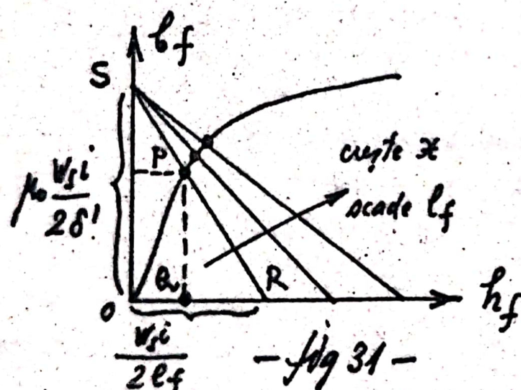
$$2V_\delta(x) + 2V_f(x) = w_s i$$

(57)

$$V_\delta(x) + V_f(x) = \frac{w_s i}{2} = \Theta_\ell$$

In această relație s-a ținut seama de simetria cîmpului și s-a notat cu $2V_f(x)$ tensiunea magnetică din armătura statorică și rotorică care de data aceasta nu mai este nulă. Prin Θ_ℓ s-a notat solenația laturii de bobină necesară magnetizării unei jumătăți a tubului considerat.

In continuare să presupunem, fără a face o eroare prea mare, că tubul de flux considerat este de secțiune transversală constantă.



—fig 31—

A doua relație (57) se scrie:

$$(58)\quad h_\delta(x)\cdot\delta' + h_f(x)\, l_f(x) = \Theta_\ell$$

Deoarece fluxul magnetic se conservă în lungul tubului, avem:

$$(59)\quad \mu_0 h_\delta(x)\, l\, dx = b_f(x)\, l\, dx$$

de unde: $b_f(x) = \mu_0 h_\delta(x) = b_\delta(x)$

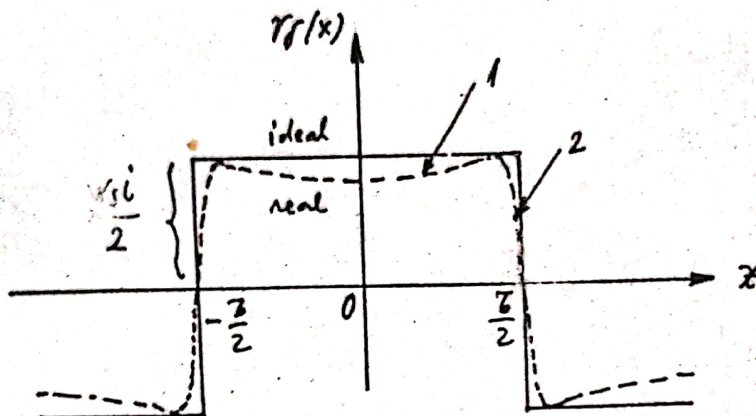
Inlocuind în relația (58), se obține următoarea relație între mărimile din miezul feromagnetic al armăturilor, presupuse identice:

$$(60)\quad \frac{b_f(x)}{\mu_0}\cdot\delta' + h_f(x)\, l_f(x) = \Theta_\ell = \frac{w_s i}{2}$$

Cunoscînd caracteristica de magnetizare a materialului [redacted] (fig.31) se trasează dreapta de ecuație (60) și prin intersecție cu curba de magnetizare se află $b_f(x)$ și $h_f(x)$. Tensiunea magnetică în întrefier fiind proporțională cu $b_f(x)$, va fi dată la o scară anumită, de mărimea segmentului PQ.

Pe măsură ce coordonata x crește de la zero spre $\frac{\tau}{2}$, lungi-

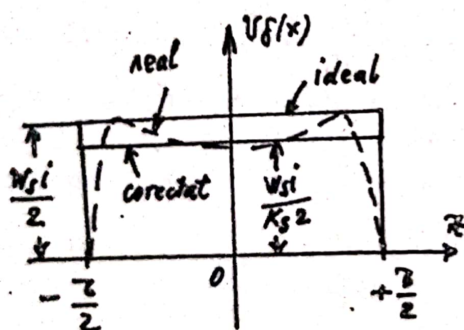
mea liniei medii de cîmp din fier $\ell_f(x)$ scade,astfel că dreapta (60) se rotește spre dreapta (punctul S rămîne fix,dar punctul R se duce spre dreapta pe fig.31),noul segment PQ crescînd. Rezultă că efectul saturației magnetice conduce la curbarea ten-



- fig.32 -

siunii magnetice în întrefier (proporțională cu PQ) în zona notată cu 1 pe fig.32,unde s-a ținut seama și de efectul expus la pag.30!

Repartiția reală a tensiunii magnetice este deci curba trasată punctat pe fig.32.Pentru a se ține seama de situația reală,se aproximează curba reală punctată tot printr-o curbă dreptunghiulară,astfel ca fluxul magnetic corespunzător unui pol să fie același,ceea ce revine la egalitatea ariilor limitate de axa absciselor în intervalul $-\frac{\tau}{2} < x < +\frac{\tau}{2}$, și de curbele reală și corectată (fig.33).In locul amplitudinii $\frac{W_s i}{2}$ a tensiunii magnetice ideale,noua tensiune magnetică luînd în considerație saturația se poate scrie:



- fig. 33 -

$$V_m = \frac{W_s i}{2 K_s} \tag{61}$$

în care K_s este un coeficient de saturație supraunitar.El reprezintă o valoare medie a coeficienților de saturație parțiali ce se definesc pe fiecare tub de flux,punînd în (57):

$$\Theta_\ell = \frac{W_s i}{2} = V_\delta(x)\left[1 + \frac{V_f(x)}{V_\delta(x)}\right] = K_s(x) \cdot V_\delta(x) \tag{62}$$

relație din care rezultă:

$$V_\delta(x) = \frac{W_s i}{2K_s(x)} \tag{63}$$

asemănător cu (61). Să determinăm fluxul pentru un pol, al repartiției reale:

$$\Phi_\tau = \int_{-\tau/2}^{+\tau/2} b(x)\, l\, dx = \mu_0 \frac{l}{\delta'} \int_{-\tau/2}^{+\tau/2} V_\delta(x)\, dx \tag{64}$$

Acelaș flux pentru repartiția corectată va fi:

$$\Phi_\tau = B_\tau \cdot \tau \cdot l = \tau \cdot l \cdot \mu_0 \frac{W_s i}{2K_s} \cdot \frac{1}{\delta'} \tag{65}$$

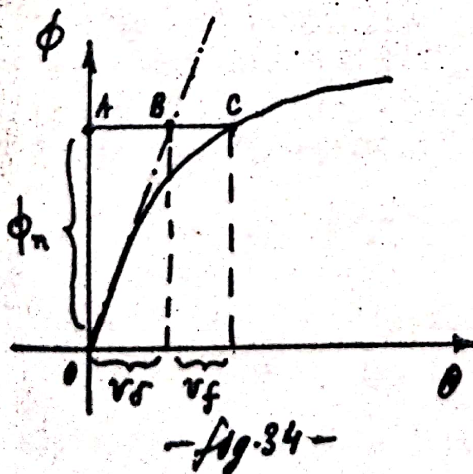
Dacă egalăm (64) cu (65) și ținem seama de (63), rezultă:

$$\frac{1}{K_s} = \frac{1}{\tau} \int_{-\tau/2}^{+\tau/2} \frac{dx}{K_s(x)} = \text{val. medie pe } \tau \text{ a lui } \frac{1}{K_s(x)} \tag{66}$$

In practică coeficientul de saturație se determină din caracteristica de magnetizare globală, pe baza unei expresii asemănătoare cu cea din (62):

$$K_s = 1 + \frac{V_f}{V_\delta} = \frac{V_\delta + V_f}{V_\delta} = \frac{AC}{AB} \tag{67}$$

(segmentele AC și AB se determină la valoarea fluxului la care lucrează mașina - fig.34)



-fig.34-

Considerarea efectelor saturației magnetice în mașinile electrice este importantă deoarece din motive economice toate mașinile actuale sînt puternic saturate, fapt ce are numeroase implicații asupra fenomenelor din mașină și asupra valorilor parametrilor acesteia.

Se reține concluzia că la o mașină saturată tensiunea magnetică în întrefier este mai mică ca în cazul aceleiași mașini nesaturate. Pentru a păstra acelaș

cîmp magnetic în întrefier,trebuie o solenație mai mare în cazul mașinii saturate decît în cazul celei nesaturate.

Trebuie observat deasemenea,că saturația joacă un rol secundar în deformarea curbei lui $V_\delta(x)$ (zona 1,de pe fig.32),rolul de bază avîndu-l caracterul finit al permeabilității magnetice.La o aceeași solenație a laturii bobinei,curba reală a lui $V_\delta(x)$ are valoarea maximă sub cea a curbei ideale,dar practic se pot considera egale, deoarece valorile permeabilității magnetice relative sînt de ordinul miilor la tolele obișnuite.

Luarea în considerație a permeabilității finite și existența conductoarelor cu curent la suprafața armăturilor,conduce și la alte efecte, cum ar fi modificarea traseului liniilor de cîmp (teorema refracției liniilor inducției magnetice se complică în prezența existenței unei pînze de curent pe suprafața de refracție)), efecte care sînt neglijabile în condiții obișnuite.

2.2.6. Cîmpul înfășurărilor în simplu strat.

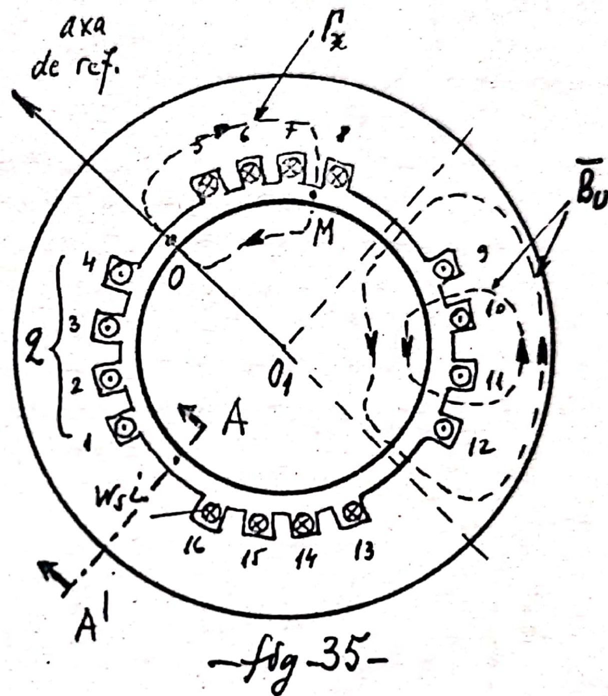
Cîmpul magnetic în întrefier produs de către bobina simplă de la aplicația nr.1 cap.2.2.4. este departe de a satisface cerința fundamentală de repartizare sinusoidală spațială.Tensiunea magnetică produsă este dreptunghiulară și conține numeroase armonici spațiale de amplitudini considerabile (pe fig.26 s-au figurat prin linii întrerupte armonica fundamentală $V^{(1)}(x)$ și armonica spațială de ordinul trei $V^{(3)}(x)$).Cîmpul produs are numai doi poli.

Pentru producerea în general a unui cîmp magnetic cu 2p poli și cu o repartiție mai apropiată de cea sinusoidală,se folosesc mai multe bobine,decalate reciproc în spațiu,alcătuind grupuri identice la periferia armăturii într-un mod pe care-l vom explica mai departe.

In figura 35 se arată modul de producere în întrefier a unui cîmp magnetic cu 2p = 4 poli,folosind un număr de 8 bobine,ale căror 16 laturi (mănunchiuri) sînt dispuse în 16 crestături numerotate de la 1 la 16,formînd patru zone distincte la periferia statorului.Pentru a forma numărul de poli arătat,curenții prin laturile bobinelor trebuie să circule în sensurile indicate (aceleași convenții ca în electrotehnică I).Din motive de simetrie spectrul liniilor de cîmp se împarte în patru zone identice,diferite numai ca sensuri ale liniilor de cîmp.Pe figura 35 s-a reprezentat schema-

tic aspectul a două linii de cîmp tipice,notate cu $\overline{B}_{u}$ (este vorba doar de cîmpul util).In general,numărul de laturi (mănunchiuri) dintr-o zonă se notează cu q (deci pe fig.35 avem q = 4) şi se numeşte numărul de bobine dintr-un grup (Obs: această denumire este convenţională şi provizorie; mai departe se va arăta că q reprezintă numărul de crestături pe pol şi fază).

Inainte de a trece la studiul curbei de repartiţie a tensiunii magnetice pentru cazul concret considerat,vom folosi reprezentarea desfăşurată a suprafeţei laterale a armăturii bobinate,pentru a arăta modul uzual de prezentare a înfăşurărilor maşinilor electrice pe care-l vom folosi de acum înainte.Pentru aceasta se presupune o tăietură în sens axial (după o generatoare) a armăturii bobinate (tăietura A-A' pe fig.35), urmată de "îndreptarea" ei şi rotirea cu 90°,astfel ca pe desen să apară planul suprafeţei interioare.



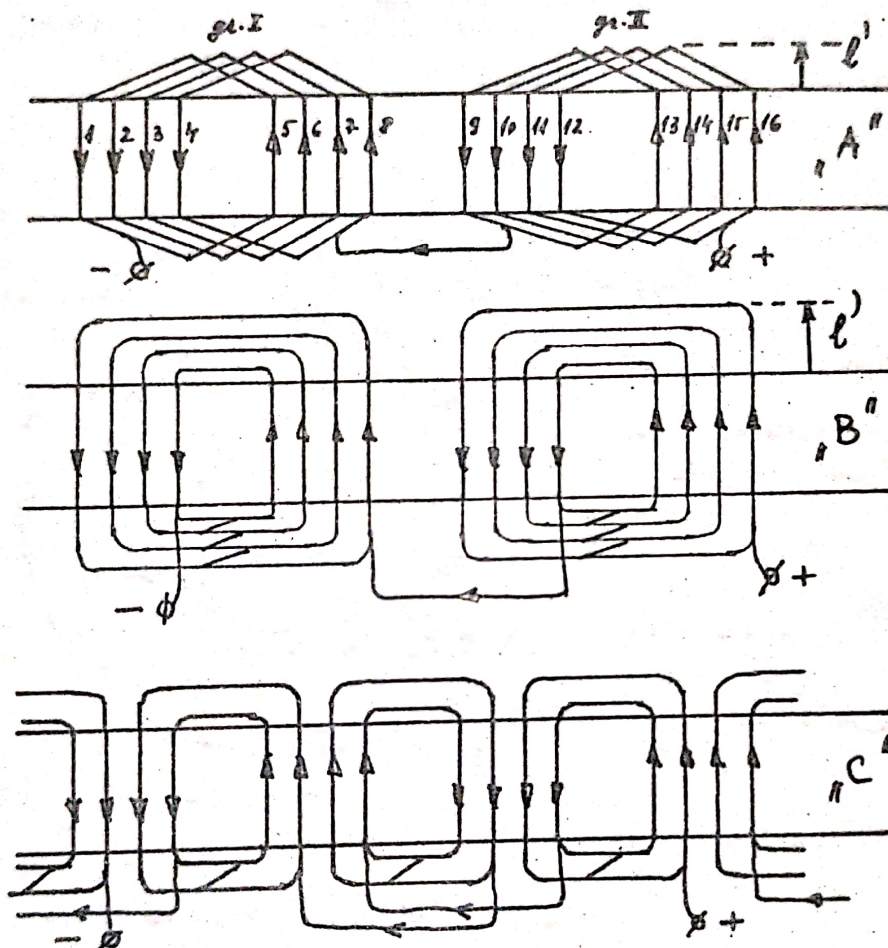
-fig-35-

Crestăturile nu se desenează,ci numai laturile de bobine, care se reprezintă prin linii drepte pe distanţa l axială a maşinii şi prin linii frînte sau curbe în afară.Sensul de parcurs al curentului electric de conducţie,se trece prin săgeţi pe laturile active.

In fig.36 se prezintă mai multe moduri de realizare constructiv-tehnologică a unei înfăşurări simplu strat ,care să corespundă situaţiei în vedere transversală (frontală) din fig.35 de mai sus.

Deşi variantele din fig.36 arată diferit,ele sînt toate echivalente din punct de vedere al cîmpului magnetic util produs,dacă curentul ce parcurge în serie conductoarele înfăşurărilor este acelaş,iar w_s -nr.de conductoare dintr-o latură este acelaş.

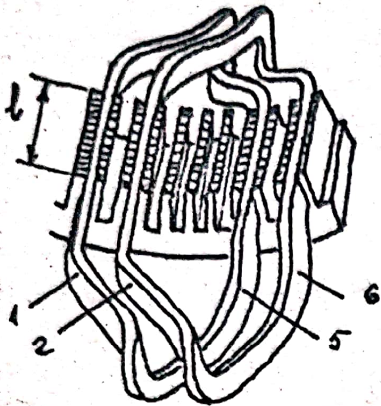
Prima variantă "A" reprezintă o înfăşurare simplu strat cu bobine egale, realizate cu ajutorul unui singur şablon de bobină. Bobinele sînt repartizate uniform (cu acelaş decalaj spaţial de o crestătură între ele) în cadrul a două grupe de bobine I şi II



-fig. 36-

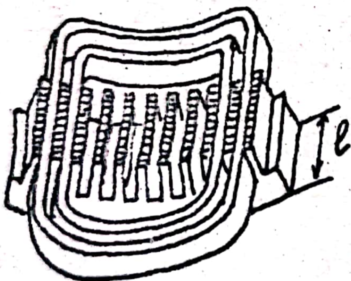
fiind astfel conectate în serie, incît curentul electric să le străbată în sensurile figurate prin săgeţi pe fig.36, care corespund cu sensurile din fig.35. Infăşurarea are două borne de alimentare, una de intrare a curentului (+), alta de ieşire (-). Deşi, prezintă avantajul folosirii unui singur şablon, realizarea tehnologică întîmpină dificultăţi în zona capetelor de bobine (zona laturilor frontale, inactive), din cauza încrucişărilor prin suprapunere a mănunchiurilor de conductoare. Acest lucru necesită realizarea unor forme

forme spaţiale profilate destul de complicate (fig.37), la care zonele frontale ale capetelor de bobine apar curbate formînd aşa numitele <u>înfăşurări în coroană</u>, continue, ce se repetă în mod uniform la periferia axială a armăturii.

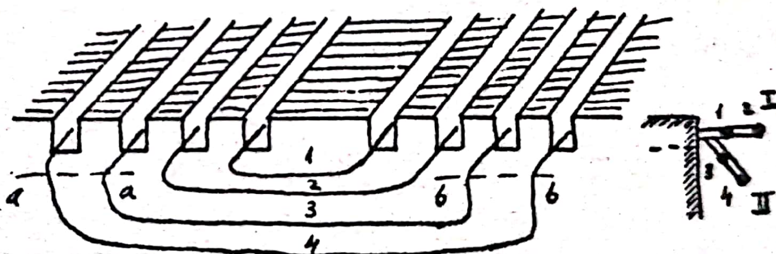


-fig.37-

A doua variantă "B" reprezintă o înfăşurare <u>cu bobine neegale, de tip concentric</u>, la care sînt necesare patru tipuri de şabloane, dar la care dispunerea capetelor de bobine se face fără încrucişări, deci fără probleme tehnologice deosebite, după modul arătat pe fig.38. Avem din nou două grupe de bobine, la fel ca la tipul A anterior. Atît tipul A, cît mai ales tipul B de înfăşurare, pot conduce la o lungire exagerată în sens axial a maşinii (cu distanţa notată cu l pe fig.36, de ambele părţi ale armăturii), caz în care se poate realiza o dispunere în două plane a capetelor de bobine, aşa cum se arată schematic în fig.39. Pentru aceasta se îndoaie în zonele a-a şi b-b capetele de bobine ale bobinelor 3 şi 4, la unghiul de 45°.



-fig.38-



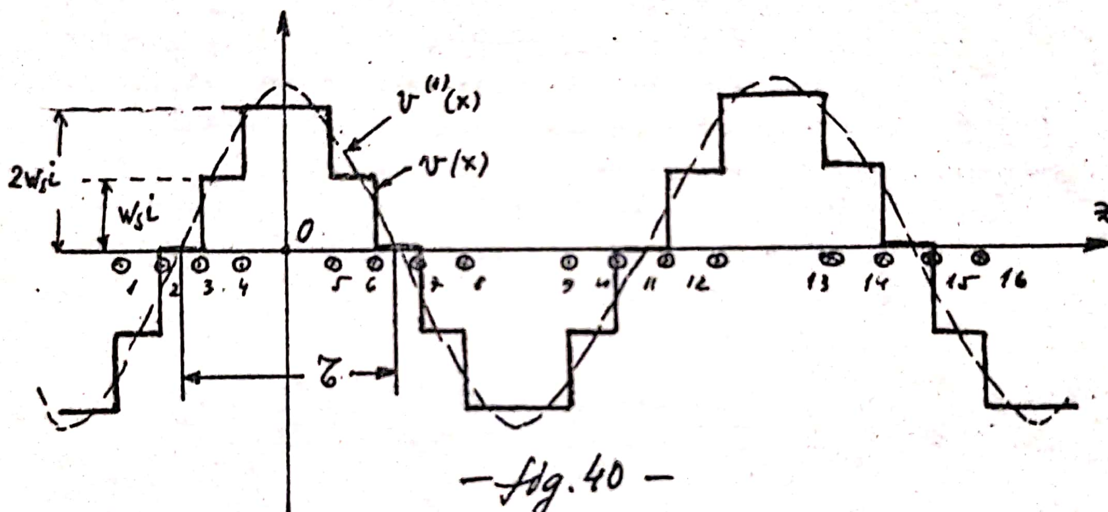
-fig.39-

A treia variantă "C" reprezintă o înfăşurare asemănătoare cu cea precedentă concentrică, dar numai cu două tipuri diferite de bobine, dispuse în patru grupuri de bobine. Pe lîngă avantajul reducerii numărului necesar de şabloane la două, ea prezintă în plus avantajul reducerii lungimii l axiale, fără dispunere în două plane a capetelor de bobine şi permite în cazul maşinilor de mare putere, o secţionare în patru bucăţi a armăturii (celelalte tipuri permit numai secţionare în două jumătăţi). Astfel, secţiunile armăturilor se pot bobina separat, transportîndu-se separat la locul montării generale unde se face asamblarea, legăturile dintre grupuri făcîndu-se

ulterior (prin lipire la cald).

Aşa cum s-a mai spus,cele trei variante sînt echivalente din punct de vedere al producerii cîmpului magnetic util,dar diferă din punct de vedere al cîmpului de scăpări frontal ($\overline{B}_{\delta f}$), precum şi din punct de vedere al parametrilor (pot avea rezistenţe electrice şi reactanţe de scăpări diferite).

Revenind la studiul repartiţiei în întrefier a tensiunii magnetice utile pentru cazul concret considerat în fig.35 ,vom aplica cele două relaţii (45) şi (48) de la pct.2.2.4. ducînd curba $\Gamma_{\varkappa}$ de calcul, ca în fig.35,prin dreptul diferitelor puncte M din întrefier.Se obţine astfel curba de repartiţie în trepte reprezen-



—fig.40 —

tată în fig.40 alăturată.Se observă că spre deosebire de cazul de la aplicaţia nr.1 a unei bobine simple,curba în trepte din figură se apropie mai bine de o sinusoidă,fiind în consecinţă mai bine aproximată prin armonica spaţială fundamentală $v^{(1)}(\varkappa)$,trasată în linie întreruptă pe figură.Cîmpul magnetic produs este cu 2p = 4 poli.Se vede imediat că pentru producerea unui cîmp cu 2p poli , sînt necesare p grupuri de bobine de tip A,sau B formînd 2p zone de crestături cu laturi de bobine.

Dacă mărim numărul q_1 de bobine dintr-un grup,va creşte numărul de trepte din curba tensiunii magnetice,încît posibilitatea de aproximare a curbei reale printr-o sinusoidă devine mai precisă. După cum vom vedea mai departe,pentru q_1 mai mare de 5,6,7, cîştigul realizat pe această cale devine insignifiant şi nejustificat din

punct de vedere economic.

Amplitudinea tensiunii magnetice rezultă egală cu:

(68) $$V_m = \frac{2w_s i}{2}$$

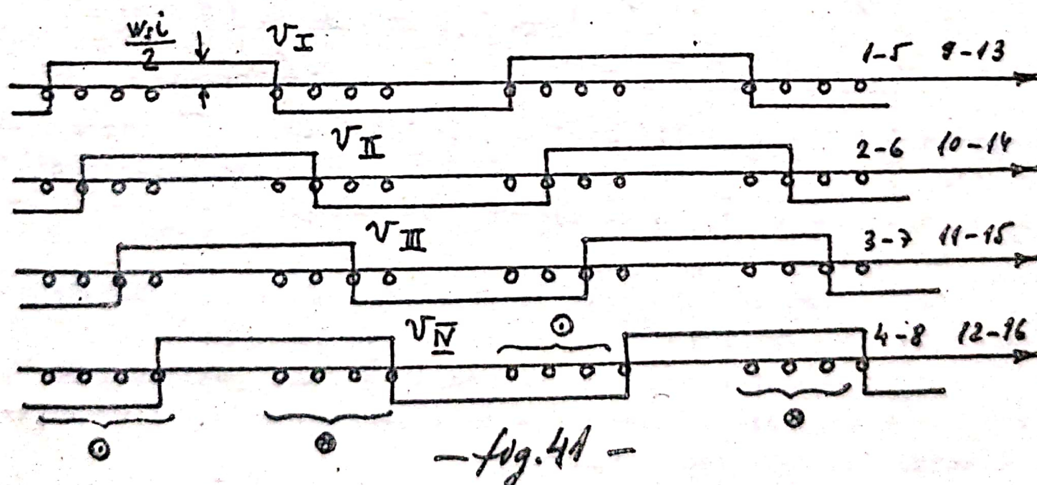
dacă în toate crestăturile avem acelaş w_s şi i (vom considera întotdeauna acest caz: cazurile mai complicate cu numere diferite de spire, sau cu crestare neuniformă depăşesc cadrul prezentului curs, fiind obiectul lucrărilor de specialitate).

Deoarece teoria şi funcţionarea maşinilor electrice se bazează pe ipoteza simplificatoare a repartiţiei sinusoidale a cîmpului magnetic în întrefier, efectele armonicilor superioare fiind considerate separat, prezintă interes aprecierea valorilor maxime ale armonicilor spaţiale ale curbei în trepte a lui $v(x)$. Desvoltarea directă în serie Fourier a lui $v(x)$ conduce datorită proprietăţilor de simetrie evidente ale funcţiei, la o sumă de forma:

(69) $$v(x) = V_{m\delta}^{(1)} \cos\frac{\pi x}{\tau} - V_{m\delta}^{(3)} \cos\frac{3\pi x}{\tau} + V_{m\delta}^{(5)} \cos\frac{5\pi x}{\tau} - \ldots$$

dar determinarea directă a coeficienţilor este dificilă. Din acest motiv se preferă o altă cale mai simplă, indirectă, bazată pe aplicarea principiului de suprapunere a efectelor, valabil la sistemele liniare (deci în ipoteza neglijării saturaţiei magnetice).

Pentru a aplica acest principiu, vom considera curba în trep-



— fig.41 —

te a lui $v(x)$ din fig.40, ca un rezultat al compunerii (prin adunarea ordonatelor) tensiunilor magnetice parţiale v_I, v_{II}, v_{III} şi v_{IV}, produse separat de înfăşurările cu bobine simple (1-5 cu 9-13), (2-6 cu 10-14), (3-7 cu 11-15) şi (4-8 cu 12-16) din fig.41.

În acest caz armonica spațială superioară de ordin (ν) a lui $v(x)$ pentru $q > 1$, va fi suma armonicilor spațiale de acelaș ordin ale tensiunilor magnetice $v_I \dots v_{IV}$, pentru care $q = 1$, mai ușoare de calculat, deoarece corespund unei repartiții dreptunghiulare, fără trepte, la care funcția este constantă (prima și a treia armonică sînt reprezentate prin linii întrerupte pe fig.26).

În raport cu axa de simetrie a unei bobine simple (axa ce trece prin punctul O din fig.26) luată ca origine pentru variabila x, se obține o desvoltare Fourier de forma lui (69) (cu alte valori ale coeficienților, bineînțeles), în care amplitudinea armonicii de ordin (ν) este dată de formula lui Fourier-Euler:

$$V_m^{(\nu)} = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} v(x)\cos\frac{\nu\pi x}{\tau}\,dx = \frac{1}{\tau}\int_{-\tau}^{+\tau} v(x)\cos\frac{\nu\pi x}{\tau}\,dx \tag{70}$$

Ținînd seama de caracterele de simetrie ale funcției, avem:

$$V_m^{(\nu)} = \frac{4}{\tau}\int_{0}^{+\tau/2} v(x)\cos\frac{\nu\pi x}{\tau}\,dx = \frac{4}{\tau}\cdot\frac{W_s i}{2}\int_{0}^{+\tau/2}\cos\frac{\nu\pi x}{\tau}\,dx = \tag{71}$$

$$= \frac{4}{\tau}\cdot\frac{W_s i}{2}\cdot\frac{\tau}{\nu\pi}\left[\sin\frac{\nu\pi x}{\tau}\right]_0^{\frac{\tau}{2}}$$

Calculînd integrala, obținem:

$$\boxed{V_m^{(\nu)} = \frac{1}{\nu}\cdot\frac{4}{\pi}\left(\frac{W_s i}{2}\right)\sin\frac{\nu\pi}{2} = \pm\frac{1}{\nu}\left(\frac{2}{\pi}W_s i\right)} \tag{72}$$

semnele + fiind valabile pentru ν = 1,5,9,13..., iar semnele − pentru ν = 3,7,11,15...., ceea ce justifică reprezentarea din figura 26, precum și forma de scriere din (69).

Se observă:

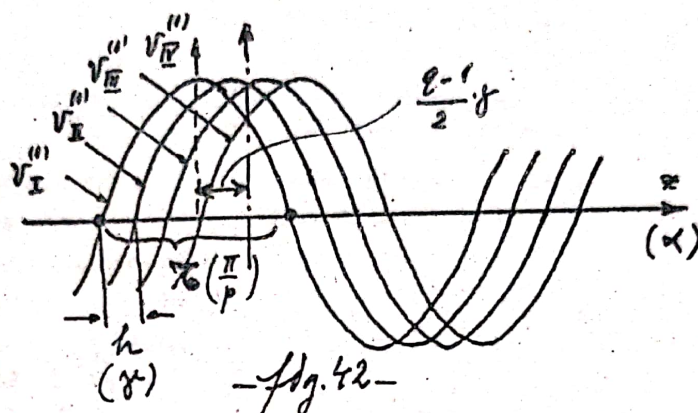
(1) - Armonica spațială fundamentală $v^{(1)}(x)$ are amplitudinea de $4/\pi$ ori mai mare decît amplitudinea lui $v(x)$.

(2) - Armonica spațială de ordin (ν) are amplitudinea de ν ori mai mică, decît fundamentala, deci mărimea armonicilor superioare scade cu creșterea ordinului.

Pentru a determina acuma armonica fundamentală a curbei lui $v(x)$ din fig.40, vom însuma armonicile fundamentale ale celor 4 curbe decalate uniform din fig.41, reprezentate pe fig.42.

Dacă alegem ca axă de referință pentru x axa de simetrie a tensiunii v_I (corespunde axei de simetrie a bobinei 1-5 la ti-

pul "A" din fig.36), expresiile analitice ale acestor armonici fundamentale vor fi (generalizăm pentru q oarecare):



– fig. 42 –

$$(73)\begin{cases} v_I^{(1)}(x) = V_m^{(1)} \cdot \cos\frac{\pi x}{\tau} \\ v_{II}^{(1)}(x) = V_m^{(1)} \cdot \cos\frac{\pi(x-h)}{\tau} \\ - - - - - - \\ v_{[q]}^{(1)}(x) = V_m^{(1)} \cdot \cos\frac{\pi[x-(q-1)h]}{\tau} \end{cases}$$

Deoarece este vorba de însumarea unor mărimi sinusoidale de aceeași perioadă, este preferabilă folosirea unei metode analoge cu cea fazorială, cunoscută de la teoria curenților alternativi sinusoidali (acolo însă, mărimile variază în timp, pe cînd în cazul acesta este vorba de o variație în spațiu, de unde și denumirea de "armonici spațiale"). Pentru introducerea unei astfel de metode, foarte fecundă în teoria mașinilor electrice, vom trece la exprimarea în coordonate unghiulare și vom folosi noțiunea de unghi electric introdusă la pct.2.2.2. anterior. Relațiile (73) devin, ținînd seama de (35) și (38) :

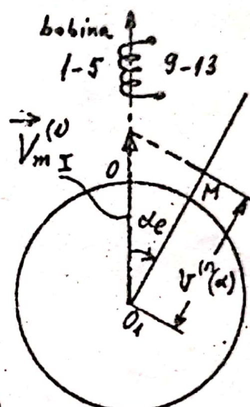
$$(74)\begin{cases} v_I^{(1)} = V_m^{(1)} \cdot \cos p\alpha = V_m^{(1)} \cos\alpha_e \\ v_{II}^{(1)} = V_m^{(1)} \cdot \cos p(\alpha-\gamma) = V_m^{(1)} \cos(\alpha_e - \gamma_e) \\ - - - - - - \\ v_{[q]}^{(1)} = V_m^{(1)} \cos p[\alpha-(q-1)\gamma] = V_m^{(1)} \cos(\alpha_e - (q-1)\gamma_e) \end{cases}$$

In aceste relații γ este unghiul la centru geometric, care corespunde decalajului spațial h de o crestătură:

(75) $$h = \frac{D}{2} \cdot \gamma$$

iar γ_e reprezintă aceeași mărime exprimată în unghi electric cu formula (40).

Pentru aplicarea metodei fazoriale vom considera așa numitul plan electric al secțiunii mașinii, care este un plan imaginar în care unghiurile din secțiunea transversală reală a mașinii se reprezintă prin valorile lor în grade electrice. In acest plan electric, tuturor punctelor din secțiunea reală distanțate la multipli de 2τ sau de $2\pi/p$ grade reale (radiani), le corespunde un punct unic. Acest lucru are o semnificație fizică fundamentală: în toate punctele considerate avem aceeași stare magnetică, deci d.p.v. magnetic ele reprezintă un acelaș punct. Folosirea consecventă a noțiunii de plan electric permite:



-fig.43-

1 - înlăturarea unor ambiguități și nedeterminări în alegerea axelor de referință (în fig.40 tot așa de bine se poate lua ca axă, axa de simetrie a următorului pol, de aceeași polaritate, expresiile armonicilor spațiale rămînînd neschimbate)

2 - definirea univocă a axei unei înfășurări (toate cele p axe de simetrie ale polilor de acelaș nume, care reprezintă axe de simetrie ale grupurilor de bobine, de tip "A" sau "B" numai, se contopesc în planul electric într-o singură axă, "axa înfășurării")

3 - definirea fazorilor spațiali ai tensiunii magnetice

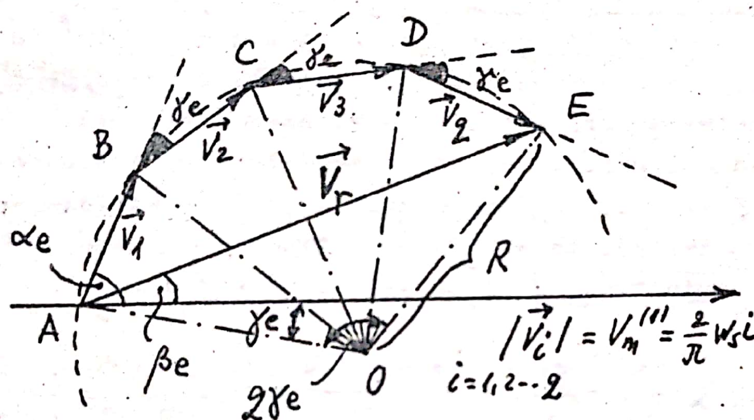
In legătură cu acest ultim punct, primul termen din (74) se reprezintă simbolic în planul electric prin fazorul spațial $\vec{V}_{m\,I}^{(1)}$ așezat pe axa înfășurării cu bobinele 1-5 și 9-13, avînd amplitudinea:

(76) $$V_m^{(1)} = \frac{2}{\pi} w_s i$$

rezultată din (72) și sensul corelat cu sensul curentului prin bobine, după regula burghiului drept (fig.43). Trecerea inversă de la $\vec{V}_{m\,I}^{(1)}$ la expresia valorii reale $v_I^{(1)}$ pentru punctul M din întrefier situat la unghiul α, se face ducînd axa O_1M la unghiul elec-

tric $\alpha_e = p.\alpha$ şi efectuînd proiecţia lui $\vec{V}_{mI}^{(1)}$ pe această axă (această proprietate va mai fi întîlnită şi în alte situaţii mai departe şi în cele ce urmează va fi denumită "teorema proiecţiei") Vom nota fazorii spaţiali prin săgeţi deasupra notaţiei, pentru a-i deosebi de fazorii de timp clasici notaţi cu linie (bară) dedesubtul notaţiei ($\vec{V}$, respectiv $\underline{U}$).

Pentru însumarea termenilor din (74) vom reprezenta fiecare termen prin fazorul spaţial corespunzător şi vom însuma fazorii după regula poligonului, obţinînd fazorul reprezentant al sumei căutate. Acest lucru este redat în fig.44, unde pentru simpli-



–fig.44–

ficare s-au notat cu $\vec{V}_1$ = AB , $\vec{V}_2$ = BC , ... $\vec{V}_q$ = DE.

Fazorul rezultant $\vec{V}_r$ = AE este determinat de amplitudinea $V_{mq}^{(1)}$ şi de "faza" βe . In raport cu axa de referinţă a lui $V_{I}^{(1)}$) aleasă şi pentru scrierea celorlalţi termeni din (74), el ocupă o poziţie dată de "defazajul" spaţial $\alpha e - \beta e$. Dacă se notează cu R raza cercului în care apare înscris poligonul ABCDE, avem:

$$(77) \quad \begin{cases} V_m^{(1)} = |\vec{V}_1| = 2R \sin\frac{\gamma e}{2} \\ V_{mq}^{(1)} = |\vec{V}_r| = 2R \sin\frac{q\gamma e}{2} \end{cases}$$

Dacă cele q înfăşurări cu bobine simple în care s-a descompus înfăşurarea iniţială la aplicarea suprapunerii efectelor, nu ar fi decalate reciproc, ci ar fi perfect suprapuse una peste alta în aceleaşi crestături, am avea în mod evident:

(78) $$V_{mq}^{(1)} = q \cdot V_m^{(1)} = q\left(\frac{2}{\pi} wsi\right)$$

Din cauza răsfirării prin decalare spațială uniformă este evident că în relația precedentă trebuie introdus un coeficient de corecție subunitar:

(79) $$\boxed{V_{mq}^{(1)} = k_q^{(1)} \cdot q \cdot V_m^{(1)} = \frac{2}{\pi} k_q^{(1)} q\, wsi}$$

Expresia acestui coeficient rezultă din (77) și (79):

(80) $$\boxed{k_q^{(1)} = \frac{\sin \frac{q\gamma_e}{2}}{q \cdot \sin \frac{\gamma_e}{2}}}$$

El se numește <u>factor de repartizare</u> (grupare) al înfășurării în simplu strat și depinde numai de configurația geometrică a înfășurării. Pentru o înfășurare dată, are o valoare constantă.

Din fig.44 mai rezultă pe lîngă amplitudinea fundamentalei $V_{mq}^{(1)}$ și defazajul spațial al tensiunii magnetice fundamentale rezultante față de fundamentala tensiunii magnetice $v_I^{(1)}$, care corespunde primului termen din (74), a cărui axă de simetrie s-a luat ca referință:

(81) $$\alpha_e - \beta_e = \frac{180^\circ - \gamma_e}{2} - \frac{180^\circ - q\gamma_e}{2} = \frac{q-1}{2} \cdot \gamma_e$$

Prin urmare, expresia tensiunii magnetice fundamentale rezultante este:

(82) $$v_r^{(1)} = v_I^{(1)} + v_{II}^{(1)} + \dots + v_{[q]}^{(1)} = V_{mq}^{(1)} \cdot \cos\left[\alpha_e - \frac{q-1}{2}\gamma_e\right]$$

Valoarea sa maximă se obține în $\alpha_e = \frac{q-1}{2} \cdot \gamma_e$, adică <u>în axa de simetrie a grupului de bobine</u> (fig.42), adică în axa unică a înfășurării întregi, dacă se consideră planul electric. De aceea dacă se adoptă această nouă axă ca axă de referință, expresia precedentă se va scrie mai simplu:

(83) $$\underline{v_r^{(1)}(\alpha_e) = V_{mq}^{(1)} \cdot \cos \alpha_e} \quad ; \quad \underline{v_r^{(1)}(\alpha) = V_{mq}^{(1)} \cos p\alpha}$$

sau în coordonate liniare, reale:

(84) $$\underline{v_r^{(1)}(x) = V_{mq}^{(1)} \cos \frac{\pi x}{\tau}}$$

Aceasta reprezintă primul termen din desvoltarea în serie Fourier de armonici spaţiale (69), adică armonica spaţială fundamentală, care prezintă o importanţă deosebită în studiul maşinilor electrice, deoarece explicarea funcţionării şi comportării lor se face în principal pe baza aproximării tensiunii magnetice reale din întrefier (şi a inducţiei magnetice) cu armonica fundamentală.

Intr-un mod asemănător se determină şi amplitudinile celorlalţi termeni din (69). Astfel pentru armonica de ordin (ν) vom avea de însumat armonicile de ordin (ν) ale curbelor decalate din fig.41, care se scriu ţinînd seama de (72) :

$$(85)\quad \begin{cases} v_{I}^{(\nu)}(x) = \frac{1}{\nu} V_m^{(1)} \cos \frac{\nu\pi x}{\tau} \\ v_{II}^{(\nu)}(x) = \frac{1}{\nu} V_m^{(1)} \cos \frac{\nu\pi (x-h)}{\tau} \\ - - - - - \\ v_{[q]}^{(\nu)}(x) = \frac{1}{\nu} V_m^{(1)} \cdot \cos \frac{\nu\pi [x-(q-1)h]}{\tau} \end{cases}$$

Procedînd într-un mod analog, se determină amplitudinea:

$$(86)\quad V_{mq}^{(\nu)} = k_q^{(\nu)} \cdot q \cdot \left(\frac{1}{\nu} V_m^{(1)}\right) = \frac{2}{\nu\pi} k_q^{(\nu)} \cdot q\, w_s i$$

în care coeficientul de corecţie are expresia:

$$(87)\quad k_q^{(\nu)} = \frac{\sin \frac{\nu q \gamma_e}{2}}{q \cdot \sin \frac{\nu \gamma_e}{2}}$$

Armonica de ordin (ν) va avea atunci expresia:

$$(88)\quad v_r^{(\nu)}(\alpha_e) = V_{mq}^{(\nu)} \cos \nu\alpha_e \quad ; \quad v_r^{(\nu)}(\alpha) = V_{mq}^{(\nu)} \cos \nu p \alpha$$

sau:

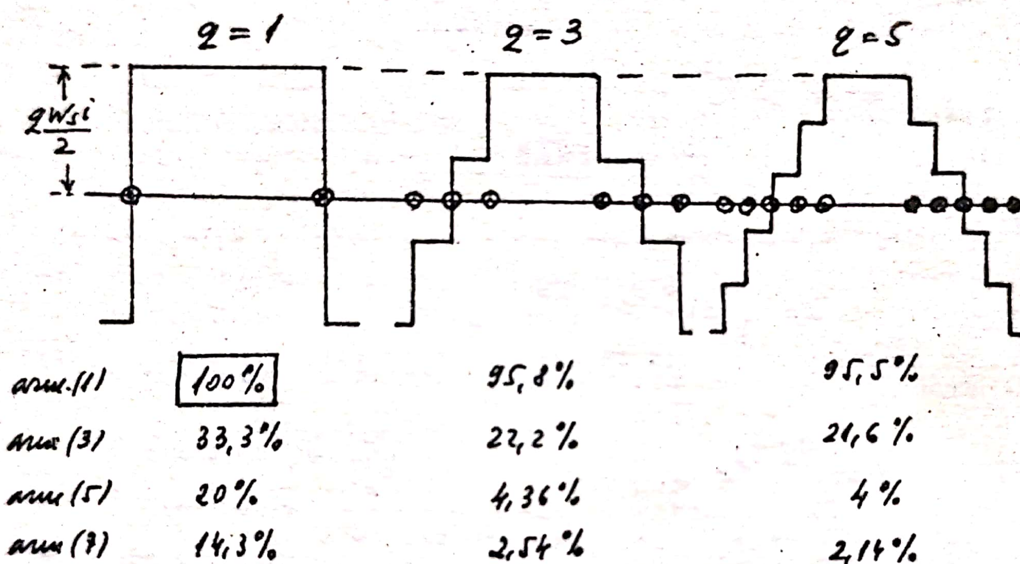
$$(89)\quad v_r^{(\nu)}(x) = V_{mq}^{(\nu)} \cos \frac{\nu\pi x}{\tau}$$

scrisă faţă de aceiaş axă ca şi (83), (84) adică axa înfăşurării.

Se observă că spre deosebire de cazul înfăşurării cu bobine simple (q = 1) la care amplitudinea armonicii (ν) este de

ν ori mai mică ca fundamentala, în cazul $q > 1$ acest raport se modifică cu raportul factorilor de repartizare, deci spectrul descompunerii Fourier se poate modifica în mod avantajos (în sensul reducerii armonicelor superioare și fără a afecta sensibil armonica fundamentală).

În fig.45 se reprezintă la scară trei cazuri corespunzînd valorilor q = 1 ; 3 ; 5 pentru o înfășurare ce ocupă zone date ale periferiei armăturii, avînd în toate cazurile aceiași valoare a produsului $q.w_s.i$ care determină amplitudinea reală maximă a tensiunii magnetice (a se vedea formula (68)). Sub figură sînt trecute în procente din armonica fundamentală pentru q = 1, armonicile principale pentru cele trei cazuri.



	q=1	q=3	q=5
arm.(1)	100%	95,8%	95,5%
arm (3)	33,3%	22,2%	21,6%
arm (5)	20%	4,36%	4%
arm (7)	14,3%	2,54%	2,14%

-fig.45-

Calculele s-au făcut pentru o înfășurare trifazată (zonele bobinate ocupă o treime din dublul pasului polar), pe baza formulelor (79), (80), (86) și (87). Putem să observăm următoarele:

1 - Creșterea numărului de bobine pe un grup q afectează puțin armonica fundamentală, care scade doar cu cîteva procente;

2 - Armonica a treia scade ceva mai mult, dar fără reduceri importante(scade cel mai mult de la q =1 la q = 3, cu 11%);

3 - Armonicile de ordin 5 și 7 scad substanțial sub 5% deja la q = 3.

4 - Efectele scăderii procentuale ale armonicilor nu mai marchează scăderi importante pentru creșterea în continuare a lui q:

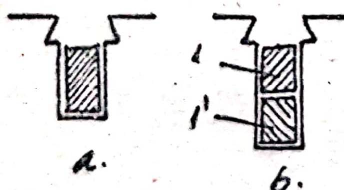
prin urmare nu se justifică folosirea unor valori foarte mari ale lui q (practic q ia valori în intervalul 3....8,valorile superioare fiind folosite la mașini de foarte mare putere).Mărirea lui q permite mai buna folosire a periferiei armăturii,permițînd obținerea unor cîmpuri puternice și creșterea geadului de uniformizare a încărcării magnetice și termice a mașinii.

Pentru reducerea în continuare a conținutului de armonici superioare se folosesc înfășurările în dublu strat,care permit prin așa numita scurtare a pasului chiar reducerea completă a unor armonici.

2.2.7 Cîmpul înfășurărilor în dublu strat.

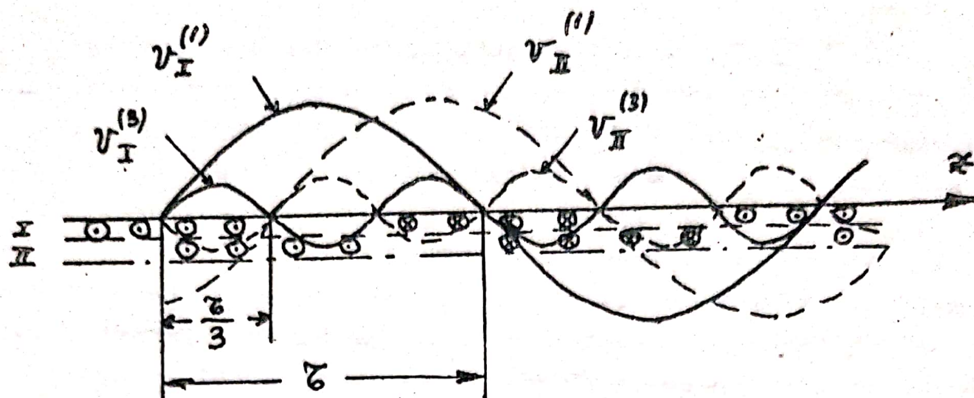
Trecerea în cursul desvoltării construcției mașinilor electrice de la înfășurările simplu strat la cele în dublu strat, a însemnat un mare pas înainte în îmbunătățirea funcționării și indicilor tehnico-economici a acestora.Aceste înfășurări asigură o mai bună utilizare a mașinii,mai ales în cazul mașinilor trifazate după cum vom vedea,permițînd din punct de vedere tehnologic o dispunere mai rațională a capetelor frontale ale bobinelor și mai ales,permițînd înbunătățirea formei de repartiție a cîmpului în întrefier prin scurtarea pasului.

Spre deosebire de înfășurările în simplu strat la care în fiecare crestătură se plasează doar o singură latură de bobină (fig. 46 a),la înfășurările în dublu strat se plasează <u>două laturi de bobine suprapuse</u> (fig.46 b),una 1 în stratul "superior",alta 1' în stratul inferior.



-fig.46-

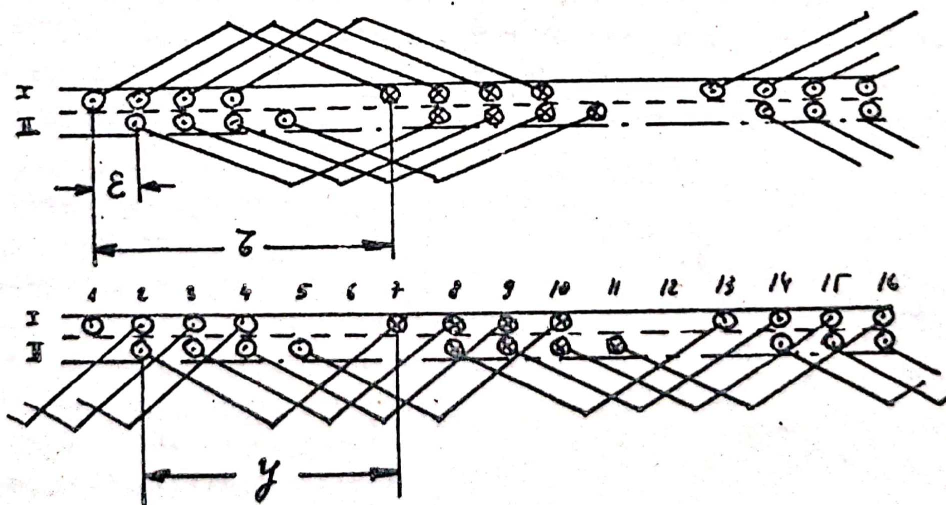
Să presupunem momentan că în cele 2 straturi sînt realizate independent două înfășurări simplu strat perfect identice, una în stratul superior,cealaltă în stratul inferior.Se poate arăta imediat că dacă se realizează o decalare spațială corespunzătoare a celor două straturi,putem anihil la complet o armonică spațială,fără ca să reducem prea mult armonica fundamentală.Acest lucru este arătat în fig.47,unde se arată anihilarea armonicii de ordin trei,ca urmare a decalării cu $\tau/3$ a celor două straturi.Este evident că pentru anihilarea armonicii de ordin (ν),decalarea este τ/ν .



-fig.47-

Dacă ne referim la tipul de înfășurare cu bobine egale ("A" pe fig.36) se constată că distanța y măsurată pe linia mediană din întrefier dintre o latură și cealaltă latură a aceleiași bobine denumită <u>pasul înfășurării</u> este egală cu pasul polar τ (intervalele dintre crestăturile 1-5-9-13 pe fig.35 sînt egale între ele și corespund pasului polar).Astfel de înfășurări se numesc <u>cu pas diametral</u> (din cauză că dacă p = 1,cele două laturi ale unei bobine sînt exact opuse diametral,ca în fig.20).

Putem transforma cele două straturi decalate,cu înfășurări cu pas diametral,în modul arătat în fig.48,bobinele avînd de data a-

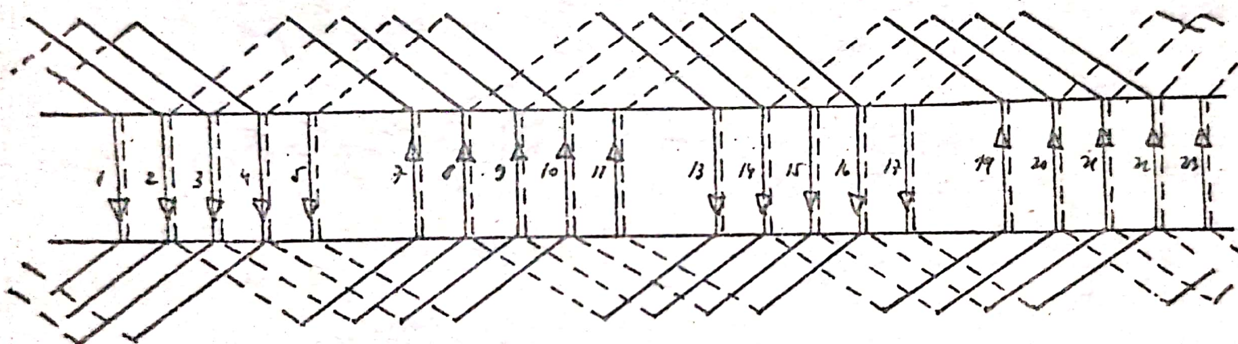


-fig.48-

ceasta o latură într-un strat și cealaltă latură în celălalt strat, iar pasul y (se mai numește și deschiderea bobinei) fiind mai mic ca τ, adică cu pas scurtat, mărimea $\varepsilon = \tau - y$ numindu-se scurtare.

In acest mod rezultă o înfășurare dublu strat cu pas scurtat, în cazul căreia rezultă o îmbunătățire a formei curbei tensiunii magnetice, deoarece prin alegerea potrivită a scurtării se pot anihila anumite armonici superioare spațiale supărătoare.

Aspectul unei asemenea înfășurări, pentru cazul analog celui din fig.35 (q=4 , 2p=4), este redat pe fig.49, într-o reprezentare desfășurată.

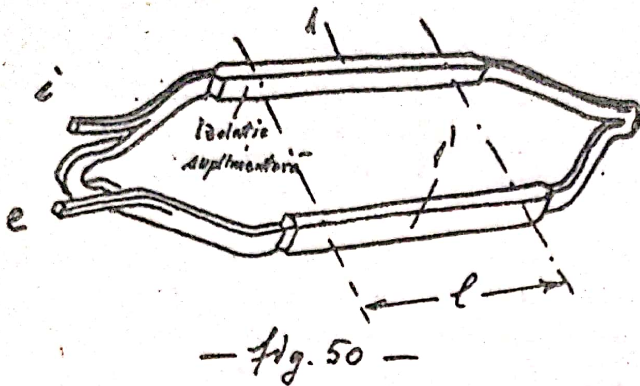


– fig. 49 –

Laturile de bobine din stratul superior sînt reprezentate cu linie plină, iar cele din stratul inferior cu linie întreruptă. Sensul de parcurgere a laturilor de către curentul electric, este dat de săgețile de pe desenul înfășurării, unde nu s-au mai figurat și legăturile dintre bobine, sau bornele înfășurării.

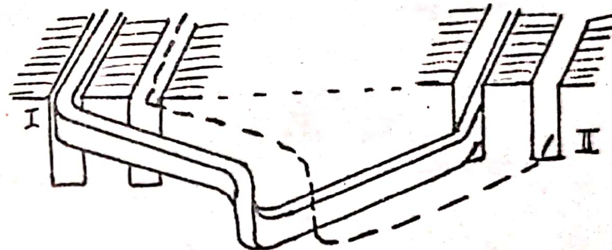
Se observă că avem crestături cu două laturi de bobine parcurse de curent (cele trei din mijloc, de ex.2,3,4), dar avem și crestături doar cu o singură latură de bobină parcursă de curent (cele laterale ca de ex.1,5).

Pentru dispunerea comodă a laturilor de bobine în zonele frontale, acestea se profilează corespunzător cu ajutorul șabloanelor, căpătînd forme ca în fig.50. In fig.51 se arată modul de dispunere al capetelor de bobine la înfășurarea dublu strat de tip coroană. Se remarcă lipsa încrucișărilor capetelor de bobine și dispunerea paralelă, ordonată și uniformă a mănunchiurilor de conductoare.



— fig. 50 —

În continuare ne vom ocupa de stabilirea expresiei armonicii fundamentale a tensiunii magnetice a înfășurării în dublu strat cu pas scurtat. Deoarece această înfășurare provine din două înfășurări simplu strat cu pas diametral decalate spațial cu scurtarea ε, vom avea de însumat două sinusoide ca cele din fig.52 unde se reprezintă și fazorii spațiali împreună cu compunerea lor.



— fig. 51 —

Unghiul electric care corespunde scurtării ε se determină din:

(90) $$\beta_e = p\beta = p\left(\frac{2\varepsilon}{D}\right) = 2p\frac{(\tau - y)\pi}{2p\tau} = \pi\left(1 - \frac{y}{\tau}\right)$$

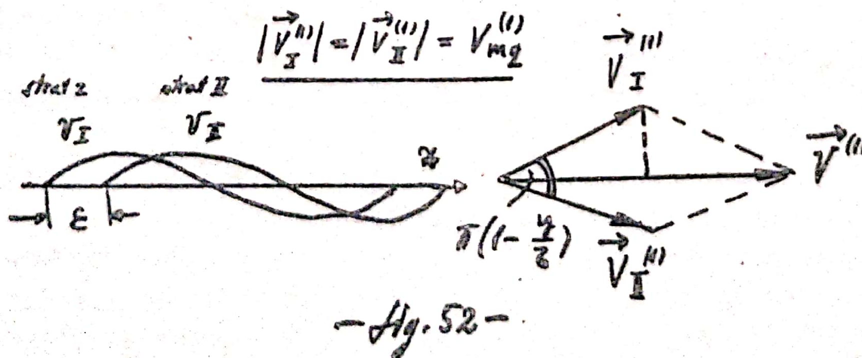
Amplitudinea tensiunii magnetice fundamentale va fi:

(91) $$V^{(1)} = 2V_{mq}^{(1)}\cdot\cos\frac{\pi}{2}\left(1 - \frac{y}{\tau}\right) = 2V_{mq}^{(1)}\sin\frac{\pi y}{2\tau}$$

Factorul:

(92) $$\boxed{k_s^{(1)} = \sin\frac{\pi y}{2\tau}}$$

subunitar, se numește <u>factor de scurtare</u>. El joacă un rol analog cu



— fig. 52 —

factorul de repartizare (grupare) (80) intervenind ca factor de corecţie datorită înlocuirii sumării aritmetice prin cea fazorială.

Ţinînd seama de expresia (79), putem scrie (91) sub forma:

(93) $$V^{(1)} = 2 k_s^{(1)} k_q^{(1)} \cdot \frac{2}{\pi} q w_s i$$

Putem da acestei expresii a fundamentalei tensiunii magnetice o formă mai compactă. Pentru aceasta observăm:

1 - produsul celor doi factori de corecţie subunitari se notează prin:

(94) $$k_w^{(1)} = k_s^{(1)} \cdot k_q^{(1)}$$

mărime pe care o vom numi factor de bobinaj (înfăşurare) faţă de armonica fundamentală ;

2 - produsul

(95) $$W = 2 p q w_s$$

reprezintă numărul total de conductoare dincrestăturile bobinate ale înfăşurării, egal cu numărul total de spire în serie al înfăşurării W ;

Cu aceste observaţii expresia (93) devine:

(96) $$\boxed{V^{(1)} = \frac{2}{\pi} \frac{k_w^{(1)} W}{p} \cdot i}$$

una din expresiile fundamentale din studiul maşinilor electrice. Produsul $k_w^{(1)} W$ se mai numeşte şi "numărul echivalent de spire" al înfăşurării, pe o pereche de poli. In adevăr, comparînd (96) cu armonica fundamentală (72) pentru o înfăşurare cu bobine simple, şi considerînd p = 1, se observă că produsul $k_w^{(1)} W$ joacă rolul lui w_s !!

La maşini de mare putere cu curenţi puternici se execută înfăşurări cu mai multe căi de curent în paralel, în număr de a, identice. Dacă notăm curentul printr-o cale cu i_a, formula (96) se va scrie:

(97) $$V^{(1)} = a\left(\frac{2}{\pi} \frac{k_w^{(1)} W}{p} i_a\right) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{k_w^{(1)} W}{p} (a i_a)$$

deci rămîne valabilă sub forma iniţială, dacă prin i se înţelege curentul total la borne !

Dacă se adoptă ca axă de referință axa de simetrie a oricărui grup de bobine, expresia repartiției în întrefier a fundamentalei tensiunii magnetice a unei înfășurări se va scrie:

(98) $$v^{(1)}(x) = V^{(1)} \cos \frac{\pi x}{\tau}$$

sau în coordonate unghiulare:

(99) $$v^{(1)}(\alpha) = V^{(1)} \cos p\alpha$$

Se observă imediat că folosind planul electric și noțiunea de fazor spațial, teorema proiecției (fig.43) rămîne valabilă pentru fazorul de amplitudine (96), de pe axa unică a înfășurării.

In ceea ce privește armonicile spațiale superioare ale înfășurării în dublu strat, se folosește aceeași compunere din fig.52, observînd că decalajul lor spațial se modifică din cauză că numărul de poli ce corespunde armonicii de ordin (ν) este $p_\nu = \nu \cdot p$ (fig.53). Din acest motiv, decalajul spațial ε în raport cu fundamentalele din fig.52, apare ca decalaj $\nu \cdot \varepsilon$ în raport cu armonicile de ordin (ν). Urmînd o cale analogă cu cea dată de expresiile (90) și (91) se obține pentru amplitudine:

(100) $$V^{(\nu)} = 2 V_{mq}^{(\nu)} \cdot \sin \frac{\nu \pi y}{2\tau}$$

în care factorul de scurtare este:

(101) $$\boxed{k_s^{(\nu)} = \sin \frac{\nu \pi y}{2\tau}}$$

Ținînd seama de (86) și (95) (în care nu apare p_ν ci p !) se ajunge la expresia:

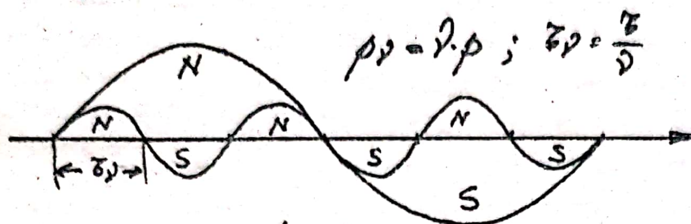
(102) $$\boxed{V^{(\nu)} = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{k_w^{(\nu)} W}{p} i}$$

a amplitudinii armonicei de ordin (ν), în care:

(103) $$k_w^{(\nu)} = k_s^{(\nu)} \cdot k_q^{(\nu)}$$

cu expresiile (87) și (101). Expresia repartiției față de aceeași axă ca (98) este:

(104) $$v^{(\nu)}(x) = \pm V^{(\nu)} \cdot \cos \frac{\nu \pi x}{\tau}$$ (+ pt. $\nu = 5, 9, 13 \ldots$) (− pt. $\nu = 3, 7, 11 \ldots$)



-fig.52-

Printr-o alegere potrivită a scurtării, respectiv a pasului y se pot reduce total unele armonici superioare, fără o reducere prea mare a fundamentalei.

Pentru aceasta este suficient să anulăm $k_s^{(\nu)}$ pentru armonica dorită, păstrînd în acelaș timp o valoare a lui $k_s^{(1)}$ cît mai aproape de unitate:

(105) $$\begin{cases} k_s^{(\nu)} = \sin \dfrac{\nu \pi y}{2\tau} = 0 \\ k_s^{(1)} = \sin \dfrac{\pi y}{2\tau} \cong 1 \end{cases}$$

De aci rezultă pasul raportat:

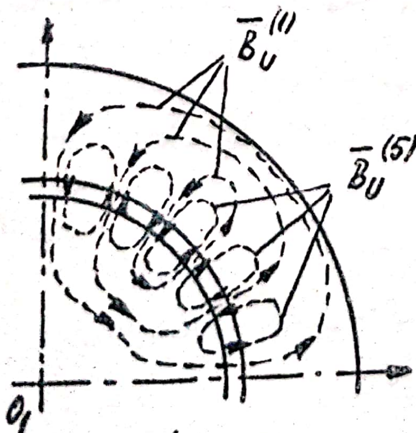
(106) $$\frac{y}{\tau} = \frac{2k}{\nu}$$

în care întregul k se alege astfel ca (106) să fie cît mai apropiat de unitate.

De exemplu, pentru anularea completă a armonicii de ordin 5, rezultă:

$$y = \frac{4}{5}\tau = 0{,}8 \cdot \tau$$

valoare în jurul căreia se situează pasul majorității înfășurărilor.



-fig.53-

Efectele armonicilor spațiale superioare ale tensiunii magnetice se neglijează de obicei în studiul fenomenelor de bază din mașinile electrice, admițînd expresia (98), (99) drept expresie a tensiunii magnetice reale, cu amplitudinea (96). Cu toate acestea, prezența acestor armonici se face simțită în anumite fenomene, din care vom aminti aci creșterea fluxurilor de scăpări.

Dacă se consideră exemplul din fig.53 pentru o maşină cu 4 poli,în care se arată spectrul simplificat al liniilor de cîmp pentru armonica fundamentală ($\overline{B}_u^{(1)}$) şi pentru armonica a cincea ($\overline{B}_u^{(5)}$),se constată că liniile de cîmp ale acesteia din urmă se închid pe trasee în mare parte comune cu cele ale cîmpurilor de scăpări (acest lucru devine evident dacă presupunem că avem un număr de crestături egal cu 5,pe pol).Deşi sînt linii de cîmp ce aparţin cîmpului util ,în teoria maşinilor electrice bazată pe aproximarea cîmpului real prin prima armonică se consideră cîmpurile produse de armonicile superioare drept cîmpuri de scăpări (aşa numitele scăpări diferebţiale) care se adaugă celor 3 componente studiate la pct.2.2.3.

2.2.8. Cîmpul înfăşurărilor monofazate.

Pînă acum am considerat cazul armăturilor fixe prevăzute cu înfăşurări în care circulă curentul constant i.In maşinile electrice cel puţin una din armături se roteşte,iar curentul variază în general în timp.De aceea începînd cu prezentul capitol vom studia cazuri mai generale,întîlnite des în funcţionarea maşinilor .

Să considerăm o înfăşurare în care de data aceasta curentul nu mai este constant,ci variază cosinusoidal în timp,fiind un curent alternativ de pulsaţie ω :

$$i = I_m \cdot \cos \omega t = I\sqrt{2} \cdot \cos \omega t \tag{107}$$

Cîmpul magnetic produs fiind proporţional cu curentul,va varia alternativ în timp,deci tensiunea magnetică în întrefier va fi o funcţie de două variabile,poziţia din întrefier x şi timpul t.Dacă aproximăm tensiunea magnetică reală prin armonica spaţială fundamentală şi ţinem seama de (96),(98) şi (107),vom avea următoarea expresie:

$$v^{(1)}(x,t) = V^{(1,1)} \cdot \cos \frac{\pi x}{\tau} \cdot \cos \omega t \tag{108}$$

în care am notat amplitudinea maximă în timp şi spaţiu cu:

$$\boxed{V^{(1,1)} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{k_w^{(1)} W}{p} \cdot I} \tag{109}$$

Notația superioară cu doi indici servește la specificarea ordinelor armonicelor de timp și spațiu. Astfel, dacă se consideră armonica (ν) spațială și armonica (λ) de curent:

(110) $$i^{(\lambda)} = I_\lambda \cdot \sqrt{2} \cdot \cos \lambda \omega t$$

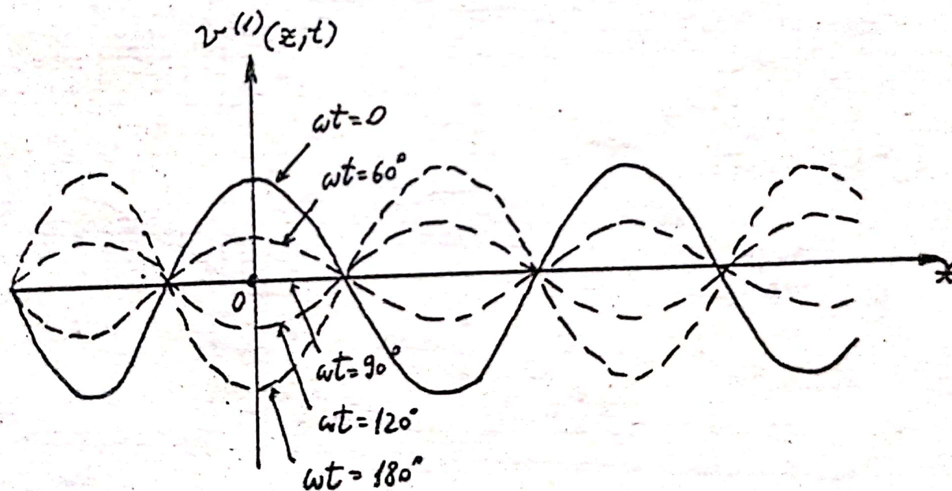
avem corespunzător:

(111) $$v^{(\nu,\lambda)}(x,t) = V^{(\nu,\lambda)} \cdot \cos \frac{\nu \pi x}{\tau} \cdot \cos \lambda \omega t$$

în care:

(112) $$V^{(\nu,\lambda)} = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{k_w^{(\nu)} W}{p} \cdot I_\lambda$$

Să reprezentăm repartiția în spațiu (față de variabila x) dată de expresia (108), la diferite momente de timp, stabilite prin intermediul lui ωt, așa cum se arată în fig.54.



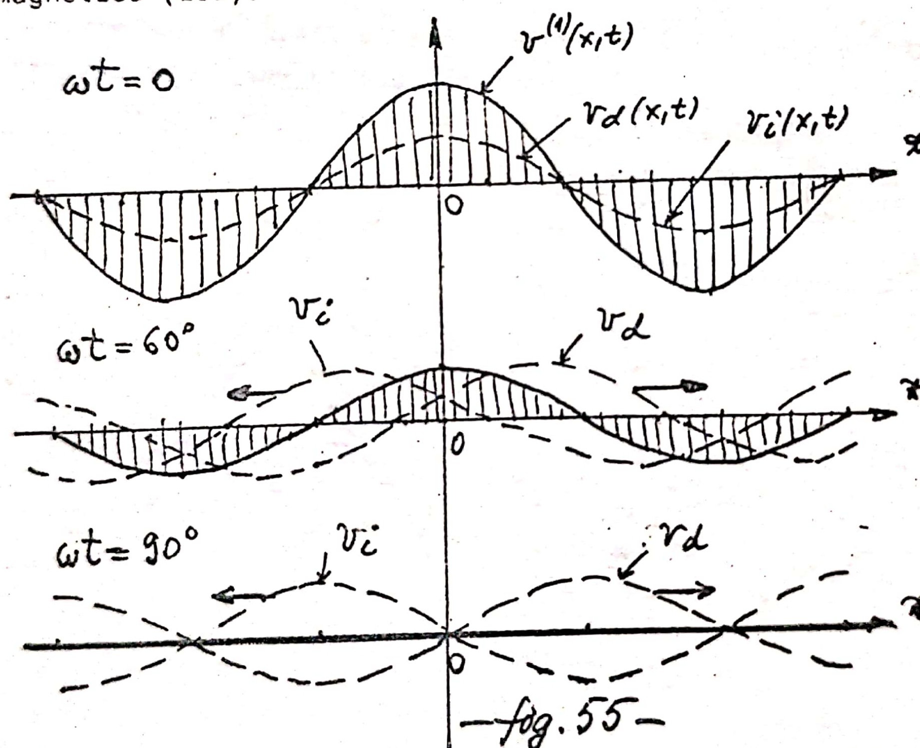
-fig.54-

Se observă că în întrefier apare un cîmp magnetic fix în spațiu (maximele cîmpului și punctele unde se anulează, sînt mereu în aceleași locuri) și alternativ în timp (valoarea și sensul cîmpului variază în timp, în mod periodic), care seamănă cu o undă staționară, avînd nodurile la mijlocul zonelor bobinate, iar ventrele în dreptul axelor de simetrie ale înfășurării. In cele ce urmează vom numi un astfel de cîmp, cîmp pulsatoriu.

Este evident că un astfel de cîmp, la fel ca o undă staționară, se poate considera ca rezultat al suprapunerii a <u>două unde ce se propagă în sensuri opuse</u>. Pentru aceasta este suficient să transformăm produsul celor două funcții cosinus, obținînd descompunerea:

$$(113)\quad v^{(1)}(x,t) = \underbrace{\frac{V_m^{(1,1)}}{2}\cos\left(\frac{\pi x}{\tau}-\omega t\right)}_{v_d(x,t)} + \underbrace{\frac{V_m^{(1,1)}}{2}\cos\left(\frac{\pi x}{\tau}+\omega t\right)}_{v_i(x,t)}$$

În fig.55 se arată pozițiile acestor unde la momentele de timp $\omega t = 0$, $60°$ și $90°$, precum și suma lor care reprezintă tensiunea magnetică (108).



-fig.55-

Se observă că ambii termeni din (113) satisfac <u>ecuația undelor</u>:

$$(114)\quad \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \left(\frac{\tau\omega}{\pi}\right)^2\cdot\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$$

în care după cum se știe coeficientul din membrul doi reprezintă <u>viteza de propagare</u>, adică:

$$(115)\quad v = \frac{\tau\omega}{\pi} = 2f\tau$$

Din punct de vedere fizic,ea reprezintă viteza cu care ar trebui să se deplaseze un observator în lungul întrefierului,pentru ca "să vadă" în dreptul său o valoare constantă a tensiunii magnetice.In adevăr,dacă impunem:

$$\frac{\pi x}{\tau} \pm \omega t = const. \qquad (116)$$

și dacă diferențiem această relație,rezultă:

$$\frac{\pi}{\tau} \cdot dx \pm \omega \cdot dt = 0 \qquad (117)$$

din care avem imediat viteza de propagare;cele două unde de tensiune magnetică au aceleași viteze , aceleași amplitudini (jumătate din cea inițială),dar sensuri contrare.Ele dau naștere în întrefier,la două cîmpuri magnetice învîrtitoare circulare (adică de amplitudini constante).

Dacă folosim coordonate unghiulare,expresia (108) trebuie scrisă:

$$v^{(1)}(\alpha,t) = V^{(1,1)} \cdot \cos p\alpha \cdot \cos \omega t \qquad (118)$$

iar descompunerea (113) se scrie:

$$v^{(1)}(\alpha,t) = \frac{V^{(1,1)}}{2} \cos(p\alpha - \omega t) + \frac{V_m^{(1,1)}}{2} \cos(p\alpha + \omega t) \qquad (119)$$

Viteza unghiulară reală de deplasare a undelor rezultă fie din condiția:

$$p\alpha \pm \omega t = const. \qquad (120)$$

prin diferențiere,fie din (115) în care se ține seama de relațiile:

$$v = \frac{D}{2}\Omega \qquad \omega = 2\pi f \qquad \tau = \frac{\pi D}{2p} \qquad (121)$$

Rezultă:

$$\boxed{\Omega = \frac{\omega}{p}} \qquad (122)$$

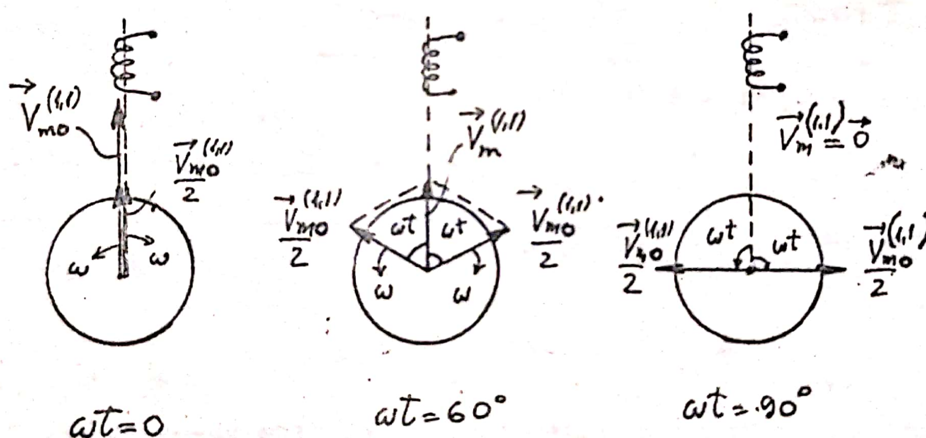
o formulă deasemenea fundamentală în teoria mașinilor electrice. Dacă se folosesc în loc de rad/s unitățile practice rot/min,se poate scrie pentru turația (viteza de rotație) n,formula:

(123) $$n = \frac{60f}{p} \quad ; \quad f\,[Hz]$$

Putem extinde reprezentarea simbolică fazorială de la 2.2.6. şi în cazul acesta. Expresiei (118) îi corespunde în planul electric al secţiunii maşinii un fazor spaţial de amplitudine:

$$V_m^{(1,1)} = V^{(1,1)} \cos\omega t$$

variabilă în timp, situat pe axa înfăşurării, deci de poziţie fixă. In acelaş timp, termenilor descompunerii din (119) li se poate face să corespundă fazori spaţiali de amplitudini constante $\frac{1}{2}V^{(1,1)}$ care se rotesc cu vitezele ω în planul electric, în sensuri opuse, formînd cu axa înfăşurării la momentul t, unghiuri de ωt grade electrice. Fiecare undă învîrtitoare se poate reprezenta deci prin fazor spaţial rotitor. Pe această cale descompunerii (119) i se poate da o imagine fazorială reprezentată în fig.56, pentru aceleaşi valori ale lui ωt ca în fig.55.



-fig.56-

Comparînd între ele cele două metode de compunere-descompunere din fig.55 şi 56, se observă imediat avantajul metodei fazoriale, mai comodă şi intuitivă.

Rezumînd cele spuse, se constată că o înfăşurare (monofazată) prin care trece curent alternativ sinusoidal, produce un cîmp pulsatoriu, echivalent cu două cîmpuri învîrtitoare circulare, opuse. Viteza de deplasare, depinde esenţial de frecvenţa curentului.

Dacă presupunem că armătura cu înfăşurarea considerată se roteşte (de exemplu, cea rotorică) într-un sens, cu o viteză Ω_r, vitezele celor două cîmpuri învîrtitoare faţă de cealaltă armătură (statorică) nu vor mai fi egale. Aplicînd teorema compunerii vitezelor unghiulare, cele două viteze vor fi:

$$\Omega_d = \Omega + \Omega_r$$

(124)

$$\Omega_i = -\Omega + \Omega_r$$

(s-a presupus rotirea armăturii în sensul cîmpului direct v_d, adică în sensul în care se consideră pozitive x şi α). In cazul particular cînd $\Omega_r = \Omega$,unul din cele două cîmpuri învîrtitoare (cel invers) devine fix (deci constant în timp) faţă de armătura fixă (statorul), deşi continuă să apară în mişcare faţă de armătura în mişcare. Se observă deci, că în maşinile electrice la care totdeauna una din armături se află în mişcare, un acelaş cîmp magnetic poate să apară în moduri foarte diferite, funcţie de armătura în raport cu care se consideră punctele din întrefier.

2.2.9. Cîmpul înfăşurărilor trifazate. Producerea cîmpurilor magnetice învîrtitoare pe cale electrică.

Infăşurările monofazate prezintă dezavantajele lăsării libere a unui număr anumit de crestături ale armăturii (dacă s-ar folosi şi acestea sporul de tensiune magnetică d.p.v.al fundamentalei ar fi mic, iar forma de undă s-ar strica, căci din trapezoidală ar deveni triunghiulară), precum şi imposibilitatea de a produce un cîmp magnetic învîrtitor unic, fără deplasarea armăturii.

Infăşurările polifazate nu au aceste dezavantaje, permiţînd o mult mai bună folosire a spaţiului şi producerea simplă a unui singur cîmp magnetic învîrtitor. O înfăşurare polifazată comportă un număr de m înfăşurări monofazate identice, numite "fazele" maşinii (a nu se confunda cu noţiunea de fază d.p.v.al defazării) numărul m fiind numărul de faze al maşinii. Aceste m faze sînt plasate în crestăturile aceleiaşi armături, fiind decalate spaţial în mod uniform la unghiuri electrice de $2\pi/m$ (excepţie face doar înfăşurarea bifazată la care decalarea este de $\frac{\pi}{2}$ grade electrice.)

Dacă se ţine seama de faptul că o bobină ocupă două crestături,că un grup de bobine are q bobine,iar o înfăşurare simplu strat are p grupuri de bobine,rezultă că numărul total de crestături al unei înfăşurări m-fazate este:

$$Z = 2pmq \qquad (125)$$

Din această formulă rezultă noua denumire a lui q,ca număr de crestături pe pol şi fază pe care o vom folosi de acum înainte.

Principiile de realizare ale înfăşurărilor polifazate rezultă cel mai clar prin considerarea unui exemplu concret.Vom considera o înfăşurare trifazată (m = 3),care să producă un cîmp magnetic cu 2p = 4 poli.Pentru a nu complica prea tare desenul înfăşurării ne vom limita la q = 2.

Numărul total de crestături al armăturii este după (125):

$$Z = 4.3.2 = 24 \text{ crestături}$$

Distanţele la periferia armăturii în întrefier,le vom măsura în intervale de crestături,care reprezintă o unitate mai comodă în studiul înfăşurărilor.Calculăm mai întîi pasul polar τ în intervale de crestături (i.c.):

$$\tau = \frac{Z}{2p} = \frac{24}{4} = 6 \text{ i.c.}$$

Alegem apoi pasul înfăşurării ,egal aproximativ cu 80% din pasul polar,din motivele expuse la pct.2.2.7.,pe care-l rotunjim la un număr întreg de i.c.Astfel:

$$y = 0{,}8\cdot\tau = 0{,}8\cdot 6 = 4{,}8 \quad \text{deci} \quad y = 5 \text{ i.c.}$$

Determinăm în continuare decalajul spaţial în i.c. dintre fazele înfăşurării.Unghiul geometric,real,dintre două crestături vecine este:

$$\eta = \frac{2\pi}{Z} = \frac{360^\circ}{24} = 15^\circ$$

Unghiul electric care corespunde unui interval de crestătură este atunci:

$$\eta_e = p\cdot\eta = 2\cdot 15^\circ = 30^\circ$$

Deoarece între două faze avem unghiul electric $\frac{2\pi}{m} = \frac{2\pi}{3} = 120^\circ$ rezultă că decalajul între faze în i.c.va fi dat de relaţia:

$$\xi_e = \frac{Z}{p\cdot m} = \frac{120^\circ}{30^\circ} = 4 \text{ i.c}$$

Pe baza datelor calculate se trece la realizarea înfăşurării,repartizînd laturile de bobine din crestăturile numerotate de la 1 la 24 pe faze.Acest lucru se face cel mai comod presupunînd înfăşurarea de tipul cu bobine egale şi alcătuind un tabel de repartizare ca cel alăturat.Pentru repartizare vom pleca de la faza A,căreia îi repartizăm bobina 1-6 cu latura de ducere în stratul I şi cea de întoarcere în stratul II.Pentru a respecta principiile de simetrie trifazată,imediat ce repartizăm o bobină unei faze,repartizăm bobine identice celorlalte faze,la decalajul necesar în i.c. dat de ξ_e ,adică în cazul nostru 4 i.c.Observăm că distanţa dintre cele două laturi ale bobinelor este egală cu pasul y = 5 i.c.Bobinele analoge lui 1-6 de pe celelalte faze sînt deci 5-10 şi 9-14 după care peste 4 crestături revenim la o bobină a fazei A ş.a.m.d.pînă ce se încheie un parcurs al periferiei armăturii (primele două rînduri din tabel).

Faza A		Faza B		Faza C	
I	II	I	II	I	II
1	6	5	10	9	14
13	18	17	22	21	2
2	7	6	11	10	15
14	19	18	23	22	3
20	1	24	5	4	9
8	13	12	17	16	21
19	24	23	4	3	8
7	12	11	16	15	20

In continuare,repartizăm fazei A bobina alăturată 2-7 şi efectuăm al doilea parcurs de repartizare (următoarele două rînduri din tabel).Deoarece q = 2 şi laturile superioare din crestăturile 1 şi 2 au fost alocate,se trece la alocarea laturilor inferioare din crestăturile 1 şi 24 (ultimele patru rînduri din tabel),necesare asigurării scurtării alese a pasului,de un i.c.

In fig.57 de pe pagina următoare se arată aspectul înfăşurării,bobinele celor trei faze fiind desenate diferit (faza A cu linie continuă , faza B cu linie-punct ,iar faza C cu puncte-puncte) Dedesubtul înfăşurării se arată zonele ocupate de cele trei faze în ambele straturi ale înfăşurării,care pun în evidenţă existenţa unor crestături parcurse de un acelaş curent al unei faze şi crestături parcurse de către doi curenţi,ce aparţin unor faze diferite. Se mai observă că sensul în care se succed cele trei faze (de la stînga la dreapta pe fig.57) este invers sensului în care se succed zonele bobinate ale fazelor !

In mod evident,înfăşurarea din fig.57 poate fi realizată şi în alte variante (cu bobine concentrice).

Pe fig.58 este reprezentată o secţiune transversală prin maşină,cu zonele bobinate,pe care este dusă axa de referinţă în raport

$$(127)\quad v_C^{(1)}(x,t) = V^{(1,1)}\cdot\cos\frac{\pi}{\tau}\left(x - \frac{4}{3}\tau\right)\cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

In continuare aplicăm descompunerea fiecărui termen din (127) în unde directe şi inverse stabilită la pct.2.2.8. obţinînd:

$$v_A^{(1)} = \frac{V^{(1,1)}}{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi x}{\tau} - \omega t\right) + \frac{V^{(1,1)}}{2}\cos\left(\frac{\pi x}{\tau} + \omega t\right)$$

$$(128)\quad v_B^{(1)} = \frac{V^{(1,1)}}{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi x}{\tau} - \omega t\right) + \frac{V^{(1,1)}}{2}\cos\left(\frac{\pi x}{\tau} + \omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

$$v_C^{(1)} = \frac{V^{(1,1)}}{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi x}{\tau} - \omega t\right) + \frac{V^{(1,1)}}{2}\cos\left(\frac{\pi x}{\tau} + \omega t - \frac{8\pi}{3}\right)$$

Tensiunea magnetică fundamentală rezultantă se obţine prin însumarea tuturor termenilor din (128);suma celor trei termeni defazaţi cu $\frac{4\pi}{3}$ fiind nulă,obţinem:

$$(129)\quad \boxed{v^{(1)} = v_A^{(1)} + v_B^{(1)} + v_C^{(1)} = \frac{3}{2}\cdot V^{(1,1)}\cdot\cos\left(\frac{\pi x}{\tau} - \omega t\right)}$$

adică expresia unei unde învîrtitoare unice.Cîmpul magnetic corespunzător se poate determina din (42).

Să ne pprim puţin asupra rezultatului obţinut.Constatăm că o înfăşurare trifazată în repaus,parcursă de un sistem trifazat de curenţi simetric,produce în întrefier o undă învîrtitoare a tensiunii magnetice fundamentale,care are următoarele caracteristici:

1 - amplitudinea este constantă,egală cu 3/2 din amplitudinea tensiunii magnetice a unei faze (în cazul general a m faze,este de m/2 ori mai mare !)

2 - viteza de deplasare în întrefier a undei este constantă şi egală cu una din expresiile (115),(122),(123) ; un cîmp magnetic caracterizat de aceste două proprietăţi (1) şi (2) se numeşte cîmp magnetic învîrtitor circular.

3 - sensul de deplasare al undei în întrefier este sensul direct (al valorilor pozitive ale lui x),deci sensul succesiunii fazelor ; rezultă că orice schimbare a două legături la reţea între ele (schimbare a două faze) conduce la inversarea sensului de deplasare a undei.

4 - poziţia în întrefier la un moment dat de timp a undei, dată prin coordonata punctului în care unda are amplitudine maximă (axă a cîmpului) se obţine din (129) prin anularea parantezei:

(130) $$x = \frac{\tau\omega t}{\pi}$$

Dacă se consideră coordonate unghiulare, rezultă:

(131) $$\alpha = \frac{2x}{D} = \frac{2\tau\omega t}{\pi D} = \frac{2\left(\frac{\pi D}{2p}\right)\omega t}{\pi D} = \frac{\omega t}{p}$$

ceea ce în grade electrice înseamnă:

(132) $$\underline{\alpha_e = p\alpha = \omega t}$$

Rezultă că <u>axa cîmpului din întrefier coincide cu axa fazei în care curentul instantaneu are valoarea maximă</u> (exemplu: pentru ωt = 0 curentul este maxim în faza A iar unda are maximul după (132) în α_e = 0, deci axa fazei A ; pentru $\omega t = \frac{2\pi}{3}$ curentul este maxim în faza B iar unda are maximul după (132) în $\alpha_e = \frac{2\pi}{3}$ deci în axa fazei B etc..)

Ţinînd seama de (109) putem pune (129) sub formele echivalente:

(133) $$\begin{cases} v^{(1)}(x,t) = V_m \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{\tau} - \omega t\right) \\ v^{(1)}(\alpha,t) = V_m \cos(p\alpha - \omega t) = V_m \cos(\alpha_e - \omega t) \end{cases}$$

în care amplitudinea este:

(134) $$V_m = \frac{3}{2}\left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi}\cdot\frac{k_w^{(1)} W}{p}\right) I$$

Să vedem acum ce se întîmplă cu armonicile spaţiale superioare. Dacă luăm în considerare armonica spaţială de ordin (ν), cele trei faze vor produce în întrefier tensiunile magnetice:

(135) $$v_A^{(\nu)}(x,t) = V^{(\nu,1)} \cdot \cos\frac{\nu\pi x}{\tau} \cdot \cos\omega t$$

$$v_B^{(\nu)}(x,t) = V^{(\nu,1)} \cos \frac{\nu\pi}{\tau}\left(x - \frac{2}{3}\tau\right) \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

(135)

$$v_C^{(\nu)}(x,t) = V^{(\nu,1)} \cdot \cos \frac{\nu\pi}{\tau}\left(x - \frac{4}{3}\tau\right) \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

în care amplitudinea maximă în timp şi spaţiu este:

(136) $$V^{(\nu,1)} = \frac{1}{\nu}\left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{k_w^{(\nu)} W}{p}\right) I$$

unde s-a ţinut seama de (102) şi de faptul că $I_m = \sqrt{2}.I$.

Dacă descompunem în unde directe şi inverse (135) avem:

(137) $$\begin{cases} v_A^{(\nu)} = \dfrac{V^{(\nu,1)}}{2} \cos\left(\dfrac{\nu\pi x}{\tau} + \omega t\right) + \dfrac{V^{(\nu,1)}}{2} \cos\left(\dfrac{\nu\pi x}{\tau} - \omega t\right) \\ v_B^{(\nu)} = \dfrac{V^{(\nu,1)}}{2} \cdot \cos\left(\dfrac{\nu\pi x}{\tau} + \omega t - (\nu+1)\dfrac{2\pi}{3}\right) + \dfrac{V_m^{(\nu,1)}}{2} \cos\left(\dfrac{\nu\pi x}{\tau} - \omega t - (\nu-1)\dfrac{2\pi}{3}\right) \\ v_C^{(\nu)} = \dfrac{V^{(\nu,1)}}{2} \cos\left(\dfrac{\nu\pi x}{\tau} + \omega t - (\nu+1)\dfrac{4\pi}{3}\right) + \dfrac{V_m^{(\nu,1)}}{2} \cdot \cos\left(\dfrac{\nu\pi x}{\tau} - \omega t - (\nu-1)\dfrac{4\pi}{3}\right) \end{cases}$$

Tensiunea magnetică rezultantă se obţine prin însumarea tuturor termenilor din membrul drept. Să considerăm cîteva valori concrete ale ordinului (ν):

Pentru $\nu = 3$: Se constată că avem două sume de cîte trei sinusoide defazate uniform, la cîte 120°, deci rezultă o tensiune magnetică nulă. Armonicile spaţiale de ordin trei nu produc deci cîmp magnetic util învîrtitor, în cadrul înfăşurării trifazate. Din acest motiv nu trebuie să urmărim anihilarea acestor armonici prin scurtarea pasului!

Pentru $\nu = 5$: In acest caz suma termenilor din membrul al doilea din (137) conduce la rezultatul:

(138) $$v^{(5)} = \frac{3}{2} V^{(5,1)} \cos\left(\frac{5\pi x}{\tau} + \omega t\right)$$

deci în intrefier apare un cîmp magnetic învîrtitor în sens invers celui produs de armonicile spaţiale fundamentale. Cîmpurile inverse produc pierderi importante în maşini, de aceea este bine să anihilăm armonica a cincea prin scurtarea pasului ($y = 0,8 \cdot \tau$)

Pentru $\nu = 7$: In acest caz se obține iar un cîmp învîrtitor direct:

$$v^{(7)} = \frac{3V^{(9,1)}}{2} \cdot \cos\left(\frac{7\pi x}{\tau} - \omega t\right) \quad (139)$$

Se constată că prezența armonicilor spațiale superioare conduce la apariția în întrefier a mai multor cîmpuri învîrtitoare unele în sens direct,altele în sens invers.Amplitudinile acestor cîmpuri scad cu creșterea ordinului (ν),iar vitezele de deplasare scad deasemenea,fiind date de:

$$v_\nu = \frac{2\tau f}{\nu} \qquad \Omega_\nu = \frac{\omega}{\nu \cdot p} \quad (140)$$

Dacă considerăm tensiunea electromotoare indusă prin mișcare de un cîmp magnetic învîrtitor într-un conductor fix din întrefier paralel cu axa de simetrie a mașinii,aceasta este dată de formula e=b.l.v(în cel mai simplu caz al cîmpului uniform,conductor liniar, dublă ortogonalitate a conductorului față de cîmp și viteză).Cum amplitudinea și viteza cîmpului învîrtitor de ordin (ν) scad de ν ori față de fundamentală,înseamnă că aceeași armonică în t.e.m. va scădea de ν^2 ori,deci în procesul inducerii t.e.m. efectul armonicilor superioare scade foarte mult.

2.2.10. Corelația spațio-temporală.

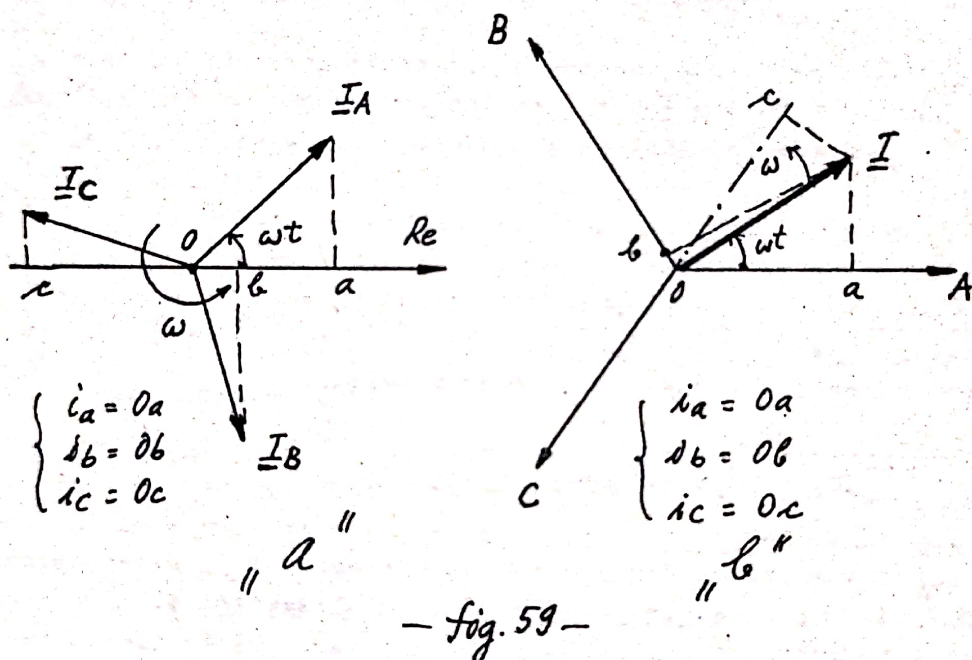
In mașinile electrice există o relație bine determinată între modul cum decurg fenomenele în timp în înfășurări și modul cum decurg fenomenele în spațiu în întrefier.In cazul în care curenții din înfășurări sînt sinusoidali cu simetrie trifazată,iar cîmpul din întrefier este deasemenea sinusoidal repartizat,această corelație este cea mai simplă și revine la o corespondență precisă între defazajul în timp al curenților și poziția din întrefier a undei învîrtitoare.

Pentru stabilirea acestei corelații vom face apel la reprezentarea prin fazor spațial rotitor în planul electric,a unei unde învîrtitoare a cîmpului magnetic,stabilită la pct.2.2.8.

In prealabil reamintim reprezentarea prin fazori de timp a sistemului trifazat de curenți din (126),care se poate face în două variante:

A. Reprezentarea <u>clasică</u> cu trei fazori $\underline{I}_A$, $\underline{I}_B$, $\underline{I}_C$ la cîte 120 grade electrice, care se rotesc în sens trigonometric cu viteza unghiulară ω față de axa de proiecție (axa reală, în cazul folosirii numerelor complexe) (fig.59 a)

B. Reprezentarea <u>modificată</u> cu fazor unic trifazat $\underline{I}$, dar cu trei axe de proiecție, fiecare corespunzînd fenomenelor de pe o fază, dispuse în sens trigonometric (fig.59 b). Se constată că fazorul unic corespunde fazorului clasic $\underline{I}_A$, iar sensul axelor de proiecție este invers sensului de succesiune al fazorilor clasici (a se compara a cu b în fig.59)



- fig. 59 -

Pentru mașini electrice <u>varianta a doua</u>, cu fazor trifazat unic și cu trei axe de proiecție la 120 grade electrice pentru cele trei faze, prezintă mai mult interes, datorită asemănării cu situația din planul electric al secțiunii mașinii, în care avem la mașini trifazate tot trei axe la 120 grade electrice, care reprezintă cele trei axe ale celor trei faze.

Pentru a stabili corelația spațio-temporală vom considera planul electric al secțiunii mașinii văzut din acea parte a mașinii (din față, sau din spate) din care cele trei axe ale celor trei faze A, B, C, <u>se succed în sens trigonometric</u> la periferia armăturii bobinate.

Vom suprapune peste acest plan, reprezentarea din fig.59 b,

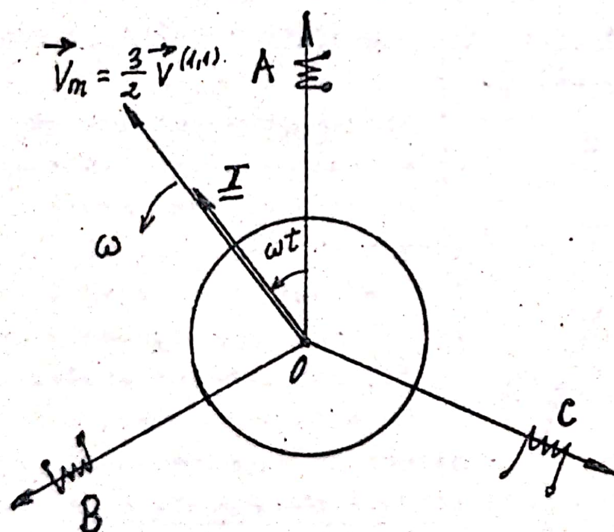
astfel încît cele trei axe de proiecţie A,B,C, să coincidă cu cele trei axe ale fazelor A,B,C din planul electric.

Prin această suprapunere imaginară,una şi aceeaşi axă admite două interpretări diferite:

- ca axă de simetrie unică a fazei corespunzătoare în planul electric al secţiunii maşinii
- ca axă de proiecţie pentru determinarea valorii instantanee a curentului prin faza corespunzătoare (i_a = Oa = Pr $\underline{I}_{OA}$)

Tensiunea magnetică învîrtitoare rezultantă,de armonică spaţială fundamentală (129),se reprezintă în planul electric prin fazorul spaţial $\vec{V}_m$ de amplitudine constantă dată de (134), care face cu axa fazei A unghiul electric dat de (132),în sensul succesiunii fazelor,adică în sens trigonometric (fig.60).

Se observă că fazorul unic trifazat face acelaş unghi cu axa OA în timp,rotindu-se cu aceeaşi viteză şi în acelaş sens cu $\vec{V}_m$. Prin suprapunerea imaginară a celor două plane în modul arătat mai sus,se realizează o corespondenţă perfectă (prin suprapunere) a celor doi fazori,unul spaţial altul temporal.



-fig.60-

Unei poziţii anumite a fazorului de timp $\underline{I}$, ceea ce corespunde unui moment de timp bine determinat,îi va corespunde o poziţie bine determinată în întrefier a undei învîrtitoare, dată de poziţia în planul electric a fazorului spaţial suprapus celui de timp.

Cele spuse la observaţia 4 pct.2.2.9. pag.65 cu privire la coincidenţa axei cîmpului cu axa fazei în care curentul este maxim, devin în urma celor stabilite fapte evidente.

Prin stabilirea acestei corelaţii,rotaţia în timp a fazorului curentului electric şi rotaţia în spaţiu a fazorului spaţial al undei învîrtitoare devin două fenomene suprapuse,sincrone.Fazorii corespunzători devin izomorfi şi operaţiile de compunere şi descompunere a fazorilor spaţiali, se reflectă corespunzător în operaţii ana-

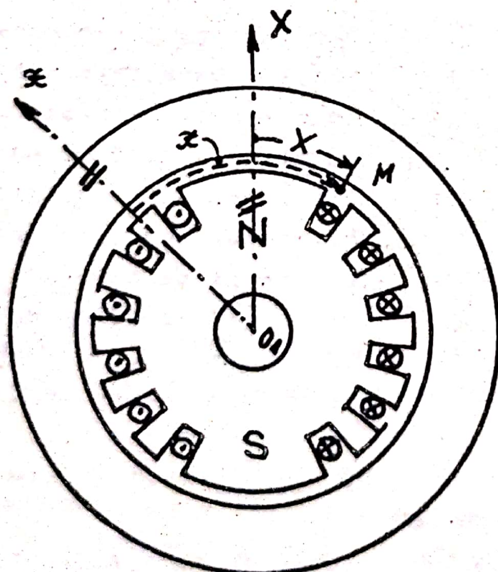
loge între fazorii de timp.

In urma stabilirii corelației spațio-temporale, decalajelor spațiale măsurate în grade electrice le corespund defazaje identice, în timp.

Deoarece amplitudinea fazorului spațial $\vec{V}_m$ este constantă, iar viteza de rotație de asemenea, extremitatea sa descrie în rotația continuă, un cerc, ceea ce explică denumirea de cîmp învîrtitor circular.

2.2.11. Producerea cîmpurilor magnetice învîrtitoare pe cale mecanică.

La cap.2.2.9. am arătat cum se poate produce în întrefierul celor două armături fixe un cîmp magnetic învîrtitor, cu ajutorul unei înfășurări trifazate simetrice alimentată cu un sistem trifazat simetric de curenți. In cele ce urmează, vom arăta cum se poate produce un cîmp magnetic învîrtitor pe altă cale și anume prin rotația uniformă a armăturii rotorice, cu înfășurare monofazată parcursă de curent continuu (fig.61) I_o.



-fig.61-

Cît timp am considerat ambele armături fixe, sistemul de coordonate necesar pentru determinarea poziției din întrefier a unui punct curent M folosit pînă acum, convenea în acelaș mod ambelor armături.

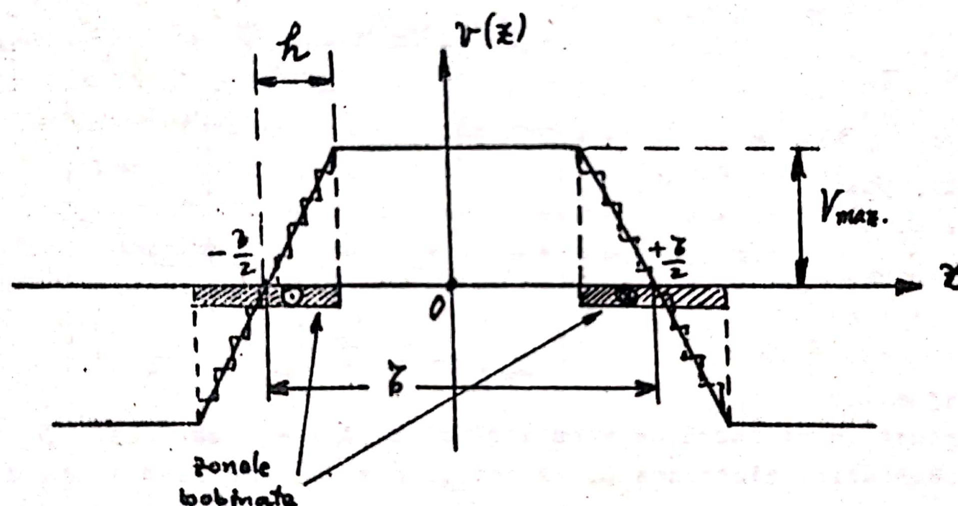
Considerarea uneia din armături în mișcare, impune folosirea a două sisteme de coordonate:

a) Sistemul fix, legat de armătura în repaus (axa de referință O_1x legată de stator în fig.61, față de care se măsoară distanța x a punctului M din întrefier)

b) Sistemul <u>mobil</u>, legat de armătura în mișcare (axa de referință O_1X legată de <u>rotor</u> în fig.61, în raport cu care același punct M din întrefier are coordonata X).

Înfășurarea de pe rotor este o <u>înfășurare simplu strat</u> parcursă de <u>curent continuu</u>, unică (monofazată în sensul că m = 1). Cazul din fig.61 este tipic pentru rotorul mașinilor sincrone de mare viteză, numite turbogeneratoare, avînd 2p = 2 sau 2p = 4. Varianta constructivă corespunzătoare este cunoscută sub denumirea de <u>rotor cu poli înecați</u>. Zonele bobinate ocupă la periferia rotorului cam $\frac{2}{3}\tau$ restul de $\frac{1}{3}\tau$ fiind netede (lipsite de crestături), sau prevăzute cu crestături de dimensiuni mai mici, nebobinate. Acest lucru <u>rezultă pe cale teoretică</u> în modul următor:

Dacă se presupune că numărul de crestături în zonele bobinate este foarte mare, curba în trepte a tensiunii magnetice poate fi aproximată cu distribuția trapezoidală din fig.62. Desvoltarea în se-



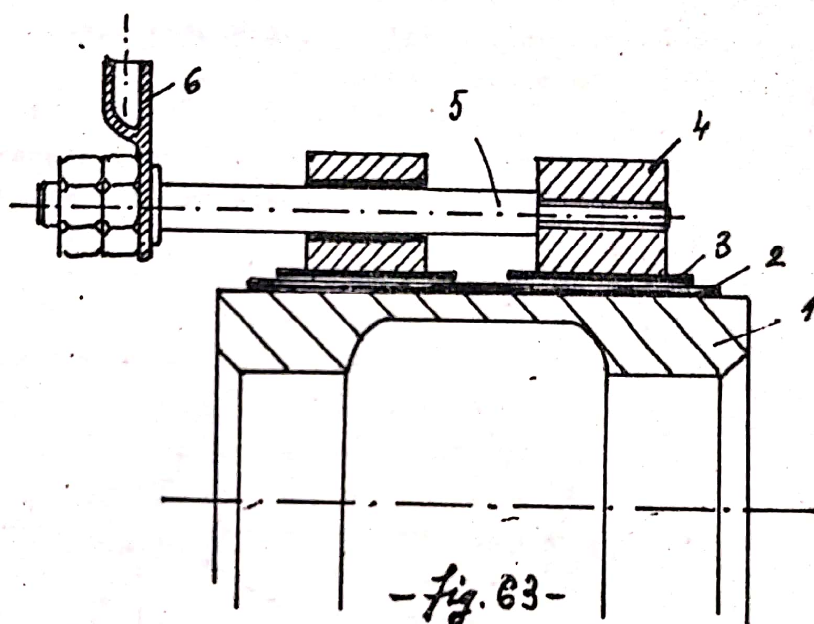
-fig:62-

rie Fourier conduce la expresia următoare a tensiunii magnetice:

$$(141)\quad v(x) = \frac{4}{\pi^2}\cdot\left(\frac{\tau}{h}\right)\cdot V_{max}\left\{\sin\frac{\pi h}{\tau}\cdot\cos\frac{\pi x}{\tau} - \frac{1}{3^2}\sin\frac{3\pi h}{\tau}\cos\frac{3\pi x}{\tau} + \frac{1}{5^2}\sin\frac{5\pi h}{\tau}\cos\frac{5\pi x}{\tau} - \frac{1}{7^2}\cdot\sin\frac{7\pi h}{\tau}\cos\frac{7\pi x}{\tau}\ldots\right\}$$

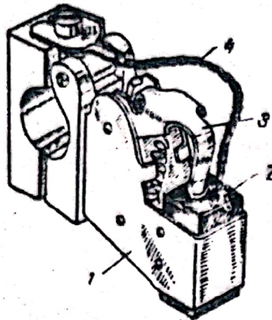
Se vede din expresia (141) că dacă se alege h egal cu 7/6 atunci dispare armonica a treia spațială, iar armonicile de ordin 5 și 7 sînt de 4%, respectiv 2% din armonica fundamentală. Pentru orice altă valoare a lui h conținutul de armonici este mai mare și deci curba se abate mai mult de la forma sinusoidală.

O problemă tehnică importantă ce trebuie rezolvată pentru alimentarea cu curent electric a înfășurării de pe armătura în mișcare, este problema contactului alunecător. Pentru aceasta se folosește sistemul cu inele de contact și perii. Pe arborele rotoric se dispune o bucșă (butuc) de fontă ca cel din fig. 63 alăturată pe care se pune prin presare la cald un sistem de inele din fontă, bronz sau din oțel 4, izolate printr-un cilindru de micanită2 și două inele de armare 3.

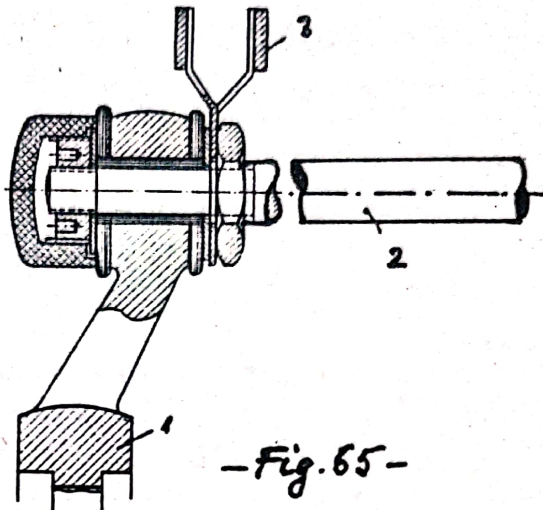


-fig. 63-

Legăturile electrice de la înfășurare la cele două inele de contact, se realizează prin tije de contact 5 de care sînt fixați papuci de cablu 6, la care se aduc capetele înfășurării ce urmează a fi lipite sau sudate. Pe aceste inele de contact circulare, în mișcare, calcă un sistem de perii fixe în raport cu statorul. Periile sînt realizate dintr-un amestec de cărbune-grafit sau metal-cărbune și sînt menținute în poziția dorită (radială sau înclinată) de un sistem port-perie ca cel din fig.64 care realizează funcția de ghidare (1 pe fig.64) și de apăsare a periei pe suprafața inelului (3 pe fig.64). Port periile sînt montate pe tija 2 (fig.65) a sistemului de menținere într-o poziție fixă față de stator a întregii construcții. Prin papucii de cablu 3 și conductoare flexibile adecvate, legăturile electrice sînt aduse la bornele rotorice de pe carcasa statorului.



-Fig. 64-



-Fig. 65-

Pentru asigurarea unui bun contact electric, o parte a suprafeței periei este metalizată, în zona respectivă fiind prins prin nituire un căpăcel metalic, de care se prinde prin lipire un sistem de conductoare răsucite pentru o mai mare flexibilitate (4 pe fig.64), care conduce curentul electric direct la piesele de fixare pe tije.

Să considerăm acuma expresia tensiunii magnetice fundamentale în sistemul de coordonate mobil, în raport cu axa O_1X, care este și axă de simetrie a rotorului:

(142) $$v^{(1)}(X) = V^{(1)} \cos \frac{\pi X}{\tau}$$

în care:

(143) $$V^{(1)} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{k_w^{(1)} W}{p} \cdot I_0$$

Să presupunem apoi, că rotorul se mișcă cu viteză uniformă în sensul pozitiv al creșterii coordonatei X (sensul orar). Fie legea de mișcare a rotorului:

(144) $$x = v \cdot t + X$$

scrisă în ipoteza că la t = 0 cele două axe coincid.

Inlocuind expresia lui X din (144) în (142), se vede imediat că față de sistemul de coordonate fix, tensiunea magnetică apare ca funcție de spațiu, dar și de timp. Cîmpul magnetic corespunzător care este constant în sistemul de coordonate legat de rotor, deoarece curentu

tul este continuu,apare în celălalt sistem legat de stator ca un <u>cîmp magnetic învîrtitor circular</u> anume:

$$(145)\quad v^{(1)}(x,t) = V^{(1)} \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{\tau} - \omega t\right)$$

deoarece:

$$(146)\quad \frac{\pi X}{\tau} = \frac{\pi}{\tau}(x - v \cdot t) = \frac{\pi x}{\tau} - \frac{\pi v t}{\tau}$$

şi avem:

$$(147)\quad \frac{\pi v t}{\tau} = \frac{\pi\left(\frac{D}{2}\Omega\right)t}{\pi D}\,2p = (p\Omega)\,t = \omega t$$

Din motive evidente,sensul rotaţiei cîmpului învîrtitor coincide cu sensul rotaţiei rotorului,iar viteza undei învîrtitoare este deasemenea egală cu cea a rotorului.

Producerea cîmpului magnetic învîrtitor prin rotaţia uniformă a armăturii cu înfăşurarea parcursă de curent continuu (se mai numeşte şi <u>înfăşurare de excitaţie</u>),sau a unei armături prevăzută cu magneţi permanenţi,se numeşte producere a cîmpului învîrtitor <u>pe cale mecanică</u>,pentru a o deosebi de cea de la pct.2.2.9 şi pentru a pune în evidenţă esenţa fizică a fenomenului.

Intre cele două metode fundamentale de producere a cîmpurilor magnetice învîrtitoare există asemănări şi deosebiri care este bine să fie evidenţiate. Astfel:

1 - Din punctul de vedere al armonicii fundamentale,în condiţii de amplitudine,număr de poli,viteză şi sens identice,cîmpul magnetic produs în întrefier este acelaş.Un observator situat pe cealaltă armătură nu poate face deosebire între cele două moduri de producere a cîmpului învîrtitor.

2 - La producerea cîmpului învîrtitor pe cale mecanică viteza cîmpului este cea a armăturii cu înfăşurarea de excitaţie (rotorică) deci poate fi măsurată pe cale mecanică (cu un tahometru).La producerea cîmpului învîrtitor pe cale electrică acest lucru nu este posibil.Viteza de deplasare a cîmpului poate fi numai calculată pe baza expresiilor (115),(122)sau (123),cunoscînd mărimile respective.

3 - Din punctul de vedere al armonicilor spaţiale de ordin superior,în cazul producerii pe cale mecanică este clar că toate armonicile se vor deplasa cu aceeaşi viteză ca fundamentala.In cazul pro-

ducerii pe cale electrică,am văzut că viteza armonicilor superioare spațiale este mai mică ca cea a fundamentalei (formula (140)).

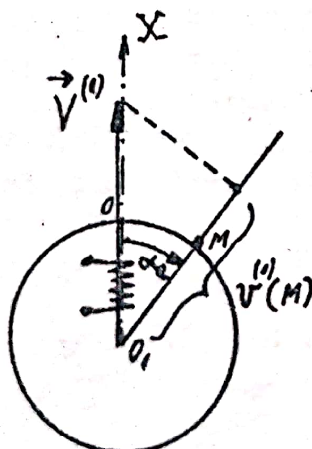
Din acest motiv,efectele armonicilor spațiale superioare în fenomenul de inducere a t.e.m.sînt mai importante la producerea pe calea mecanică a cîmpurilor învîrtitoare,fapt ce impune condiții mai riguroase asupra formei curbei de repartiție a tensiunii magnetice produse de înfășurările de excitație,de tipul celei studiate la acest capitol.Acest lucru se poate realiza cu înfășurări simplu strat,cu număr variabil de conductoare în crestături,care depășesc cadrul prezentului curs.

4 - Pulsația ω introdusă în (147) pentru a căpăta o formă (145) asemănătoare cu (129),este în acest caz o mărime fictivă, de calcul.In cazul producerii pe cale electrică a cîmpului învîrtitor această mărime are semnificație fizică,fiind pulsația curenților alternativi trifazați.

5 - Se poate folosi și în acest caz noțiunea de fazor spațial introdusă anterior.Dacă se consideră planul electric legat de rotor, expresia (142) scrisă în coordonate unghiulare este:

$$v^{(1)} = V^{(1)}\cdot\cos p\alpha = V^{(1)}\cdot\cos\alpha_e \qquad (148)$$

și se poate obține prin teorema proiecției fazorului spațial de pe axa înfășurării de excitație,pe axa din dreptul punctului M considerat față de sistemul de coordonate mobil (fig.66).In acest caz fazorul este fix (întotdeauna pe axul înfășurării de excitație O_1X).



- fig.66 -

Dacă se consideră însă planul electric legat de stator,expresiei (145) îi va corespunde un fazor spațial rotitor cu viteza unghiulară electrică ω dată de relația (147):

$$\omega = p\Omega \qquad (149)$$

La t = 0 poziția acestui fazor rotitor coincide cu axa O_1x din planul electric.La un moment oarecare t,fazorul este rotit la unghiul electric ωt în sensul corespunzător.Este foarte important faptul că în ambele situații avem de a face cu unul și acelaș fazor,care apare însă fix sau rotitor,funcție de sistemul de coordonate,respectiv funcție de planul elec-

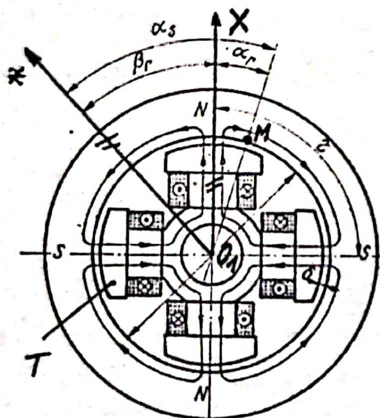
tric considerat (al rotorului, sau al statorului)

Din motivele expuse la stabilirea corelației spațio-temporale, vom considera sensul de rotație trigonometric ca sens al succesiunii fazelor și al rotației rotorului.

2.3. Cîmpul magnetic la mașini cu întrefier variabil.

2.3.1. Cîmpul armăturii cu poli aparenți (ieșiți).

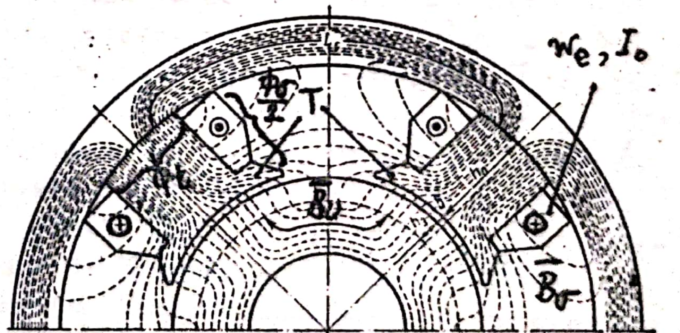
Un cîmp magnetic fix, sau învîrtitor, analog celui considerat la par.2.2.11. fig.61, se poate realiza și în altă variantă constructiv-tehnologică, la care de data aceasta întrefierul nu mai este constant, ci variabil în mod periodic. Pentru cazul 2p = 4, se prezintă în fig.67 armătura rotorică cu poli aparenți, sau cum i se mai spune în limbajul uzual "roata polară".



-fig. 67-

Această variantă de producere a cîmpului magnetic este tipică pentru mașinile sincrone de viteze medii și mici (cum ar fi de exemplu hidrogeneratoarele) și pentru mașinile de curent continuu unde însă se practică execuția inversă (polii aparenți se realizează pe armătura statorică, fixă, ca în fig.68).

Înfășurările care produc cîmpul magnetic cu ajutorul curentului continuu (înfășurări de excitație) sînt de data aceasta înfășurări concentrate de tip bobină unică (ca la un transformator), realizate pe carcase izolante dispuse în jurul polilor aparenți. Pentru a menține bobinele în poziția necesară și a împiedica deplasarea lor în lungul polilor, se prevăd tălpile polare notate cu T pe figurile 67 și 68. Realizarea formei dorite a polilor se obține cel mai ușor prin pachete de tole



-fig. 68-

suprapuse, stanțate din tablă de oțel electrotehnic. Pachetele se ri-

gidizează prin prindere cu şuruburi,sau nituri (la puteri mici) iar polii împreună cu carcasele bobinate se prind cu şuruburi,cu sistem coadă de rîndunică,sau coadă de ciocan,într-o obadă cu spiţe,sau direct pe arborele rotorului.

În comparaţie cu cazul armăturii cu poli înecaţi din fig.61, această execuţie este mai simplă şi mai ieftină,dar are dezavantajul că nu merge la viteze de rotaţie ridicate,din cauza rezistenţei mecanice slabe faţă de forţele centrifuge.

Intrefierul variază periodic,în limite largi.Sub tălpile polare π este mic,iar în afara acestora are valori mari.La maşinile de curent continuu întrefierul sub tălpile polare este constant,sau aproape constant,în timp ce la maşinile sincrone variază în general după o curbă anumită,avînd valoarea cea mai mică în dreptul axului de simetrie al polului.Acest lucru se datoreşte cerinţei fundamentale (pag.19) de a realiza o distribuţie spaţială sinusoidală a inducţiei magnetice în lungul întrefierului,foarte importantă la maşinile sincrone şi mai puţin importantă la cele de curent continuu.

Spre deosebire de cazul maşinilor cu întrefier constant la care distribuţia spaţială a cîmpului magnetic în întrefier este dată în funcţie de o singură coordonată şi este aceeaşi ca formă pentru toate cele trei mărimi:tensiune magnetică,cîmp magnetic şi inducţie magnetică,<u>la maşinile cu întrefier variabil aceste rezultate nu mai sînt valabile</u>.

Din aceste motive este necesară o teorie specială a producerii cîmpului magnetic în aceste cazuri.

Dintre <u>ipotezele fundamentale</u> considerate la cap.2.2.1. unele vor rămîne neschimbate,dar altele vor trebui modificate.Astfel:

<u>1.</u> Configuraţia circuitului magnetic (fig.13),este simetrică d.p.v.geometric,dar simetria nu mai este de tip cilindric concentric,ci o simetrie dublă faţă de cele două plane (d) şi (q) (cap. 2.1.)

<u>2.</u> Caracterul de cîmp plan-paralel rămîne valabil

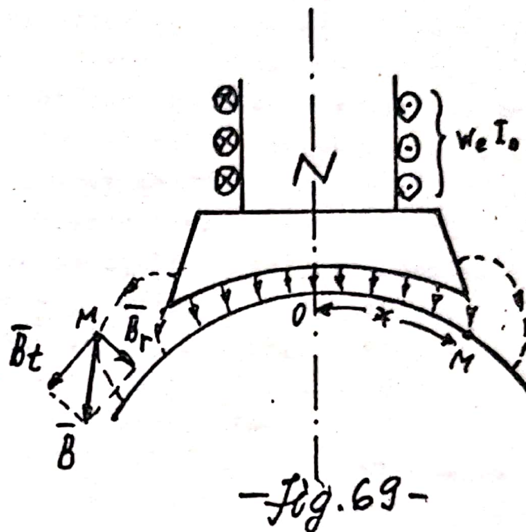
<u>3.</u> Ipoteza cu privire la materialul feromagnetic rămîne valabilă.

<u>4.</u> Existenţa crestăturilor (de data aceasta numai pe cealaltă armătură,cum este statorul în fig.67,sau rotorul în fig.68) se poate lua în consideraţie prin factorul Carter,la fel ca la cap.2.2.1. înlocuind armătura crestată cu alta netedă.

Caracterul cîmpului magnetic produs de armătura cu poli aparenţi este complex,liniile de cîmp avînd forme mai complicate,aşa cum se arată în fig.68 pentru cazul execuţiei inversate.Liniile de

cîmp au direcţii radiale şi sînt rectilinii doar în axele polilor din întrefier, în rest fiind linii curbe. Rezultă că inducţia magnetică $\overline{B}$ din întrefier are în general ambele componente: cea radială $\overline{B}_r$ şi cea tangenţială $\overline{B}_t$ (fig.69).

Problema fundamentală a producerii cîmpului magnetic, este în acest caz, realizarea la suprafaţa armăturii celeilalte a unei repartiţii spaţiale sinusoidale a componentei radiale a inducţiei magnetice, care în cazul permeabilităţii magnetice infinite este perpendiculară pe suprafaţa armăturii. Dacă alegem ca axă de referinţă pentru determinarea poziţiei unui punct M de pe armătura cilindrică, axa de simetrie a unui pol, trebuie ca să realizăm o curbă de variaţie a acestei componente radiale cu coordonata x (fig.69), sau α_r (fig.67), de forma:



-fig.69-

$$(150) \quad b_r(x) = B_m \cdot \cos\frac{\pi x}{\tau} \quad ; \quad b_r(\alpha_r) = B_m \cos p\alpha_r$$

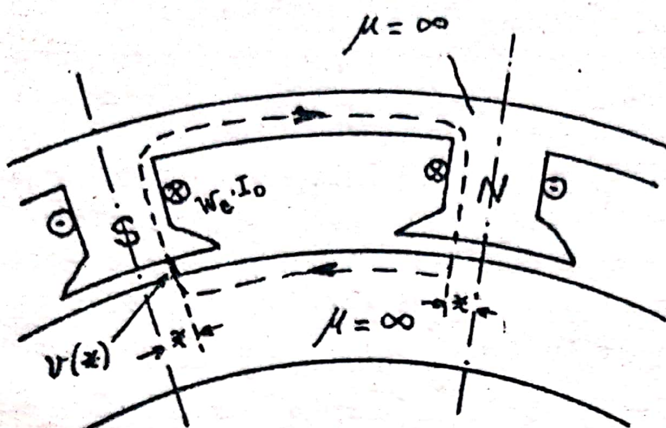
Această repartiţie spaţială nu ar putea fi asigurată dacă sub talpa polară întrefierul ar fi constant. In adevăr, dacă se consideră linia de cîmp din fig.70, ce aparţine cîmpului util, şi se aplică teorema lui Ampère ţinînd seama de valoarea infinită a lui μ în cele două armături, se obţine că tensiunea magnetică a cîmpului util dintre cele două armături este constantă (cele două suprafeţe de fier ce limitează liniile de cîmp în întrefier sînt echipotenţiale magnetic):

$$(151) \quad v(x) = \frac{2 w_e I_o}{2} = w_e I_o = V_o$$

Dacă întrefierul sub poli este constant, cele două suprafeţe ale armăturilor sînt concentrice şi deci liniile de cîmp trebuie să fie radiale şi paralele (cu o foarte bună aproximaţie dacă întrefierul este foarte mic), ceea ce corespunde unui cîmp magnetic uniform, deci constant.

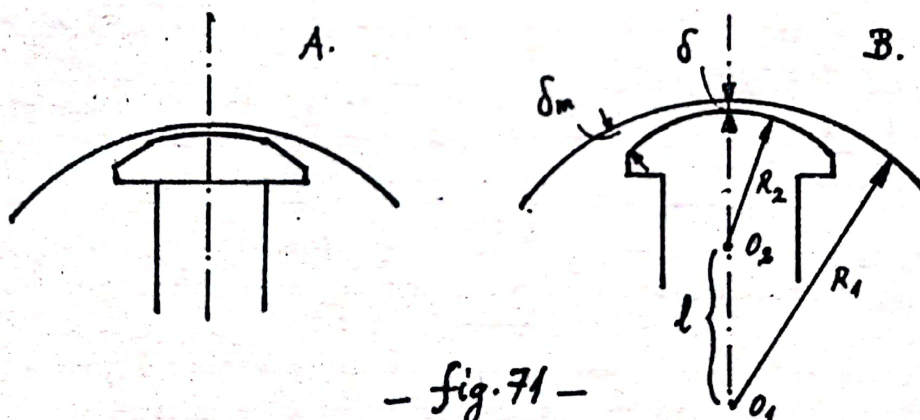
Pentru a realiza variaţia dorită (150) este necesar ca valoarea întrefierului (grosimea sa) să varieze după o anumită curbă, fiind mi-

nim în axa polului şi maxim sub muchea laterală a acestuia.



-fig.70-

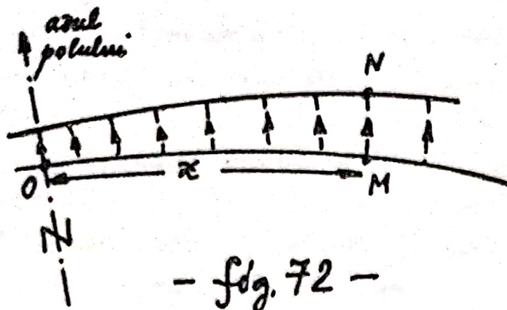
Din motive tehnologice această curbă nu poate fi respectată pe întregul pas polar τ, în afara tălpilor polare întrefierul crescînd brusc, deci abătîndu-se evident de la legea de variaţie necesară. Determinarea exactă a profilului curbei de variaţie a tălpilor polare este o problemă ce depăşeşte cadrul acestui curs, fiind obiectul lucrărilor de specialitate strictă. Practic din cauza perturbaţiei produse de terminarea bruscă a tălpilor polare nici nu este necesară respectarea exactă a unui astfel de profil. De cele mai multe ori se procedează ca în fig.71, fie teşind tălpile polare în zona muchiilor, (A),



-fig.71-

fie executînd talpa polară cu o altă rază de curbură, (B), astfel ca întrefierul maxim δ_m la margine să fie de 1,5 ori mai mare ca cel minim δ din axul polului.

Dacă grosimea întrefierului sub tălpi este suficient de mică, putem pune tensiunea magnetică sub o formă asemănătoare cu (41), considerînd că valoarea intensităţii cîmpului magnetic din întrefier rămîne aceeaşi în lungul liniei de cîmp. In acest caz (fig.72) avem relaţia:



- fig. 72 -

$$(152)\quad v(x) = \int_M^N \bar{H}\,d\bar{l} \cong h(x)\,\delta'(x) = h(x)\cdot K_c\cdot\delta(x)$$

în care K_c este factorul Carter, iar $\delta(x)$ este valoarea întrefierului variabil, în dreptul punctului M (x) considerat, măsurată pe linia de cîmp respectivă.

Inducţia magnetică rezultă în acest caz:

$$(153)\quad b(x) = \mu_0\, h(x) = \mu_0\cdot\frac{v(x)}{K_c\cdot\delta(x)} = \mu_0\,\frac{w_e I_0}{K_c\,\delta(x)}$$

Se vede imediat că prezenţa funcţiei $\delta(x)$ de la numitor, face ca cele trei mărimi să nu mai aibă aceeaşi formă a curbei de variaţie în lungul întrefierului, ca în cazul maşinilor cu întrefier uniform (constant). De data aceasta numai $b(x)$ şi $h(x)$ au aceeaşi formă, tensiunea magnetică avînd o altă curbă de variaţie cu x.

In cazul în care se ţine seama de permeabilitatea finită a materialului feromagnetic, ca şi în cazul considerării saturaţiei magnetice, se introduce în plus coeficientul de saturaţie K_s definit la cap.2.2.5. Rezultă atunci:

$$(154)\quad \boxed{b(x) = \mu_0\cdot h(x) = \mu_0\cdot\frac{v(x)}{K_c\cdot\delta(x)} = \mu_0\cdot\frac{w_e I_0}{K_s K_c\,\delta(x)}}$$

<u>Observaţii</u>: 1 - datorită variaţiei întrefierului problema definirii şi calculului factorului Carter se complică faţă de cazul maşinilor cu întrefier constant; în formule se consideră o valoare medie definită pe baza condiţiei de permeanţă magnetică identică pe pas polar, faţă de axa unui pol ca axă a cîmpului.

2 - în cazul considerării saturaţiei magnetice, coeficientul K_s variază cu curentul de excitaţie, astfel că proporţionalitatea dintre inducţie şi curent din (154) este numai o aparenţă.

3 - din expresia (153) rezultă cele două moduri de producere a cîmpului magnetic repartizat spaţial sinusoidal:

a) dacă întrefierul este constant, singura posibilitate de a realiza variaţia dorită pentru $b(x)$, este variaţia corespunzătoare a tensiunii magnetice, ceea ce se realizează cu <u>înfăşurările repartizate</u> în crestături studiate la cap.2.2.

b) dacă tensiunea magnetică $V(x)$ este constantă (cazul considerat la acest capitol), singura posibilitate de realizare a variației sinusoidale spațiale a inducției rămîne variația periodică a grosimii întrefierului. Pentru a realiza distribuția (150) este necesară o variație a întrefierului de tipul:

$$\delta(x) = \frac{\delta}{\cos \frac{\pi x}{\tau}} \tag{155}$$

în care δ este întrefierul minim din axa unui pol. Este evident că o asemenea lege de variație nu poate fi riguros realizată, căci ar trebui ca în axele neutre (q) să avem $\delta(\frac{\tau}{2}) = \infty$.

4 - considerațiile referitoare la cîmpul magnetic, făcute pînă acum, privesc cîmpul magnetic <u>util</u> și în special repartiția spațială a componentei radiale (normale) în întrefier, la suprafața armăturii cu profil perfect cilindric (excepție făcînd bineînțeles crestăturile) și care se numește de regulă <u>armătura indusului</u>, spre deosebire de armătura cu polii aparenți, denumită <u>armătura inductorului</u>.

In afara acestui cîmp magnetic util, există și cîmpul magnetic <u>de scăpări</u> (sau de dispersie), ale cărui linii de cîmp tipice sînt arătate pe fig.68 și notate cu B_σ. Aceste linii de cîmp nu se înlănțuie cu rotorul (armătura indusă pe fig.68), închizîndu-se în afara acestuia, prin zone cu spații largi de aer (între polii vecini și între poli și jugul circuitului magnetic). Ca urmare a existenței cîmpului de scăpări, o parte din fluxul magnetic fascicular total (ϕ_t pe fig.68) străbate jugurile rotorului, iar altă parte de valoare mult mai mică (notată cu ϕ_σ pe fig.68) se înlănțuie doar c[u] armătura inductorului.

Revenind la problema cîmpului magnetic învîrtitor produs pe cale mecanică, vom folosi din nou cele două sisteme de referință de la cap.2.2.11. definite de cele două axe, O_1x legată de armătura indusului (statorul din fig.67) <u>deci fixă</u> și O_1X legată de armătura inductorului (rotorul din fig.67) în axul de simetrie al unui pol Nord, <u>deci mobilă</u>.

Poziția unui punct M din întrefier, situat la suprafața armăturii cilindrice (indusul) se poate da fie într-un sistem, fie în celălalt, prin coordonata liniară x sau X, sau prin coordonata unghiulară α_s sau α_r (fig.67).

Componenta radială a inducției magnetice într-un punct M din sistemul de coordonate al inductorului mobil (se consideră aci cazul

în care armătura inductorului cu poli aparenţi este în mişcare, cealaltă armătură a indusului fiind în repaus,ca în fig.67) este:

(156) $$b(X) = B_m \cdot \cos \frac{\pi X}{\tau}$$

în acest sistem cîmpul fiind fix,deoarece poziţia punctului M faţă de armătură este invariabilă iar curentul este continuu.

Dacă legea de mişcare a inductorului este:

(157) $$x - X = v \cdot t$$

putem trece la celălalt sistem de coordonate,pentru a vedea cum apare cîmpul magnetic într-un punct M' fix,al armăturii indusului. Inlocuind (157) în (156) şi efectuind aceleaşi calcule ca la cap. 2.2.11,obţinem:

(158) $$b(x,t) = B_m \cos\left(\frac{\pi x}{\tau} - \omega t\right) \;;\quad \omega = p\Omega$$

care reprezintă expresia unui cîmp magnetic învîrtitor,analogă lui (145).Toate concluziile stabilite la 2.2.11. rămîn valabile. Producerea cîmpului magnetic învîrtitor pe cale mecanică,fie cu armătura cu poli înecaţi (fig.61) ,fie cu armătura cu poli aparenţi (fig.67),are aceleaşi caracteristici din punctul de vedere al inducţiei magnetice radiale la suprafaţa indusului.

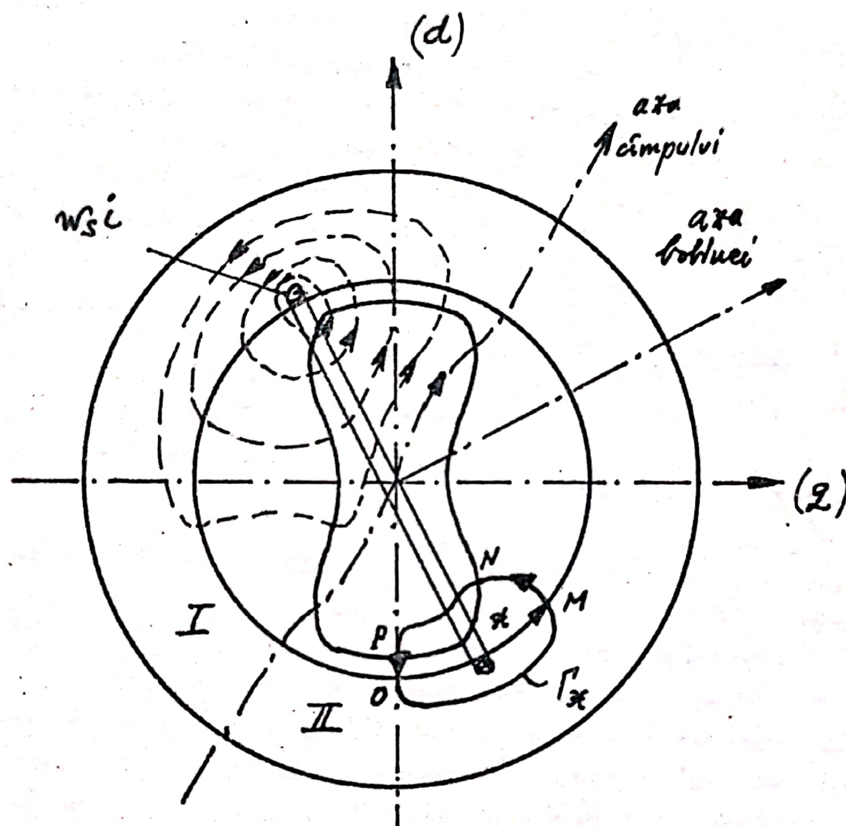
2.3.2. Cîmpul armăturii cu înfăşurare repartizată.

Să considerăm acelaş caz al maşinilor cu întrefier variabil de tipul redat în fig.67,dar în ipoteza că cele două armături sînt ambele în repaus,cîmpul magnetic produs fiind datorat unei înfăşurări repartizate în crestăturile celeillalte armături.Se presupune că înfăşurarea de excitaţie de pe armătura cu poli aparebţi nu este parcursă de curent,fiind deschisă (circuit întrerupt). Infăşurarea de pe armătura cilindrică este monofazată şi parcursă de curent continuu.

Vom arăta că tensiunea magnetică în întrefier,definită în lungul liniei de cîmp limitată de cele două suprafeţe echipotenţiale magnetic (deoarece $\mu = \infty$ în armături),variază la periferia armăturilor dinspre întrefier,la fel ca în cazul întrefieru-

lui constant.

Să considerăm la început cazul cel mai simplu al unei înfășurări simple cu q = 1, adică cu cîte o singură bobină pe perechea de poli. In fig.73 s-a considerat pentru o mai mare claritate a desenului, cazul 2p = 2 (doar doi poli aparenți ai rotorului, desenat într-o formă stilizată pentru a elimina efectele de colț și alte variații bruște neesențiale în analiză)



— fig.73 —

Se presupune că rotorul este într-o poziție absolut oarecare față de stator (axa de simetrie a bobinei, cu sensul corelat cu cel al curentului prin laturi, după regula burghiului drept, nu coincide cu nici-una din axele longitudinală (d), sau transversală (q) de simetrie a rotorului).

Cîmpul magnetic produs de bobina parcursă de curent ($w_s i$ în latură) trebuie să fie simetric, ca urmare a condițiilor simetrice ale problemei considerate. Pe fig.73 se arată aspectul tipic al liniilor inducției magnetice ale cîmpului util, pe jumătatea notată cu I a desenului. Linia de cîmp unică care separă cele două ju-

mătăți simetrice ale cîmpului,constituie axa cîmpului,în general diferită atît de axa bobinei (deci a înfășurării) cît și de axele (d) și (q) ale rotorului,datorită efectului anizotropiei de formă a rotorului.

Pentru determinarea tensiunii magnetice vom folosi cele două relații fundamentale pentru cîmpul magnetic (43) și (46) de la cap. 2.2.4.Pentru aplicarea primei relații vom considera iar ca sens pozitiv al cîmpului,sensul de la rotor spre stator,alegînd o curbă Γ_x de calcul de tipul celei din fig.73 zona II,care în întrefier coincide cu liniile de cîmp reale,iar una din laturi (porțiunea notată cu PO) este fixă,situată în axa unui pol rotoric,cealaltă corespunzînd la diverse puncte curente M de pe armătura cu înfășurare,la distanța variabilă x (egală cu arcul OM).Datorită permeabilității magnetice infinite,aplicarea relației (43) conduce la relația:

(159) $$\int_P^O \bar{H} d\bar{l} + \int_M^N \bar{H} d\bar{l} = \Theta_{0x}$$

adică:

(160) $$V_\delta(0) - V_\delta(x) = \Theta_{0x}$$

care precum se vede coincide cu (45) din cazul mașinilor cu întrefier constant.

Cea de a doua relație (46) nu ne dă însă nimic în plus de data aceasta,deoarece este satisfăcută automat ca urmare a caracterului de simetrie a cîmpului,deci $V_\delta(0)$ din (160) nu se mai poate determina cu o relație de tipul (48), ca la cap.2.2.4.

Determinarea lui $V_\delta(0)$ se face în acest caz tot pe baza simetriei,aplicînd (43) pe o curbă Γ_τ care corespunde valorii $x = \frac{\pi D}{2}$ (în general: $x = \tau$).Rezultă:

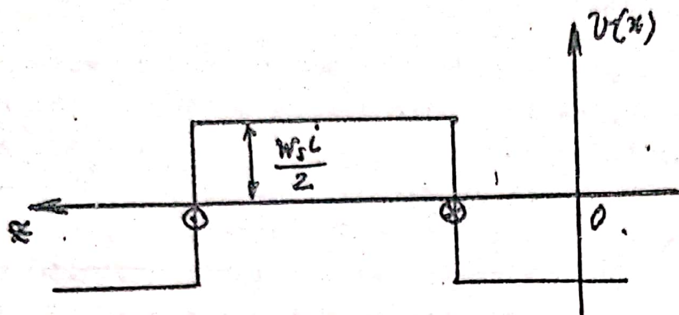
(161) $$2 \cdot V_\delta(0) = \Theta_{0\tau} = -w_s i$$

Prin urmare avem relația:

(162) $$\boxed{V_\delta(x) = -\frac{w_s i}{2} - \Theta_{0x}}$$

pe baza căreia rezultă repartiția funcție de x a tensiunii magnetice în întrefier (fig.74).

Se observă că această repartiţie este identică (abstracţie făcînd de alegerea originii şi de sensul lui x) cu cea din fig.26 căci alegerea originii este arbitrară,la fel cu cea a sensului, iar singurul lucru care contează este poziţia curbei faţă de bobina (înfăşurarea) însăşi.Deoarece restul înfăşurărilor se deduce ca repartiţie a tensiunii magnetice din cea considerată prin aplicarea suprapunerii efectelor,rezultă că această concluzie este generală:



- fig.74 -

Repartiţia tensiunii magnetice în întrefier a unei înfăşurări este aceeaşi,fie la întrefier constant,fie la întrefier variabil,dacă în ultimul caz variaţia este periodică,cu o perioadă egală cu cea a cîmpului pe jumătate şi simetrică.Dacă se convine a măsura"grosimea"întrefierului după lungimea liniei de cîmp, aceste condiţii se scriu:

$$(163)\quad \begin{cases} \delta(x) = \delta(x+\tau) \\ \delta(x) = \delta(-x) \quad (\text{faţă de axa } (d), \text{ sau } (q)) \end{cases}$$

Repartiţia tensiunii magnetice în întrefier depinde doarbde modul cum sînt dispuse bobinele înfăşurării dealungul periferiei armăturii cilindrice în spre întrefier şi de curenţii ce le străbat.Acesta este motivul pentru care studiul cîmpurilor magnetice în maşinile electrice se face prin intermediul tensiunii magnetice în întrefier (sau,dacă ţinem seama de permeabilitatea finită şi variabilă cu saturaţia magnetică,prin solenaţia corespondentă)

La maşinile cu întrefier variabil nu mai este însă posibil să determinăm în mod simplu inducţia magnetică în întrefier,sau intensitatea cîmpului magnetic,cu o relaţie ca (42),decît în mod aproximativ (cu relaţia (154) în care $v(x)$ este caracteristica înfăşurării considerate),numai pe porţiunile de sub poli şi doar dacă variaţia întrefierului $\delta(x)$ este lentă.

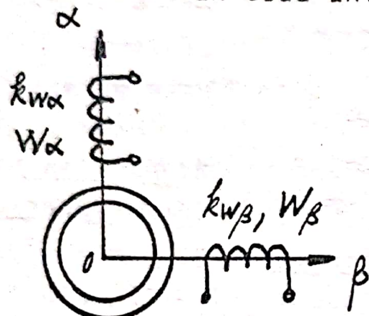
Consideraţiile făcute rămîn în vigoare şi în cazul cînd avem o înfăşurare trifazată ce produce un cîmp magnetic învîrtitor,dacă şi rotorul cu poli aparenţi se învîrte în acelaş sens şi cu aceeaşi viteză ca şi cîmpul (ambele sînt în acest caz în repaus

relativ).

2.4. Complectări la capitolele precedente.

2.4.1. Infăşurări bifazate.

La maşinile electrice de puteri reduse, se preferă de multe ori producerea cîmpului magnetic invîrtitor cu înfăşurări bifazate, realizate din două înfăşurări identice sau diferite (α, β), situate la decalaj spaţial de 90^0 electrice (fig.75 reprezintă planul electric al secţiunii maşinii) şi parcurse de curenţi electrici bifazaţi:



— fig.75 —

$$(164)\quad \begin{cases} i_\alpha = I_{m\alpha} \cdot \cos\omega t \\ i_\beta = I_{m\beta} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$

Să presupunem cazul întrefierului constant şi să vedem care sînt condiţiile producerii cîmpului magnetic circular învîrtitor. Vom lua în consideraţie numai armonicile spaţiale fundamentale ale tensiunilor magnetice. Dacă presupunem înfăşurările diferite şi alegem ca axă de referinţă axa fazei α, tensiunile magnetice de armonică fundamentală ale celor două faze sînt:

$$(165)\quad \begin{cases} v_\alpha(x) = V_\alpha \cdot \cos\frac{\pi x}{\tau} \\ v_\beta(x) = V_\beta \cdot \cos\frac{\pi}{\tau}\left(x - \frac{\tau}{2}\right) \end{cases}$$

amplitudinile fiind după (96):

$$(166)\quad \begin{cases} V_\alpha = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{k_{w\alpha} W_\alpha}{p} \cdot i_\alpha \\ V_\beta = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{k_{w\beta} W_\beta}{p} \cdot i_\beta \end{cases}$$

Rezultă:

$$(167)\quad \begin{cases} v_\alpha(x,t) = V_\alpha^{(1,1)} \cdot \cos\frac{\pi x}{\tau} \cdot \cos\omega t \\ v_\beta(x,t) = V_\beta^{(1,1)} \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{\tau} - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$

Aplicînd în continuare descompunerea celor doi termeni în unde directe şi inverse de la cap.2.2.8. obţinem:

$$(168)\quad \begin{cases} v_\alpha(x,t) = \dfrac{V_\alpha^{(1,1)}}{2}\cos\left(\dfrac{\pi x}{\tau} - \omega t\right) + \dfrac{V_\alpha^{(1,1)}}{2}\cos\left(\dfrac{\pi x}{\tau} + \omega t\right) \\ v_\beta(x,t) = \dfrac{V_\beta^{(1,1)}}{2}\cos\left(\dfrac{\pi x}{\tau} - \omega t\right) + \dfrac{V_\beta^{(1,1)}}{2}\cos\left(\dfrac{\pi x}{\tau} + \omega t - \pi\right) \end{cases}$$

Pentru a anula cîmpul rezultant invers este suficient ca să avem îndeplinită condiţia:

$$(169)\qquad V_\alpha^{(1,1)} = V_\beta^{(1,1)} = V^{(1,1)}$$

ceea ce conduce la relaţia:

$$(170)\qquad k_{w\alpha} \cdot W_\alpha \cdot I_{m\alpha} = k_{w\beta} \cdot W_\beta \cdot I_{m\beta}$$

adică la egalitatea amperspirelor echivalente (solenaţii).In cazul acesta,tensiunea magnetică rezultantă este:

$$(171)\qquad v(x,t) = v_\alpha(x,t) + v_\beta(x,t) = V^{(1,1)}\cos\left(\dfrac{\pi x}{\tau} - \omega t\right)$$

şi reprezintă un <u>cîmp magnetic învîrtitor circular</u> asemănător cu cel dat de (129).Sensul de rotaţie este sensul succesiunii fazelor,adică în cazul de faţă,<u>de la faza cu curent defazat înainte la faza cu curentul defazat în urmă</u> (sens orar în planul electric din fig.75).

Deşi înfăşurările bifazate asigură o utilizare mai slabă a periferiei armăturilor ca cele trifazate,ele sînt studiate deoarece se întîlnesc la maşinile mici şi permit în unele cazuri să echivaleze d.p.v.magnetic acţiunea înfăşurărilor trifazate simetrice,sau conectate nesimetric la reţea.

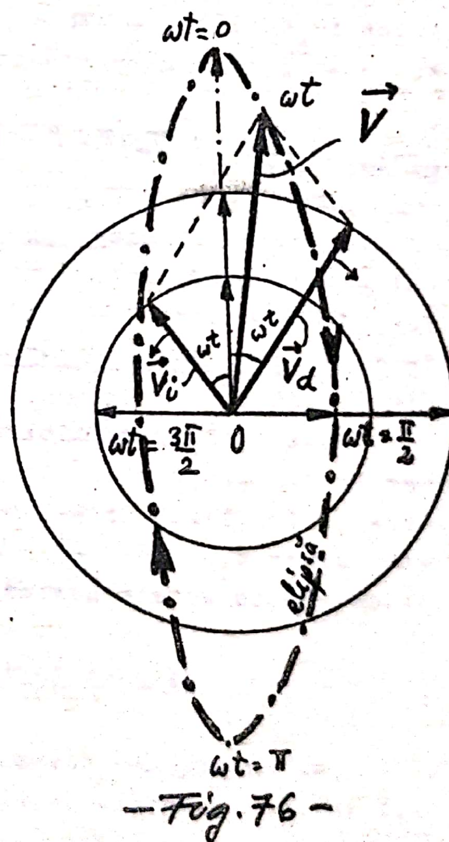
2.4.2. <u>Cîmpuri învîrtitoare eliptice</u>.

Să considerăm înfăşurarea bifazată de la cap.2.4.1. în cazul în care condiţia de cîmp circular (170) nu este îndeplinită. In acest caz,tensiunea magnetică rezultantă dată de suma celor doi

termeni din (168), adică:

$$(172)\quad v(x,t) = \left[\frac{V_\alpha^{(1,1)} + V_\beta^{(1,1)}}{2}\right]\cos\left(\frac{\pi x}{\tau} - \omega t\right) + \left[\frac{V_\alpha^{(1,1)} - V_\beta^{(1,1)}}{2}\right]\cos\left(\frac{\pi x}{\tau} + \omega t\right)$$

Se observă în acest caz, existența în mașină a două cîmpuri învîrtitoare de sensuri opuse, viteze egale dar, amplitudini diferite. Se zice că în mașină există un cîmp magnetic învîrtitor eliptic, adică un cîmp magnetic învîrtitor rezultant unic, care se rotește neuniform și a cărui amplitudine variază între un maxim și un minim, după cum vom vedea îndată. Denumirea de cîmp eliptic provine de la reprezentarea în planul electric prin fazori spațiali rotitori a celor doi termeni din (172) și obținerea prin sumare fazorrială la diferite momente de timp, a fazorului rezultant (fig.76) notat cu $\vec{V}$ pe figură. Locul geometric al vîrfului fazorului rezultant este o elipsă trasată cu linie-punct, parcursă în sensul dat de cîmpul cu amplitudine mai mare (pe fig.76 s-a considerat că acest cîmp este cel direct, reprezentat prin fazorul $\vec{V_d}$). La momentele definite de $\omega t = 0, \pi, 2\pi$, etc. amplitudinea este maximă, iar la momentele definite de $\omega t = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$, etc. amplitudinea este minimă. Viteza unghiulară electrică a fazorului rezultant nu este constantă, fiind minimă în punctele de maxim ale amplitudinii și maximă în punctele de minimă amplitudine, cumse poate ușor constata.



-Fig.76-

Cîmpurile învîrtitoare eliptice din mașinile electrice, conduc la înrăutățirea func-

ţionării acestora (apar pierderi mărite,cupluri inverse,t.e.m. de frecvenţe duble etc..),fiind caracteristice funcţionărilor nesimetrice a maşinilor,care trebuie deci evitate.

La analiza funcţionării maşinilor în astfel de condiţii,este avantajos să se folosească metoda componentelor simetrice (vol.I cap.3.6.1. pag.234),considerînd de exemplu în cazul bifazat precedent,că fiecare din cele două cîmpuri învîrtitoare,cel direct şi cel invers,sînt produse de cîte două sisteme simetrice de curenţi electrici bifazaţi,de secvenţe opuse.Metoda se aplică deosebit de simplu dacă se presupun identice cele două înfăşurări şi dacă se foloseşte metoda obişnuită a fazorilor de timp.Pentru cazul înfăşurărilor diferite se face o "raportare" a uneia din înfăşurări la cealaltă în modul următor: se presupune că înfăşurarea ce se raportează,de exemplu (β),are aceleaşi caracteristici ($k_{w\alpha}$, W_α), ca (α),dar este parcursă de alt curent:

(173) $$i'_\beta = i_\beta \cdot \frac{k_{w\beta} \cdot W_\beta}{k_{w\alpha} \cdot W_\alpha}$$

numit curent raportat,astfel ca efectul magnetic al înfăşurării după raportare să fie acelaş ca înainte (se verifică că amperspirele echivalente rămîn neschimbate în cele două situaţii).

Cazul înfăşurărilor diferite parcurse de curenţii oarecari:

(174) $$\begin{cases} i_\alpha = I_{\alpha m} \cdot \cos \omega t \\ i_\beta = I_{\beta m} \cdot \cos(\omega t - \lambda) \end{cases}$$

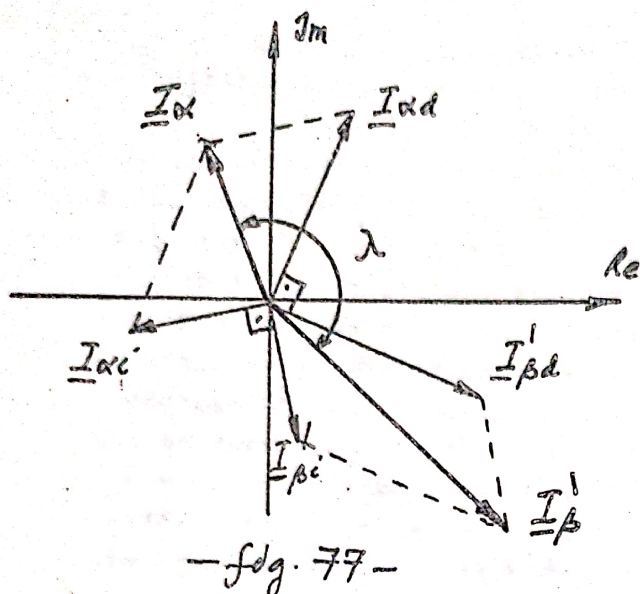
se reduce prin raportare la cazul înfăşurărilor identice cu (α), dar parcurse de curenţii:

(174') $$\begin{cases} i_\alpha = I_{\alpha m} \cdot \cos \omega t \\ i'_\beta = I'_{\beta m} \cdot \cos(\omega t - \lambda) \end{cases}$$

Considerînd curenţii (174') reprezentaţi de fazorii $\underline{I}_\alpha$ şi $\underline{I}'_\beta$, trebuie căutate sistemele direct ($\underline{I}_{\alpha d}$ şi $\underline{I}'_{\beta d}$) şi invers ($\underline{I}_{\alpha i}$ şi $\underline{I}'_{\beta i}$) astfel ca să avem:

(175) $$\underline{I}_\alpha = \underline{I}_{\alpha d} + \underline{I}_{\alpha i}$$
$$\underline{I}'_\beta = \underline{I}'_{\beta d} + \underline{I}'_{\beta i}$$

(a se vedea fig.77). Dacă notăm: $\underline{I}_{\alpha d} = \underline{I}_d$ şi $\underline{I}_{\alpha i} = \underline{I}_i$



-fig. 77-

şi dacă observăm că avem:

$$I'_{\beta d} = -j \cdot I_d \qquad I'_{\beta i} = j \cdot I_i$$

(175) se va scrie:

$$(176) \begin{cases} I_\alpha = I_d + I_i \\ I'_\beta = -j \cdot I_d + j \cdot I_i \end{cases}$$

din care rezultă imediat:

$$(177) \boxed{\begin{aligned} I_d &= \frac{1}{2}\left(I_\alpha + j \cdot I_\beta\right) \\ I_i &= \frac{1}{2}\left(I_\alpha - j \cdot I_\beta\right) \end{aligned}}$$

ceea ce rezolvă problema.

In cazul maşinilor trifazate cele trei înfăşurări ale celor trei faze sînt totdeauna identice, dar curenţii pot fi nesimetrici. In acest caz există trei sisteme de componente (simetrică directă, simetrică inversă şi omopolară) a căror suprapunere reconstituie sistemul nesimetric iniţial. Determinarea pe cale fazorială a acestor componente se face cu expresiile (439) şi (440) din vol.I, cap.3.6.1. de la "Teoria transformatorului trifazat". Componentele simetrice vor produce cîmpuri magnetice învîrtitoare în sens direct şi invers, de amplitudini inegale (deci cîmp eliptic), dar componentele omopolare nu vor produce cîmp magnetic util (curenţii fiind în fază şi egali, rezultă că cele trei tensiuni magnetice sînt trei sinusoide identice, decalate uniform spaţial, la cîte 120° electrice, care prin sumare se anulează), ci doar vor conduce la mărirea cîmpurilor de scăpări ale celor trei faze.

2.4.3. Armonici de spaţiu şi timp în maşini electrice.

In general este posibil ca şi curenţii din maşinile electrice să fie deformaţi în timp, rămînînd însă periodici, alternativi, caz în care pot fi descompuşi în serie Fourier de armonici de timp. O armonică superioară de timp a curenţilor trifazaţi, împreună cu o armonică superioară spaţială din curba tensiunii magneti-

ce, vor produce în întrefier un anumit cîmp magnetic pulsatoriu al unei faze. Dacă considerăm armonica de timp de ordin (λ) şi cea de spaţiu de ordin (ν), vom avea în cazul înfăşurării trifazate:

$$(178)\quad \begin{cases} v_A^{\lambda,\nu} = V^{(\lambda,\nu)} \cdot \cos\lambda\omega t \cdot \cos\dfrac{\nu\pi x}{\tau} \\ v_B^{\lambda,\nu} = V^{(\lambda,\nu)} \cdot \cos\lambda\left(\omega t - \dfrac{2\pi}{3}\right) \cdot \cos\dfrac{\nu\pi}{\tau}\left(x - \dfrac{2}{3}\tau\right) \\ v_C^{\lambda,\nu} = V^{(\lambda,\nu)} \cdot \cos\lambda\left(\omega t - \dfrac{4\pi}{3}\right) \cos\dfrac{\nu\pi}{\tau}\left(x - \dfrac{4}{3}\tau\right) \end{cases}$$

Efectuînd descompunerile termenilor în unde directe şi inverse, obţinem:

$$(180)\quad \begin{cases} v_A^{\lambda,\nu} = \dfrac{V^{(\lambda,\nu)}}{2} \cdot \cos\left(\lambda\omega t - \dfrac{\nu\pi x}{\tau}\right) + \dfrac{V^{(\lambda,\nu)}}{2} \cos\left(\lambda\omega t + \dfrac{\nu\pi x}{\tau}\right) \\ v_B^{\lambda,\nu} = \dfrac{V^{(\lambda,\nu)}}{2} \cdot \cos\left(\lambda\omega t - \dfrac{\nu\pi x}{\tau} - \dfrac{2\pi}{3}(\lambda-\nu)\right) + \dfrac{V^{(\lambda,\nu)}}{2} \cdot \cos\left(\lambda\omega t + \dfrac{\nu\pi x}{\tau} - \dfrac{2\pi}{3}(\lambda+\nu)\right) \\ v_C^{\lambda,\nu} = \dfrac{V^{(\lambda,\nu)}}{2} \cos\left(\lambda\omega t - \dfrac{\nu\pi x}{\tau} - \dfrac{4\pi}{3}(\lambda-\nu)\right) + \dfrac{V^{(\lambda,\nu)}}{2} \cos\left(\lambda\omega t + \dfrac{\nu\pi x}{\tau} - \dfrac{4\pi}{3}(\lambda+\nu)\right) \end{cases}$$

Funcţie de numerele întregi (λ) şi (ν) vom obţine ca tensiuni magnetice rezultante, fie cele ce corespund unor cîmpuri învîrtitoare directe, fie cele ce corespund unor cîmpuri învîrtitoare inverse, fie ambele, adică cîmpuri pulsatorii (cum este de exemplu cazul $\lambda = 9$ şi $\nu = 3$).

Viteza de deplasare în întrefier a acestor unde rezultă:

$$(181)\quad v_{\lambda,\nu} = \frac{\lambda}{\nu} \cdot 2f\tau = \frac{\lambda}{\nu} \cdot v_{1,1}$$

respectiv:

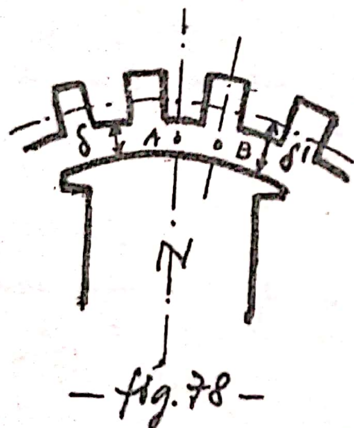
$$(182)\quad \Omega_{\lambda,\nu} = \frac{\lambda}{\nu} \cdot \frac{\omega}{p} = \frac{\lambda}{\nu}\,\Omega_{1,1}$$

deci fie mai rapide ca fundamentala, fie mai lente.

Armonicile superioare de timp apar îm maşini doar la funcţionare în regim deformant (de exemplu la alimentare de la un redresor,sau la funcţionarea prin alimentare de la un invertor) şi în general au valori reduse (inductanţele mari ale înfăşurărilor produc efecte de filtrare).Cu toate acestea,chiar fiind de valori mici,ele pot produce tensiuni induse sezizabile,deoarece viteza de deplasare creşte proporţional cu ordinul lor (formula (181)).

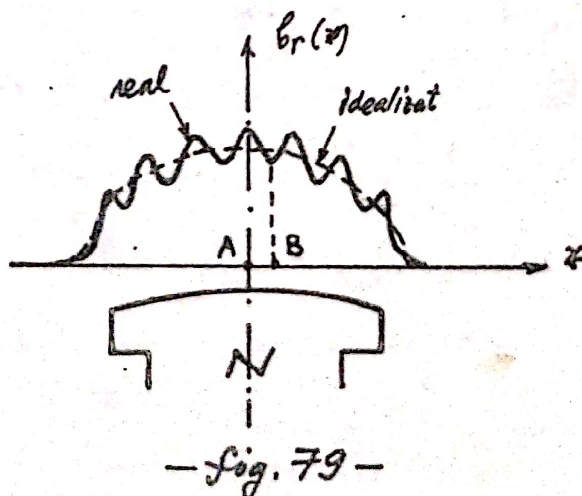
In general ele nu se consideră în studiul maşinilor,dar se pot manifesta în anumite fenomene cum ar fi apariţia cuplurilor sincrone.

O categorie specială de armonici în maşinile electrice se datoreşte prezenţei pe una sau ambele armături a crestăturilor necesare plasării laturilor de bobine.Dacă se consideră fig.78 alăturată,este clar că în punctul A de pe axa unui dinte,cîmpul va fi mai intens decît în punctul B de pe axa crestăturii alăturate,unde are loc o lărgire locală a întrefierului.



- fig.78 -

Dacă s-ar neglija efectul de crestare prin înlocuirea armăturii reale cu una netedă (desenată linie-punct), deci prin considerarea întrefierului echivalent $\delta' = K_C \cdot \delta$,ar rezulta o curbă de repartiţie a inducţiei magnetice în întrefier (formula (154)) ca cea desenată punctat pe fig.79.Considerarea prezenţei reale a crestăturilor conduce la o curbă a repartiţiei inducţiei reale în întrefier,de tipul celei desenate cu linie plină pe fig.79,care se poate considera ca sssprapunere peste curba idealizată,a unei armonici spaţiale de ordin ridicat,denumită <u>armonică de dantură</u>.



- fig. 79 -

In anumite condiţii (mişcarea reciprocă a armăturilor),aceste armonici se transformă în armonici de timp în curba t.e.m.induse.

Mai trebuie menționată deasemenea posibilitatea apariției de subarmonici ale tensiunii magnetice din întrefier,la mașinile cu mai mulți poli,ca urmare a diferențelor de permeanțe magnetice de sub poli (variații ale întrefierului posibile din cauza centrării incorecte a rotorului,variații ale numărului sau dimensiunilor dinților,variații ale stării de magnetizare a dinților etc..),sau ca urmare a modulării armonicii fundamentale..

2.5. Concluzii.

In mașinile electrice actuale,prezintă interes numai producerea cîmpului magnetic cu înfășurări parcurse de curenți electrici de conducție.Aceste înfășurări pot fi:

a) Infășurări repartizate realizate din bobine și grupuri de bobine dispuse pe armături netede (cu excepția crestării existente din motive tehnologice) și cilindrice de secțiune circulară.

b) Infășurări concentrate realizate din bobine cu spire identice suprapuse,dispuse pe polii aparenți ai armăturilor de tipul celei din fig.67 sau 68,avînd cîte două sisteme de axe de simetrie longitudinală (d) și transversală (q).

Ambele tipuri de înfășurări trebuie să producă cîmpuri magnetice repartizate spațial sinusoidal,prin componenta radială,la suprafața armăturii de secțiune transversală circulară,în întrefier.

Cîmpurile magnetice produse pot fi:

1 - fixe în spațiu și constante în timp

2 - fixe în spațiu,dar variabile alternativ în timp

3 - mobile în spațiu,dar constante în timp

4 - mobile în spațiu și variabile în timp (cel mai general caz,de exemplu în cazul cîmpurilor eliptice)

Trebuie observat că această clasificare depinde de sistemul de coordonate ales,fiind relativă (un acelaș cîmp apare într-un fel în sistemul legat de rotor și în alt fel în sistemul legat de stator).Cîmpurile eliptice nu reprezintă cel mai general caz posibil.Există situații cînd extremitatea fazorului spațial descrie curbe loc geometric mai complicate (cazul regimurilor nesimetrice și tranzitorii).

Cîmpuri magnetice învîrtitoare care stau la baza funcționării mașinilor electrice de curent alternativ se pot produce:

a) Cu înfășurări polifazate simetrice parcurse de sisteme de curenți polifazați simetrici,pe armături fixe,sau mobile.

b) Cu înfăşurări repartizate monofazate, sau concentrate, parcurse de curent continuu, pe armături mobile.

3. PRODUCEREA TENSIUNII ELECTROMOTOARE.

3.1. Fluxuri magnetice prin înfăşurări.

Infăşurările în care se induce tensiunea electromotoare (de acum încolo o vom nota prescurtat t.e.m.) în maşinile de curent alternativ, se numesc înfăşurări induse, spre deosebire de cele care servesc la producerea cîmpului magnetic numite înfăşurări inductoare. Aceste denumiri au caracter convenţional, deoarece şi înfăşurările induse pot produce cîmp magnetic (la mersul în sarcină cînd sînt parcurse de curenţi) şi în anumite condiţii apare t.e.m şi în înfăşurările inductoare.

La maşinile de curent alternativ clasice, înfăşurările induse sînt totdeauna înfăşurări de tip repartizat.

Problema de care ne ocupăm constă în determinarea fluxului magnetic total util care se înlănţuie cu o înfăşurare indusă dată situată într-un cîmp magnetic dat în întrefierul unei maşini electrice. Acest cîmp magnetic dat, poate fi produs de altă înfăşurare, dar poate fi şi cimpul magnetic propriu al înfăşurării studiate. La început vom lua în consideraţie numai cîmpul magnetic care corespunde armonicii spaţiale fundamentale a inducţiei magnetice.

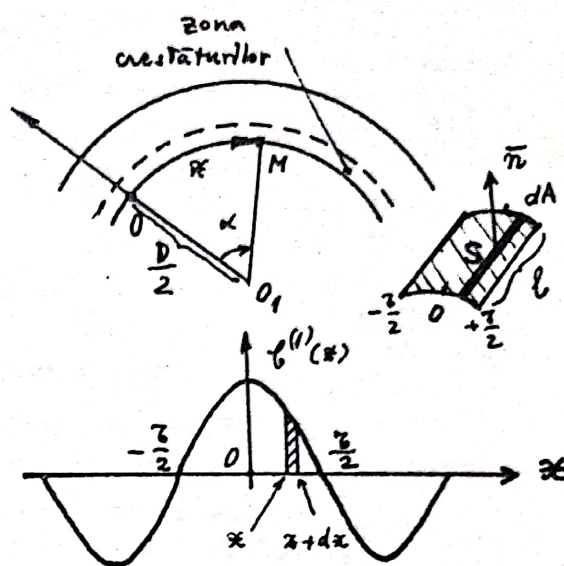
Pentru rezolvarea acestei probleme vom folosi o mărime importantă, la definirea căreia trecem în continuare.

a) Fluxul unui pol.

Să considerăm armătura cilindrică circulară a indusului din fig.80 de mai jos şi o origine O faţă de care se determină poziţia unui punct M, de pe această armătură. Să presupunem că la suprafaţa acestei armături există un cîmp magnetic cu 2p poli, fix în spaţiu şi constant în timp, avînd repartiţie sinusoidală a componentei radiale. Dacă axa de referinţă O_1O se alege astfel ca în dreptul punctului O cîmpul să fie maxim şi convenim ca să fie considerat pozitiv cînd este orientat spre armătură (de la O_1, la O), vom avea următoarea expresie a componentei radiale:

(183) $$b_r(x) = B_m \cdot \cos \frac{\pi x}{\tau}$$

In aceste condiţii se numeşte flux polar (sau fluxul unui pol), fluxul magnetic fascicular calculat pe o suprafaţă adiacentă armăturii (lipită pe alezajul interior al acesteia) formată din două laturi paralele opuse, în lungul generatoarelor armăturii, pe lungimea l a acesteia şi două arce de lungime τ corespunzătoare pasului polar (S pe fig.80). Suprafaţa de calcul este "centrată" pe axa unui pol magnetic (linia mijlocie de simetrie a lui S trece prin O). Fluxul polar se notează cu Φ_τ şi este:



-fig.80-

(184) $$\Phi_\tau = \int_S \bar{B}\,d\bar{A} = \int_S \bar{B}\cdot\bar{n}\,dA = \int_{-\frac{\tau}{2}}^{+\tau/2} b_r(x)\,l\,dx$$

adică:

(185) $$\boxed{\Phi_\tau = \frac{2}{\pi}\cdot\tau l\cdot B_m}$$

Fluxul polar este fluxul printr-o spiră cu pas diametral $y = \tau$ de pe armătura indusului, care ar fi aşezată exact sub un pol.

La maşinile cu întrefier constant se poate da expresiei precedente o altă formă. Valoarea maximă a inducţiei se poate scrie în funcţie de tensiunea magnetică maximă V_m după (42):

(186) $$B_m = \mu_0\cdot\frac{V_m}{K_c\cdot\delta}$$

Inlocuind în (185) şi grupînd factorii se obţine:

(187) $$\Phi_\tau = \frac{2}{\pi}\left(\mu_0\frac{\tau l}{K_c\delta}\right)V_m = \frac{2}{\pi}\cdot\lambda_\delta\cdot V_m$$

în care s-a notat prin λ_δ permeanţa magnetică a întrefierului pe un pas polar, care ar corespunde repartiţiei uniforme a inducţiei. In acest fel, relaţia (187) nu reprezintă altceva decît aşa numita lege a lui Ohm pentru circuite magnetice, în care apare în plus factorul numeric din faţă din cauza repartiţiei neuniforme (sinusoidale) a

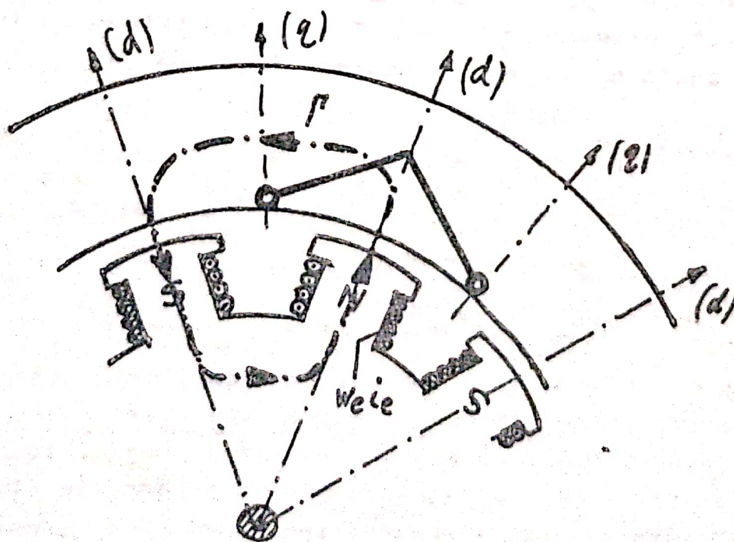
inducţiei magnetice. În adevăr, legea lui Ohm pentru zona din întrefier care corespunde la două suprafeţe S distanţate la $\delta' = K_C \cdot \delta$, este:

$$\phi_\delta = \frac{V_m}{\mathcal{R}_m} = \lambda \cdot V_m = \mu_0 \frac{S}{\delta'} V_m = \mu_0 \frac{\tau l}{K_C \delta} \cdot V_m \tag{188}$$

Dacă considerăm <u>întrefierul variabil</u> (fig.81) putem păstra forma de scriere (187) (cea dată de (185) rămîne evident aceeaşi) în care din scrierea teoremei lui Ampère pe curba Γ rezultă:

$$V_m = w_e i_e \tag{189}$$

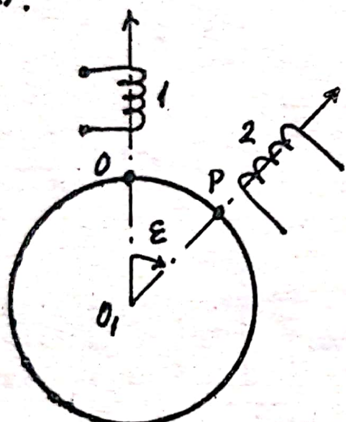
De data aceasta însă, nu mai putem scrie aşa de simplu expresia permeanţei întrefierului. In plus, dacă cîmpul este datorat însăşi armăturii statorice (produs de înfăşurarea repartizată) şi nu celei rotorice, putem iar păstra expresia (187), dar λ_δ va fi de altă valoare. In adevăr, deşi configuraţia geometrică este aceeaşi în ambele cazuri, modul de excitare a cîmpului (condiţiile la limită pe frontiera domeniului) este diferit; într-un caz avem înfăşurare repartizată pe stator, în celălalt caz înfăşurare concentrată pe rotor. Dacă axa (d) a rotorului are o poziţie oarecare faţă de cîmpul înfăşurării de pe stator, repartizată, λ_δ va avea valori ce depind de această poziţie relativă. Complicaţiile de acest fel, care apar la maşinile cu întrefier variabil, au condus la <u>teoria celor două reacţii</u>, pe care o vom studia la "Maşina sincronă" în vol.III.



– fig.81 –

b) Fluxul total util prin înfășurare.

Să considerăm o mașină cu întrefier constant, avînd pe una din armături o înfășurare repartizată caracterizată prin factorul de bobinaj k_{w1} și numărul de spire W_1, iar pe cealaltă armătură (sau chiar pe aceeași armătură) o altă înfășurare repartizată cu k_{w2} și W_2. Cele două înfășurări trebuie să producă cîmpuri magnetice cu un număr egal de poli ($p_1 = p_2$). Vom presupune că axele grupurilor de bobine ale celor două înfășurări nu coincid (în planul electric cele două axe ale înfășurărilor fac un unghi oarecare ε, ca în fig. 82):



- fig. 82 -

Curenții i_1 și i_2 prin cele două înfășurări vor produce tensiuni magnetice în întrefier care corespund cîmpurilor utile și cîmpuri magnetice de scăpări ale fiecărei înfășurări. Dacă adoptăm ca axă de referință axa primei înfășurări, cele două tensiuni magnetice (fundamentalele) vor fi:

$$v_1(x) = V_1 \cdot \cos \frac{\pi x}{\tau}$$

(190)

$$v_2(x) = V_2 \cdot \cos \frac{\pi(x-h)}{\tau}$$

în care după (96) avem:

(191)
$$\begin{cases} V_1 = \dfrac{2}{\pi} \cdot \dfrac{k_{w1} W_1}{p} \, i_1 \\ V_2 = \dfrac{2}{\pi} \cdot \dfrac{k_{w2} W_2}{p} \cdot i_2 \end{cases}$$

Energia magnetică totală a cîmpului produs de cele două înfășurări, este:

(192) $$W_m = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2$$

Dacă nu luăm în considerație energia cîmpurilor de scăpări, putem scrie pentru energia cîmpului util rezultant:

(193) $$W_{mu} = \frac{1}{2} L_{1u} \cdot i_1^2 + \frac{1}{2} L_{2u} i_2^2 + M i_1 i_2$$

In aceste expresii L_1 și L_2 sînt inductanțele totale ale celor două înfășurări, M este inductanța mutuală, iar L_{1u} și L_{2u} sînt inductanțele utile ale înfășurărilor, adică (vol.I pag.160-161) :

(194) $$L_{1U} = L_1 - L_{1\sigma} \qquad L_{2U} = L_2 - L_{2\sigma}$$

Energia cîmpului util rezultant se poate calcula și pe o altă cale:

(195) $$W_{mu} = \int_V \frac{B_\delta H_\delta}{2} dV = \frac{\mu_0}{2} \int_{V\delta} H_\delta^2 \cdot dV$$

în ultima integrală domeniul de integrare fiind exclusiv limitat la volumul V_δ al întrefierului (în armături deoarece $\mu = \infty$, intensitatea cîmpului magnetic H este nulă).

Rezultă atunci:

(196) $$W_{mu} = \frac{\mu_0}{2} \int_0^{2p\tau} [H(x)]^2 \delta' l \cdot dx = \frac{\mu_0}{2} \int_0^{2p\tau} \left[\frac{V_1(x) + V_2(x)}{\delta'}\right]^2 \delta' l \cdot dx =$$

$$= \frac{\mu_0}{2} \frac{l}{\delta'} \int_0^{2p\tau} V_1^2(x)\, dx + \frac{\mu_0}{2} \frac{l}{\delta'} \int_0^{2p\tau} V_2^2(x)\, dx + \mu_0 \frac{l}{\delta'} \int_0^{2p\tau} V_1(x) \cdot V_2(x)\, dx$$

Cele trei integrale de mai sus corespund mutual termen cu termen, cu cei trei din membrul drept al expresiei (193). Rezultă :

(197) $$W_{12} = M i_1 i_2 = \Psi_{21} i_2 = \Psi_{12} \cdot i_1 = \mu_0 \frac{l}{\delta'} \int_0^{2p\tau} V_1(x) \cdot V_2(x)\, dx$$

Calculînd integrala obținem succesiv:

(198) $$W_{12} = \mu_0 \frac{l}{\delta'} V_1 V_2 \int_0^{2p\tau} \cos\frac{\pi x}{\tau} \cdot \cos\frac{\pi(x-h)}{\tau} dx =$$

$$= \mu_0 \frac{l}{\delta'} \cdot \frac{V_1 V_2}{2} \int_0^{2p\tau} \left[\cos\left(\frac{2\pi x}{\tau} - \frac{\pi h}{\tau}\right) + \cos\frac{\pi h}{\tau}\right] dx =$$

$$= \mu_0\, p \cdot \frac{l}{\delta'} \cdot \tau \cdot V_1 V_2 \cdot \cos\frac{\pi h}{\tau} = p \underbrace{\left(\mu_0 \frac{\tau l}{\delta'}\right)}_{\lambda_\delta} V_1 V_2 \cos\varepsilon$$

In toate aceste expresii şi calcule s-a ţinut seama că Ψ_{21} şi Ψ_{12} reprezintă fluxurile totale utile produse printr-o înfăşurare de curentul ce parcurge cealaltă înfăşurare. Termenul prim de sub integrală, ce conţine pe x, dă prin integrare o valoare nulă. In sfîrşit, cantitatea $\pi h/\tau$ exprimată în funcţie de unghiul la centru real ε_g, este:

(199) $$\frac{\pi h}{\tau} = \frac{\pi\left(\frac{D}{2}\varepsilon_g\right)}{\pi D/2p} = p\varepsilon_g = \varepsilon$$

deci este unghiul electric de decalare spaţială a axelor celor două înfăşurări.

Dacă se ţine seama de relaţiile (187) şi (191) şi se compară (197) cu (198), rezultă:

(200) $$\Psi_{21} = k_{w2} W_2 \cdot \Phi_{1\tau} \cos\varepsilon$$
$$\Psi_{12} = k_{w1} W_1 \Phi_{2\tau} \cdot \cos\varepsilon$$

adică, fluxul total util ce străbate una din înfăşurări (2) ca urmare a trecerii curentului electric (i_1) prin cealaltă (1), este dat de produsul numărului de spire echivalent (pag.51 din acest volum) al înfăşurării ($k_{w2} \cdot W_2$) cu fluxul polar al celeilalte înfăşurări ($\Phi_{1\tau}$) şi cu cosinusul unghiului electric de decalaj al axelor înfăşurărilor.

Este clar că dacă avem o altă cauză de producere a cîmpului magnetic decît înfăşurarea (1), care însă produce acelaş flux polar $\Phi_{1\tau}$, iar axa după care cîmpul are valoarea maximă este şi ea aceeaşi, expresia primă din (200) va rămîne valabilă şi în aceste condiţii (fluxul nu depinde de modul de producere a cîmpului din întrefier, ci doar de valoarea fluxului polar şi de poziţia înfăşurării faţă de acest cîmp). De aceea, pe viitor ne vom elibera de indicii din (200), scriind fluxul total util sub forma:

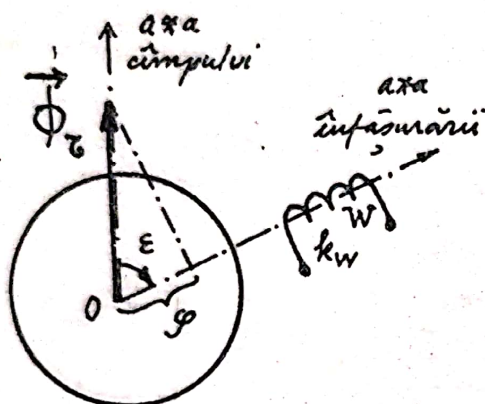
(201) $$\boxed{\Psi = k_w \cdot W \cdot \Phi_\tau \cdot \cos\varepsilon}$$

k_w şi W fiind caracteristici ale înfăşurării, iar Φ_τ şi ε ai cîmpului exterior acesteia, considerat dat.

Expresia precedentă permite prin analogie cu cele spuse la cap.2.2.6, pag.42-43, introducerea unui fazor al fluxului polar aşezat pe axa cîmpului în planul electric din fig.83, cu o mărime egală cu Φ_τ. Relaţia (201) se poate interpreta atunci ca

teoremă a proiecției, analoagă celei de la pag.42 (fig.43), permițînd aflarea fluxului fascicular φ așa cum se arată în fig.83. Fluxul total prin înfășurare se obține atunci prin înmulțirea celui fascicular cu numărul echivalent de spire al înfășurării:

(202) $$\psi = k_w \cdot W \cdot \varphi = k_w W (\Phi_\tau \cdot \cos\varepsilon).$$



– fig. 83 –

În legătură cu reprezentarea prin fazori a fluxurilor magnetice, la fel ca și a tensiunilor magnetice, trebuie remarcat că spre deosebire dae metoda fazorială clasică (de timp), în cazul acestora avem de a face cu mărimi globale, definite prin integrale:

$$v = \int_C \vec{H} d\vec{l}$$

$$\phi = \int_S \vec{B} d\vec{A}$$

Faptul că asemenea mărimi globale se pot reprezenta prin fazori, se datorește condițiilor din mașinile electrice, care realizează variațiile sinusoidale în raport cu coordonatele și care pun în evidență anumite direcții și sensuri preferențiale.

Această metodă trebuie privită doar ca metodă strictă de calcul, fără a i se atașa un sens fizic, cu atît mai mult cu cît de la o reprezentare laa alta apar și alte diferențe. Astfel, în timp ce în cazul tensiunii magnetice, teorema proiecției are sens pentru orice punct din periferia mașinii, este clar că aceeași teoremă aplictă în cazul fluxului are sens doar pentru punctele din întrefier situate pe axa unei înfășurări, deci numai în prezența acesteia.

Metodele bazate pe fazori se folosesc uneori concomitent (cu mai multe specii de mărimi) ceea ce conduce la simplificări importante în teoria mașinilor electrice. Astfel, ca urmare a corelației spațio-temporale de la 2.2.10. este posibil să considerăm identici fazorul curentului, cu fazorul spațial al tensiunii magnetice, înmulțit cu un factor numeric și alt factor dimensional (pentru a se respecta relația scalară (134) dintre ei)

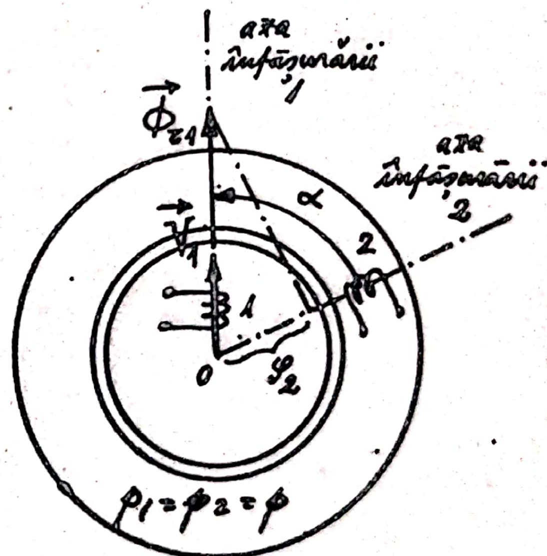
3.2. Tensiuni electromotoare în mașinile electrice.

3.2.1. Moduri de producere a t.e.m.

La baza producerii tensiunii electromotoare în mașinile electrice,se află legea inducției electromagnetice sub forma integrală , simplă sau desvoltată (vol.I,cap.2.3. din "Introducere").Conform acestei legi,cauza producerii t.e.m. în lungul unui contur închis este variația în timp a fluxului magnetic prin suprafața conturului,indiferent de modul concret în care se realizează această variație.Acest fapt fundamental,arată că producerea t.e.m.se poate realiza pe diferite căi,ca de exemplu:

- prin variația în timp a inducției magnetice din zona de calcul a fluxului
- prin mișcarea conturului în cîmpuri date,neuniforme,ceea ce face ca fluxul să varieze de la un loc la altul
- prin deformarea continuă a conturului în timp

Ultimul caz nu poate avea loc în mașinile pe care le studiem, deoarece înfășurările indusului sînt rigide,nedeformabile.In schimb celelalte două moduri de producere a t.e.m.se folosesc pe scară largă,fie separat,fie împreună.Tensiunile electromotoare produse prin primele două procedee se numesc t.e.m. de transformare (statice),respectiv,t.e.m. de mișcare.



-fig.84-

Să considerăm de exemplu cazul din fig.84,al unei mașini cu întrefier constant,cu o înfășurare monofazată (1) pe rotor și alta asemănătoare (2) pe stator,avînd același număr de poli ($p_1 = p_2$),decalate spațial la un unghi electric α (figura reprezintă planul electric al secțiunii).

Curentul i_1 care trece prin înfășurarea rotorică (1),produce un cîmp magnetic în întrefier,cu o tensiune magnetică a cărei fundamentală spațială are ca axă,axa înfășurării (fazorul spațial $\vec{V}_1$ din figură) și valoarea maximă în spațiu:

(203) $$V_1 = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{k_{w_1} W_1}{p} \cdot i_1$$

Fluxul polar care corespunde acestui cîmp magnetic este dat de relația (187), fiind reprezentat de fazorul $\overline{\Phi}_{\tau 1}$ situat pe aceeași axă. Conform celor spuse la cap.3.1. precedent, fluxul fascicular prin înfășurarea (2) statorică va fi conform teoremei proiecției:

(204) $$\varphi_2 = \Phi_{\tau 1} \cdot \cos\alpha$$

fluxul magnetic total, fiind:

(205) $$\psi_2 = k_{w_2} W_2 \varphi_2 = k_{w_2} W_2 \Phi_{\tau 1} \cdot \cos\alpha = \Psi_2 \cdot \cos\alpha$$

Relația (205) rămîne evident valabilă, pentru oricare alt mod de producere a cîmpului în întrefier, cu condiția ca fluxul polar să fie acelaș, iar axa cîmpului să fie deasemenea aceeași, de aceea putem elimina indicii, scriind pentru fluxul prin înfășurare expresia:

(206) $$\boxed{\psi = k_w W \Phi_\tau \cdot \cos\alpha}$$

Mărimile k_w și W caracterizează înfășurarea considerată, iar mărimile Φ_τ și α caracterizează cîmpul "exterior".

In vederea producerii t.e.m. în înfășurare observăm că singurele mărimi care ar putea varia în timp sînt:

a) Fluxul polar, ca urmare de exemplu a variației în timp a curentului inductor i_1 (variația în timp a excitației)

b) Unghiul electric (deci și cel real geometric), ca urmare a mișcării relative a celor două armături.

In general, în prezența ambelor moduri de variație în timp, fluxul (206) va fi o funcție de timp de forma:

(207) $$\psi(t) = k_w W \Phi_\tau(t) \cdot \cos\alpha(t) = \Psi(t) \cdot \cos\alpha(t)$$

și în acest caz t.e.m. indusă va fi:

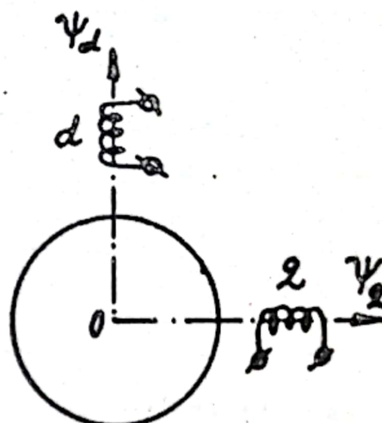
(208) $$e = -\frac{d\psi(t)}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt} \cdot \cos\alpha + \frac{d\alpha}{dt} \cdot \Psi \cdot \sin\alpha$$

Primul termen corespunde t.e.m. de transformare (statică), care se calculează ca și cînd α ar fi constant, corespunzînd valorii

din momentul de timp considerat, iar al doilea termen corespunde t.e.m. de mişcare, care se calculează ca şi cînd $\Psi(t)$ ar fi constant, egal cu valoarea din momentul de timp considerat.

Dacă la t considerat, avem $\alpha = 0$, singura t.e.m. indusă este cea de transformare, iar dacă $\alpha = 90^0$ electrice, singura t.e.m. indusă este cea de mişcare.

In teoria maşinilor electrice avem de multe ori de a face cu înfăşurări ortogonale (cu axele la 90^0 electrice, deci perpendiculare în planul electric) iar fluxul magnetic ca fazor se descompune în componente după cele două axe ale înfăşurărilor, ca în figura 84_1 alăturată. In acest caz, luînd în consideraţie cele spuse, t.e.m. în cele două înfăşurări vor fi date de expresiile:



- fig. 84_1 -

$$(209)\quad \begin{cases} e_d = -\dfrac{d\Psi_d}{dt} - \omega\Psi_q \\ e_q = -\dfrac{d\Psi_q}{dt} + \omega\Psi_d \end{cases}$$

$$\left(\omega = \frac{d\alpha}{dt}\right)$$

In cele ce urmează ne vom ocupa mai pe larg de cele două tipuri de t.e.m. stabilind principalele lor caracteristici pentru cazurile cele mai întîlnite în studiul maşinilor electrice de curent alternativ.

a) T.e.m. de transformare.

Să presupunem armăturile în repaus (absolut, sau relativ), deci α = constant, iar fluxul polar variabil în timp sinusoidal, ca urmare de exemplu a curentului:

$$(210)\qquad i_1 = I_{1m}\cdot\cos\omega t = I_1\sqrt{2}\cdot\cos\omega t$$

Inlocuind această valoare în (203) şi ţinînd seama de (187) şi (206), rezultă:

$$(211)\qquad \Psi_2 = k_{W2}\, W_2\, \Phi_{\delta m}\cdot\cos\alpha\cdot\cos\omega t$$

în care: $\Phi_{\delta m}\cdot\cos\alpha = \Phi_{2m}$

reprezintă valoarea maximă în timp a fluxului fascicular prin înfăşurare, iar Φ_{2m} este valoarea maximă în timp a fluxului polar. Putem scrie deci:

$$(212)\quad \psi_2 = (k_{w2} W_2 \Phi_{2m}) \cos\omega t = \Psi_{2m} \cdot \cos\omega t$$

Atunci t.e.m. va fi:

$$(213)\quad e_2 = -\frac{d\psi_2}{dt} = \omega \Psi_{2m} \cdot \sin\omega t = 2\pi f (k_{w2} W_2 \Phi_{2m}) \sin\omega t = E_2\sqrt{2} \cdot \sin\omega t$$

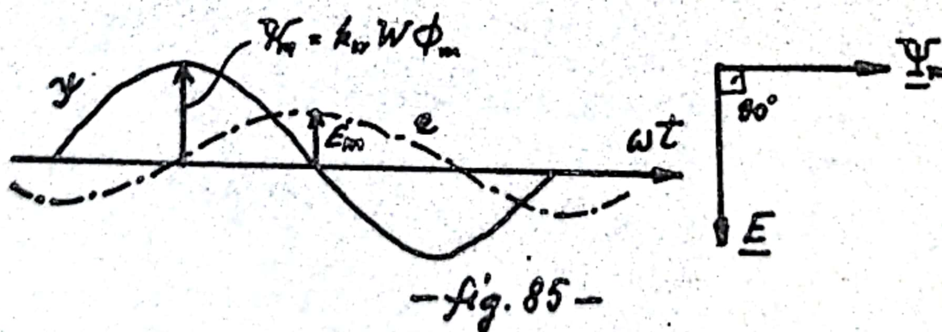
Eliminînd indicii 2 neesenţiali, rezultă expresiile fluxului şi t.e.m. următoare:

$$(214)\quad \begin{aligned} \psi &= (k_w W \Phi_m) \cos\omega t = \Psi_m \cdot \cos\omega t \\ e &= E\sqrt{2} \sin\omega t = E_m \cdot \sin\omega t \end{aligned}$$

care ne arată:

1 – amîndouă mărimile variază sinusoidal în timp, t.e.m. fiind defazată la $\frac{\pi}{2}$ în urma fluxului (fig.85 reprezentarea fazorială din dreapta)

2 – pulsaţia în timp (deci şi frecvenţa) a t.e.m. şi a fluxului, coincid cu cele ale curentului inductor, deci cu cele ale cîmpului exterior înfăşurării induse



– fig. 85 –

3 – valoarea efectivă a t.e.m. induse este:

$$(215)\quad \boxed{E = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot f \cdot k_w W \Phi_m}$$

formulă foarte asemănătoare cu cea de la transformator (vol.I formula (206) pentru tensiune,care reprezintă în fond valoarea t.e.m. E_1 din primar),avînd însă în locul lui W_1 ,numărul "echivalent" de spire $k_w.W$!

Cea mai mare valoare efectivă a t.e.m. induse prin transformare corespunde valorii $\alpha = 0$ (adică cîmpul exterior înfăşurării acţionează în axa acesteia); pentru $\alpha = 90^o$ electrice t.e.m. de transformare se anulează (cîmpul exterior este ortogonal pe înfăşurare).

Formularea acestor rezultate s-a făcut astfel încît ipoteza iniţială a întrefierului constant să nu afecteze cu nimic generalitatea rezultatelor.

b) T.e.m. de mişcare.

Să presupunem acum că i_1 este continuu (deci constant în timp) iar α este variabil în timp,ca urmare a rotaţiei uniforme a rotorului,de exemplu spre stînga în fig.84,cu viteza unghiulară reală Ω ,ceea ce corespunde vitezei:

(216) $$\boxed{\omega = p\Omega}$$

în planul electric.Variaţia în timp a lui α se poate scrie:

(217) $$\alpha = \omega t$$

dacă se presupune că la t = 0 cîmpul exterior (de exemplu cel al înfăşurării (1)) este în axa înfăşurării indusului (2).

De data aceasta fluxul polar produs de curentul constant i_1 ($\bar{\Phi}_{21}$ pe fig.84) este constant,dar variază poziţia lui ca fazor, în raport cu axa înfăşurării de pe stator.

Fluxul total prin înfăşurare este:

(218) $$\Psi_2 = k_{W_2} W_2 \Phi_{21} \cdot \cos\alpha = k_{W_2} W_2 \Phi_{21} \cdot \cos\omega t$$

sau eliminînd indicii introduşi convenţional şi deci neesenţiali:

(219) $$\underline{\Psi = (k_W W \Phi_\delta) \cos\omega t = \Psi_m \cdot \cos\omega t}$$

adică o expresie identivă cu (214).Prin urmare cele spuse la t.e.m. de transformare rămîn valabile şi pentru t.e.m. de mişcare,

adică expresiile (214) reprezentate în fig.85 și formula valorii efective a t.e.m. (215).Singurele diferențe notabile sînt:

a - la t.e.m. produsă prin mișcare,fluxul maxim din (215) depinde doar de curentul inductor; la t.e.m. de transformare acest flux depindea și de poziția dată a înfășurărilor (unghiul α)

b - pulsația ω a t.e.m. de mișcare este proporțională cu viteza unghiulară reală a rotorului,nefiind legată de o caracteristică a curentului i_1 ,în acest caz continuu.

Observații:

1 - frecvența t.e.m. induse prin mișcare se poate scrie în funcție de turația n a rotorului măsurată în rot/min astfel:

(220) $$f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{p\Omega}{2\pi}=\frac{p}{2\pi}\left(\frac{\pi n}{30}\right)$$

adică:

(221) $$\boxed{f=\frac{p\cdot n}{60}}$$

2 - cîmpul magnetic produs prin mișcarea rotorului cu înfășurare parcursă de curent continuu este un cîmp magnetic învîrtitor produs pe cale mecanică cu poli înecați (fig.61),sau cu poli aparenți (fig.67): producerea t.e.m. în acest mod este fenomenul fizic de bază în conversia electromecanică a energiei cinetice mecanice,în energie electromagnetică de curent alternativ.

Mașinile sincrone produc t.e.m. tocmai în acest mod analizat aci.

3 - deoarece fenomenele de inducție electromagnetică depind numai de mișcări relative ale circuitelor față de cîmpul inductor, cele spuse rămîn valabile și în cazul în care rotorul ar fi fix, iar statorul s-ar roti (invers,spre dreapta) cu viteza Ω .Cum acest lucru este dificil de realizat mecanic,cele spuse rămîn valabile și în cazul cînd înfășurarea de excitație ar fi pe stator (ca în fig.68),iar înfășurarea indusă,sediul producerii t.e.m. ar fi situată pe rotorul în mișcare.

4 - rezultatele stabilite rămîn valabile și în cazul că ambele armături sînt fixe,dar cîmpul învîrtitor este produs pe cale electrică (de exemplu trei înfășurări monofazate la 120° electrice pe rotor,cu același număr de poli ca înfășurarea de pe stator, parcurse de trei curenți trifazați simetrici,avînd succesiunea fazelor în sensul trigonometric); din punctul de vedere al armonicilor spațiale superioare,echivalența cu cîmpul învîrtitor produs pe cale mecanică nu mai este posibilă (aceste armonici se re-

tesc cu viteze mai mici față de stator,așa cum s-a arătat la cap. 2.2.9. expresia (140); la producere pe cale mecanică toate armonicile spațiale ale cîmpului se rotesc cu aceeași viteză față de stator)

5 - dacă presupunem că și rotorul și statorul se rotesc în acelaș sens, cu viteze diferite $\Omega_R > \Omega_S$, unghiul electric se va scrie analog cu (217) sub forma:

(222) $$\alpha = p(\Omega_R - \Omega_S)t = (\omega_R - \omega_S)t = \omega_{rel} \cdot t$$

deci rezultatele stabilite rămîn valabile,cu condiția ca ω să fie luat:

(223) $$\omega = \omega_{rel} = \omega_R - \omega_S$$

Frecvența t.e.m. induse în acest caz este:

(224) $$\underline{\underline{f = \frac{p(n_R - n_S)}{60}}}$$

Se vede imediat că dacă $\Omega_R = \Omega_S$ (armături în repaus relativ) t.e.m.de mișcare este nulă.

6 - rezultatele stabilite,inclusiv cele de la pct.a),iau în considerație exclusiv doar armonica spațială fundamentală a cîmpului din întrefier.

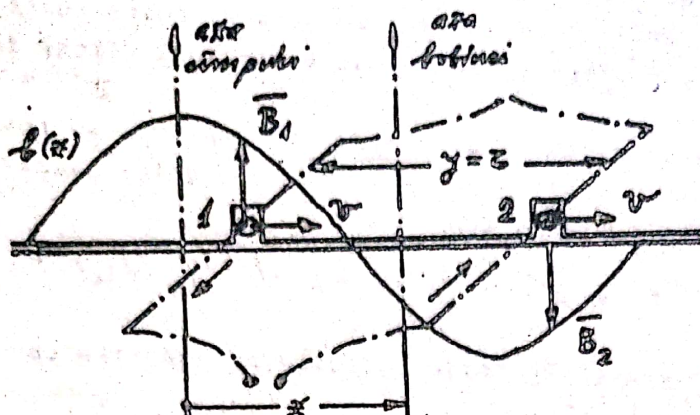
7 - rezultatele stabilite la pct.b) se pot deduce pe o cale asemănătoare cu cea urmată la stabilirea tensiunii magnetice a înfășurărilor,plecînd de la expresia t.e.m. de mișcare:

(225) $$e = \oint_{\Gamma} (\bar{v} \times \bar{B})\, \overline{dl}$$

considerînd cîmpul inductor exterior fix și înfășurarea indusă în mișcare,așa cum se face în alte manuale.

Deoarece acest mod de abordare are unele avantaje,vom arăta în continuare felul în care se aplică relația (225) pe un caz simplu,demonstrînd echivalența cu modul de prezentare din acest curs.

Pentru aceasta vom considera o bobină simplă cu o spiră,cu pas diametral y = τ ,care se deplasează cu armătura pe care se află,cu viteza v constantă,în cîmpul magnetic cu inducție radială sinusoidală spațial din fig.86.



-fig.86-

Poziția bobinei față de cîmpul fix este dată prin coordonata x față de axa cîmpului, a axei de simetrie a bobinei, deci laturile 1 și 2 ale acesteia se află la $x - \frac{\tau}{2}$, respectiv $x + \frac{\tau}{2}$. Deoarece în lungul laturilor active viteza și inducția au aceleași valori, t.e.m. calculată cu (225) în sensul orientat după regula burghiului drept cu sensul axei bobinei este:

(226) $$e = vl(B_2 + B_1) = vl\left[b(x_1) - b(x_2)\right] = vl\left[b\left(x - \frac{\tau}{2}\right) - b\left(x + \frac{\tau}{2}\right)\right]$$

Cum curba inducției, chiar nesinusoidală dar simetrică, satisface:

(227) $$b\left(x - \frac{\tau}{2}\right) = -b\left(x + \frac{\tau}{2}\right)$$

rezultă:

(228) $$e = 2vl \cdot b\left(x - \frac{\tau}{2}\right) = 2vl \cdot b(x_1)$$

Ca urmare a mișcării uniforme cu v = constant, argumentul x_1 crește liniar cu timpul t și rezultă că t.e.m. indusă va varia în timp, exact cum va varia inducția magnetică în spațiu ; dacă $y < \tau$ acest lucru nu mai este valabil decît pentru t.e.m. culeasă în parte de fiecare latură a bobinei (așa numita t.e.m. a unui conductor).

Considerînd repartiția inducției:

(229) $$b(x) = B_m \cdot \cos\frac{\pi x}{\tau}$$

t.e.m. dată de (228) va fi:

(230) $e = 2vlB_m \cdot \cos\frac{\pi}{\tau}\left(x - \frac{\tau}{2}\right) = D\Omega l B_m \sin\frac{\pi x}{\tau}$

Avem însă:

(231) $D = \frac{2p\tau}{\pi}$ $\qquad x = vt = \frac{D}{2}\Omega t$

ceea ce permite scrierea lui (230) sub forma:

(232) $e = \left(\frac{2}{\pi}\tau l B_m\right)(p\Omega)\sin(p\Omega)t$

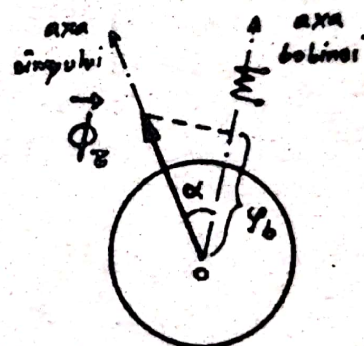
. Ţinînd seama de (185) şi (216) se ajunge la:

(233) $\underline{e = \omega\Phi_\tau \cdot \sin\omega t}$

In planul electric, situaţia din fig.86 se reprezintă ca în fig.87, unghiul electric de decalaj α spaţial fiind:

(234) $\alpha = p\alpha_g = p\left(\frac{2x}{D}\right) =$

$= p\cdot\frac{2vt}{D} = (p\Omega)t = \omega t$



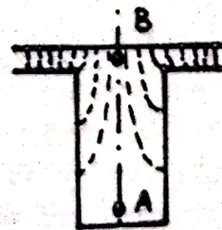
-fig.87-

Aplicînd teorema proiecţiei obţinem că fluxul prin bobină este:

(235) $\varphi = \Phi_\tau \cdot \cos\omega t$

deci prin derivare, t.e.m. se obţine identică cu (233), deci cele două metode de calcul a t.e.m. de mişcare sînt echivalente c.c.t.d.

Metoda de calcul bazată pe (225) prezintă inconvenientul că laturile bobinelor sînt în crestături, fiind ecranate faţă de cîmp din cauza pereţilor laterali apropiaţi cu $\mu = \infty$, ceea ce face ca inducţia în dreptul conductorului să fie mult mai mică ca cea din întrefier, din axa crestăturii (fig.88).



-fig.88-

Trebuie deci justificată folosirea în expresiile de calcul a valorii inducţiilor din întrefier şi nu din crestături (adică din puncte ca B şi nu ca A-fig.88). Această contradicţie aparentă se rezolvă cel mai simplu, observînd că ceea ce contează în procesul inducţiei electromagnetice es-

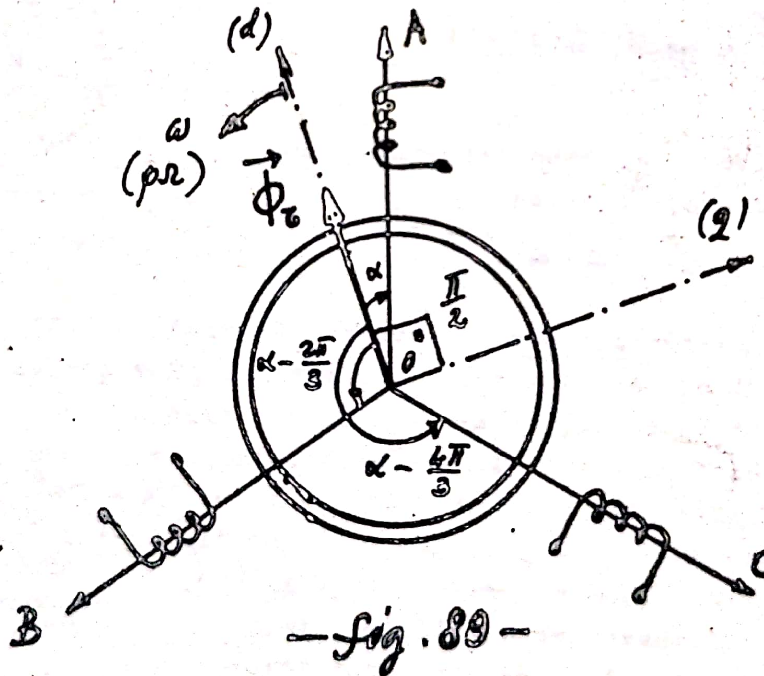
te <u>variaţia</u> fluxului magnetic,ori această variaţie <u>este aceeaşi</u> în timpul mişcării,pentru conductorul din A ca şi cel din B,din cauză că fluxul magnetic prin suprafaţa AB pe lungimea l a maşinii este nul.

3.2.2. <u>Producerea t.e.m. trifazate</u>.

Fie cîmpul magnetic învîrtitor produs pe cale mecanică,de către un rotor cu poli aparenţi sau inecaţi,în mişcare cu viteza reală Ω ,deci în planul electric cu viteza $\omega = p\Omega$.

Fluxul polar produs în întrefier este reprezentat prin fazorul $\vec{\Phi}_{\tau}$ ce corespunde fundamentalei tensiunii magnetice la δ = constant,sau fundamentalei componentei radiale a inducţiei magnetice la δ variabil,situat pe axa (d) care este axa cîmpului produs (fig.89).

Să presupunem pe statorul fix,o înfăşurare trifazată simetrică,ale cărei trei faze A,B,C au axele la 120° electrice şi succesiunea identică cu sensul de rotaţie al rotorului,aşa cum



- fig. 89 -

se arată pe fig.89 alăturată.Conform teoremei proiecţiei,cele trei fluxuri magnetice totale prin cele trei faze vor fi:

$$(236)\begin{cases}\Psi_A = k_w W \Phi_\delta \cos\alpha = (k_w W \Phi_\delta)\cos\omega t \\ \Psi_B = k_w W \Phi_\delta \cos(\alpha - \frac{2\pi}{3}) = (k_w W \Phi_\delta)\cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ \Psi_C = k_w W \Phi_\delta \cos(\alpha - \frac{4\pi}{3}) = (k_w W \Phi_\delta)\cos(\omega t - \frac{4\pi}{3})\end{cases}$$

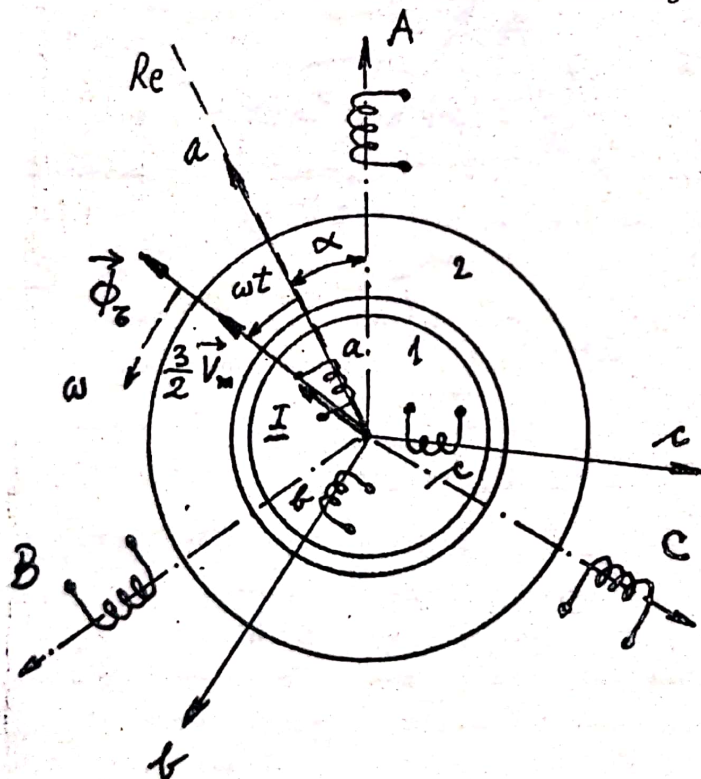
T.e.m. rezultă atunci prin derivare în timp:

$$(237)\begin{cases}e_A = \sqrt{2}E\sin\omega t \\ e_B = \sqrt{2}E\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ e_C = \sqrt{2}E\sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})\end{cases}$$

adică formează un sistem trifazat simetric de t.e.m.

Acelaş sistem de t.e.m. trifazate ar putea fi produs fără mişcare, folosind cîmpul magnetic învîrtitor produs pe cale electrică de rotorul fix trifazat din fig.90 parcurs de curenţi trifazaţi simetrici cu succesiunea fazelor în aceeaşi direcţie ca cea de rotaţie din fig.89. adică:

$$(238)\begin{cases}i_a = I\sqrt{2}\cos\omega t \\ i_b = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ i_c = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \frac{4\pi}{3})\end{cases}$$



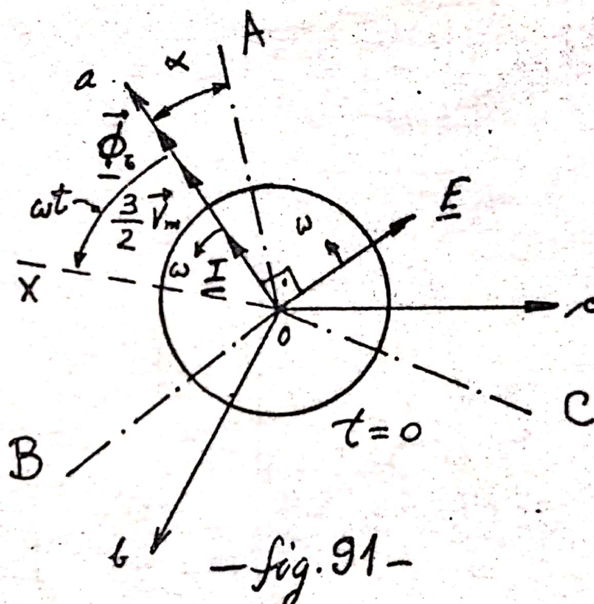
-fig.90-

Pentru aceasta folosim rezultatele de la cap.2.2.9. şi corelaţia spaţio-temporală obţinută prin suprapunerea peste axa a din planul electric al secţiunii, a axei de timp a fazorilor trifazaţi, sau a fazorului unic (fig.59) trifazat $\underline{I}$. Cei trei fazori $\underline{I}$, $\frac{3}{2}\vec{V}_m$ şi $\vec{\Phi}_\delta$ se rotesc în planul electric cu viteza ω în sensul succesiunii a,b,c a celor trei faze rotorice. Conform teoremei proiecţiei, fluxurile totale prin fazele A,B,C (a se observa coincidenţa succesiunii fazelor statorice şi rotorice) vor fi date de:

$$(239)\begin{cases}\Psi_A = k_w W \Phi_\delta \cos(\alpha + \omega t) \\ \Psi_B = k_w W \Phi_\delta \cos(\alpha + \omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ \Psi_C = k_w W \Phi_\delta \cos(\alpha + \omega t - \frac{4\pi}{3})\end{cases}$$

Dacă $\alpha = 0$ (așezare coaxială a celor două armături, cu fazele omoloage A, a etc.. față în față) se obțin aceleași expresii ca în (236), deci se produc aceleași t.e.m. trifazate.

Atît în cazul de la început, cît și în cazul acesta, corelația spațio-temporală permite o reprezentare intuitivă simplă a fenomenelor din mașinile electrice, care poate fi extinsă și în ceea ce privește t.e.m. induse. Astfel, dacă miezul magnetic al armăturilor este fără pierderi histerezis, sau prin curenți turbionari, fluxul magnetic ca fazor de timp este evident în fază cu curentul $\underline{I}$ fiind la $\frac{\pi}{2}$ în fața t.e.m. conform celor stabilite la cap.3.2.1. Rezultă că fazorul $\underline{E}$ este în urma lui $\underline{I}$ care produce cîmpul, la $\pi/2$ așa ca în fig.91 alăturată, care reproduce elementele esențiale din fig.90. pentru t = 0. Ca urmare a corelației, toți fazorii din fig.91 se rotesc în sensul trigonometric cu viteza ω, fluxul $\vec{\Phi}_\delta$ putînd fi considerat în acelaș timp ca fazor spațial (în sens de flux polar) sau ca fazor unic trifazat (fig.59 dreapta). La fel t.e.m. $\underline{E}$.



-fig.91-

Se capătă astfel posibilitatea de a aplica teorema proiecției în toată generalitatea acesteia. Astfel, la un moment dat t, fazorii rotitori $\underline{I}$, $\frac{3}{2}\vec{V}_m$ și $\vec{\Phi}_\delta$ ($\underline{\Phi}$) vor face unghiul ωt cu axa a, fiind așezați pe axa OX din fig.91. T.e.m. induse în fazele A, B, C se vor obține direct, prin proiectarea lui $\underline{E}$ pe axele respective și înmulțire cu $\sqrt{2}$, ceea ce se poate verifica direct, pentru $\alpha = 0$ rezultînd chiar expresiile (237).

In acelaș timp, se constată că între t.e.m. induse în faza a a rotorului și faza A a statorului, există defazajul dat chiar de

unghiul electric α dintre axele celor două faze.

Să considerăm acum cazul mai general,cînd rotorul trifazat din fig.90 se rotește în sensul succesiunii fazelor (spre stînga) alimentarea celor trei faze a,b,c făcîndu-se prin cel puțin trei inele de contact cu perii (la legarea în stea cu neutru izolat).

In acest caz,cîmpul învîrtitor produs pe cale electrică se va roti în sensul succesiunii fazelor rotorice,cu o viteză reală față de rotor,dată de:

$$\Omega = \frac{\omega}{p} \tag{240}$$

Cum rotorul însuși se rotește în acelaș sens față de stator, cu viteza mecanică Ω_r ,rezultă că viteza de deplasare a cîmpului față de stator va fi dată de:

$$\Omega_s = \Omega + \Omega_r \tag{241}$$

Prin urmare frecvența t.e.m. induse în fazele A,B,C ale statorului,va fi după (216):

$$\omega_s = p\Omega_s = p(\Omega + \Omega_r) = \omega + p\Omega_r \tag{242}$$

mai mare ca cea a curenților din rotor.Mașina funcționează ca un convertor de frecvență.

3.2.3. Armonici superioare ale t.e.m.

In înfășurările indusului apar în procesul de inducere a t.e.m. și armonici superioare de timp,care conduc la deformarea formei de variație în timp a curbei t.e.m. (regim deformant).

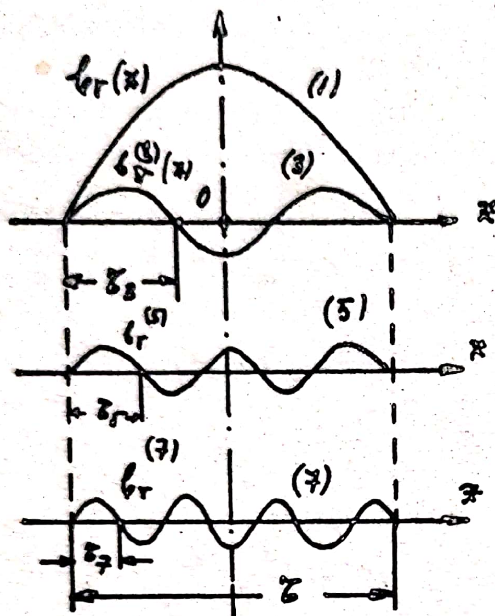
O cauză a apariției acestor armonici, o constituie prezența armonicelor spațiale superioare ale inducției magnetice radiale din întrefierul mașinii.

Pentru a vedea modul în care se manifestă aceste armonici și condițiile în care produc deformarea t.e.m. ne vom întoarce la cazul studiat la cap.3.1. a) și b),unde s-a considerat doar armonica fundamentală a cîmpului.Luînd acum în considerație și armonicile spațiale de ordin superior,vom observa că dacă se consideră aceeași axă de referință ca cea în raport cu care s-a scris fundamentala

(183), vom avea pentru armonica de ordin (ν) expresia:

(243). $$b_r^{(\nu)}(x) = \pm B_{m\nu} \cdot \cos \frac{\nu \pi x}{\tau}$$

cu semnul depinzînd de valoarea lui (ν), fapt neesențial pentru cele ce urmează. Pe fig.92 s-au reprezentat armonicile 3,5,7 ale



- fig.92 -

cîmpului. Se vede imediat că numărul de poli ai armonicii (ν) este dat de:

(244) $$p_\nu = \nu \cdot p$$

iar pasul polar corespunzător este:

(245) $$\tau_\nu = \frac{1}{\nu} \cdot \tau$$

Fluxul polar rezultă acelaș, fie că se calculează pe τ, fie pe τ_ν, fiind dat de relația:

(246) $$\phi_\tau^{(\nu)} = \int_{-\tau/2}^{+\tau/2} b_r^{(\nu)}(x)\, l\, dx = \int_{-\frac{\tau}{2}}^{-\frac{\tau}{2}+\tau_\nu} b_r^{(\nu)}(x)\, l \cdot dx = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{2}{\pi} \tau l B_{m\nu}$$

Deoarece avem:

(247) $$B_{m\nu} = \mu_0 \cdot \frac{V^{(\nu)}}{K_c \delta} = \mu_0 \cdot \frac{V^{(\nu)}}{\delta'}$$

rezultă că putem scrie:

(248) $$\phi_\tau^{(\nu)} = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \lambda_\delta \cdot V^{(\nu)}$$

asemănător cu relația (187).

Pentru determinarea fluxului util total prin înfășurarea (2) (fig.82), vom urma aceeași cale ca în cap.3.1. b)) , observînd că de data aceasta relația care înlocuiește pe (197) este:

(249) $$M^{(\nu)}{}_{i_1 i_2} = \frac{\mu_0}{K_c \delta} l \cdot \int_0^{2p\tau} v_1^{(\nu)}(x)\, v_2^{(\nu)}(x)\, dx$$

în care:

$$(250)\quad \begin{cases} v_1^{(\nu)}(x) = V_1^{(\nu)} \cos \frac{\nu \pi x}{\tau} \\ v_2^{(\nu)}(x) = V_2^{(\nu)} \cdot \cos \frac{\nu \pi (x-h)}{\tau} \end{cases}$$

Calculînd integrala (249) după modul indicat de (198), se ajunge la relația:

$$(251)\quad M^{(\nu)} i_1 i_2 = \Psi_{12}^{(\nu)} \cdot i_1 = \Psi_{21}^{(\nu)} i_2 = p \lambda \delta V_1^{(\nu)} V_2^{(\nu)} \cos \nu \varepsilon$$

. Dacă în (249) s-ar fi considerat ordine diferite ale lui V_1 și V_2, calculul integralei ar fi condus la un rezultat nul, ceea ce arată că interacțiunea magnetică se realizează pe armonici de acelaș ordin! Mai departe ținînd seama de amplitudini:

$$(252)\quad \begin{cases} V_1^{(\nu)} = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{2}{\pi} \frac{k_{w_1} W_1}{p} i_1 \\ V_2^{(\nu)} = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{k_{w_2} W_2}{p} i_2 \end{cases}$$

rezultă relațiile asemănătoare cu (200):

$$(253)\quad \begin{cases} \Psi_{21}^{(\nu)} = k_{w\nu_2} \cdot W_2 \, \Phi_{1\tau}^{(\nu)} \cdot \cos \nu \varepsilon \\ \Psi_{12}^{(\nu)} = k_{w\nu_1} \cdot W_1 \cdot \Phi_{2\tau}^{(\nu)} \cdot \cos \nu \varepsilon \end{cases}$$

Relația generală, fără indicii neesențiali, analogă lui (201) este în acest caz:

$$(254)\quad \boxed{\Psi^{(\nu)} = k_{w\nu} W \Phi_\tau^{(\nu)} \cdot \cos \nu \varepsilon}$$

Dacă se consideră acum modurile de producere a t.e.m. din cap. 3.2.1., de exemplu cazul studiat acolo (fig.84), vom avea pentru cele două tipuri de t.e.m. următoarele rezultate:

a) T.E.M. de transformare

Fluxul total prin înfășurarea (2) dat de teorema proiecției (254), este:

$$(255)\quad \Psi^{(\nu)} = k_{w\nu} W \underbrace{\Phi_{\tau m}^{(\nu)} \cos \nu \alpha} \cdot \cos \omega t = \underbrace{k_{w\nu} W \Phi_x^{(\nu)}} \cdot \cos \omega t =$$

$$= \Psi_m^{(\nu)} \cdot \cos\omega t$$

în care $k_{w\nu}$ şi W se referă la înfăşurarea prin care se determină acest flux, iar $\Phi_{\delta m}^{(\nu)}$ este fluxul polar de armonică (ν) inductor, al cîmpului exterior (în cazul fig.84, produs de înfăşurarea inductoare (1)). Fluxul $\Phi_m^{(\nu)}$ reprezintă fluxul fascicular maxim în timp şi spaţiu, prin înfăşurarea considerată, indusă. Se observă că unghiul electric pentru armonica de ordin (ν) este de ν ori mai mare ca unghiul electric pentru fundamnetală.

T.e.m. de transformare rezultă:

(256) $$e_t^{(\nu)} = -\frac{d\psi^{(\nu)}}{dt} = \omega \Psi_m^{(\nu)} \sin\omega t = \omega k_{w\nu} W \Phi_m^{(\nu)} \cdot \sin\omega t$$

avînd <u>aceeaşi frecvenţă</u> cu curentul inductor (cîmpul exterior) şi cu o valoare efectivă:

(257) $$\boxed{E^{(\nu)} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f k_{w\nu} W \Phi_m^{(\nu)}}$$

b) T.E.M. de mişcare

Fluxul polar $\Phi_\delta^{(\nu)}$ este constant în timp, dar α variază cu legea (217). După teorema proiecţiei avem:

(258) $$\psi^{(\nu)} = k_{w\nu} \cdot W \cdot \Phi_\delta^{(\nu)} \cdot \cos\nu(\omega t) = \Psi_\delta^{(\nu)} \cdot \cos\nu\omega t$$

deci t.e.m. de mişcare rezultă:

(259) $$e_m^{(\nu)} = -\frac{d\psi^{(\nu)}}{dt} = \nu\omega k_{w\nu} W \Phi_\delta^{(\nu)} \cdot \sin(\nu\omega)t$$

adică <u>are o frecvenţă de ν ori mai mare</u> ca cea indusă de fundamentală, (216). Valoarea efectivă este:

(260) $$\boxed{E^{(\nu)} = \nu \cdot \left(\frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot f k_{w\nu} W \Phi_\delta^{(\nu)}\right)}$$

<u>Concluzie</u>: Armonicile superioare spaţiale ale cîmpului magnetic inductor produc armonici superioare de timp în t.e.m. indusă, numai în situaţia în care se rotesc cu aceeaşi viteză ca fundamentala, faţă de înfăşurarea indusă.

Acest lucru are loc în cazul producerii cîmpului magnetic în-

vîrtitor pe cale mecanică și nu are loc la producerea cîmpului învîrtitor pe cale electrică, dacă armătura inductoare este în repaus relativ față de cea a indusului (înfășurările celor trei faze inductoare fiind în repaus față de indus, avem t.e.m. numai de transformare). Dacă însă armătura trifazată inductoare se mișcă față de cea indusă, atunci apar armonici superioare de timp în t.e.m. induse în fazele statorului.

Datorită relației (260), chiar armonici spațiale de mică amplitudine pot produce armonici de timp observabile, deoarece valorile efective se înmulțesc cu ordinul (ν) al armonicii!

Să vedem efectele armonicilor superioare de timp în cazul inducerii s.e.m. trifazate:

a) Pentru cazul producerii cîmpului învîrtitor pe cale mecanică

Armonica de ordin (ν) produce t.e.m. trifazate:

$$(261)\quad \begin{cases} e_A^{(\nu)} = E^{(\nu)}\sqrt{2}\cdot \sin \nu\omega t \\ e_B^{(\nu)} = E^{(\nu)}\sqrt{2}\, \sin \nu\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ e_C^{(\nu)} = E^{(\nu)}\sqrt{2}\, \sin \nu\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \end{cases}$$

Dacă $\nu = 3K$ (multiplu de trei), se obțin sisteme omopolare (adică trei t.e.m. în fază în cele trei faze induse, de frecvențe de $3K$ ori mai mari ca fundamentalele)

Dacă $\nu = 6K-1$ (adică ordine 5,11,17 etc..) se formează sisteme simetrice dar de succesiune inversă a t.e.m. trifazate.

Dacă $\nu = 6K+1$ (adică ordine 7,13,19 etc..) se formează sisteme simetrice de succesiune directă a t.e.m. trifazate.

b) Pentru cazul producerii cîmpului învîrtitor pe cale electrică, cu armătura în mișcare față de cealaltă, indusă.

Presupunem că rotorul inductor se mișcă în acelaș sens cu cîmpul învîrtitor fundamental, cu viteza reală Ω_r. Armonicile superioare se rotesc față de rotor cu viteze mai mici (a se vedea (140)), într-un sens sau altul, după cum s-a arătat la finele cap. 2.2.9. Folosind compunerea vitezelor (241), pulsația fundamentalei (242) și faptul că frecvențele induse prin mișcare sînt de ν ori mai mari ca cea a fundamentalei, în tabloul de mai jos se arată rezultatele în acest caz:

ν	$\Omega_{\nu r}$	Ω_r	$\Omega_{\nu s}=\Omega_r+\Omega_{\nu r}$	$\omega_\nu=\nu p\cdot\Omega_{\nu s}$
1	$+\Omega=\frac{\omega}{p}$	$+\Omega_r$	$\Omega_{1s}=\Omega+\Omega_r$	$\omega_1=p\Omega_{1s}=\omega_r+\omega$
3	—	$+\Omega_r$	—	—
5	$-\frac{1}{5}\cdot\Omega$	$+\Omega_r$	$\Omega_{5s}=\Omega_r-\frac{\Omega}{5}$	$\omega_5=5p\Omega_{5s}=5\omega_r-\omega$
7	$+\frac{1}{7}\Omega$	$+\Omega_r$	$\Omega_{7s}=\Omega_r+\frac{\Omega}{7}$	$\omega_7=7p\Omega_{7s}=7\omega_r+\omega$
9	—	$+\Omega_r$	—	—
11	$-\frac{1}{11}\cdot\Omega$	$+\Omega_r$	$\Omega_{11s}=\Omega_r-\frac{\Omega}{11}$	$\omega_{11}=11p\Omega_{11s}=11\omega_r-\omega$

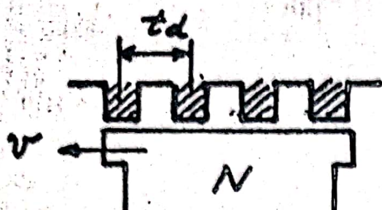
In prima coloană s-a trecut ordinul armonicii considerate,în a doua coloană viteza reală a cîmpului armonicii faţă de rotor (cu semn minus s-au notat cele care se rotesc în sens invers),în a treia coloană este viteza reală a rotorului,în a patra viteza rezultantă faţă de statorul fix,iar în ultima coloană pulsaţia (frecvenţa) t.e.m. induse în fazele statorice.

Spre deosebire de cazul a) se observă că aci nu apar t.e.m. omopolare de frecvenţe ce corespund lui ν = 3K (avantaj),dar pot apare frecvenţe de multiplu par (de exemplu dacă $\omega_r=\omega$, fundamentala are 2ω iar celelalte nenule au 4ω , 8ω etc.

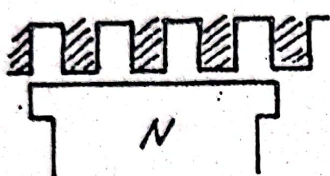
Se vede deasemenea că dacă rotorul este fix (ω_r = 0) în t.e.m. induse nu mai apar armonici superioare,ceea ce justifică afirmaţiile anterioare.

O altă cauză a apariţiei de armonici superioare de timp în curba t.e.m. este <u>existenţa crestăturilor</u> (a se revedea cap.2.4.3) care face ca în timpul mişcării cîmpului învîrtitor,permeanţa magnetică pe un pas polar să varieze periodic producînd un efect de modulare a fluxului.

Acest lucru poate fi simplu înţeles,dacă se consideră fig.93 de pe pagina următoare,în care se arată două poziţii ale unui pol (armătură cu poli aparenţi),în timpul mişcării rotorului.Intr-una din poziţii avem patru dinţi sub pol (permeanţă magnetică mărită), iar în cealaltă,numai trei dinţi (permeanţă magnetică micşorată). Cum mişcarea este uniformă,situaţiile considerate se repetă periodic în timp,cu o perioadă ce poate fi determinată din viteza peri-



-fig.93-



ferică v şi pasul dentar t_d al crestăturilor:

(262) $$T = \frac{t_d}{v}$$

Dacă numărul total de crestături este Z, iar viteza în rot/min n,avem:

(263) $$T_d = \frac{\pi D}{Z} \cdot \frac{60}{\pi D n} = \frac{60}{nZ}$$

sau calculînd frecvenţa:

(264) $$f_d = \frac{nZ}{60}$$

Pentru o maşină cu n=1500 rot/min şi Z = 30 crestături,rezultă o frecvenţă de modulaţie de 750 Hz,deci fenomenul conduce la armonici de ordine ridicate (în exemplul considerat de ordin 15 la o maşină bipolară),care deformează forma de undă a t.e.m.

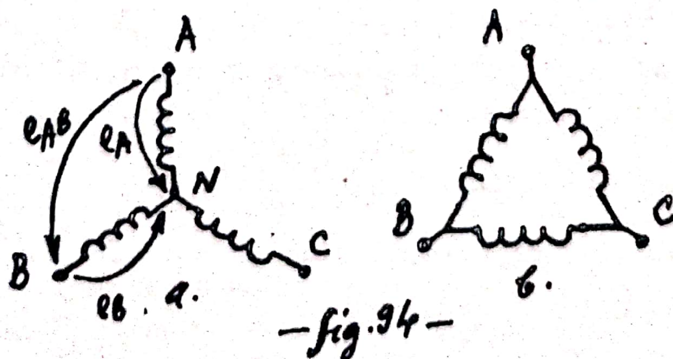
Cazul în care curenţii inductori sînt ei înşişi deformaţi în timp conduce la calcule complicate pe care nu le considerăm în prezentul curs.

3.2.4. Inbunătăţirea formei curbei t.e.m.

In cele ce urmează,vom expune cîteva din metodele principale de evitare a apariţiei de armonici în curba t.e.m.funcţie de timp.

a) Modul de conexiune a fazelor.

Fazele unei înfăşurări trifazate pot fi legate în două moduri principale: stea sau triunghi (fig.94)



-fig.94-

La legarea în stea a fazelor există posibilitatea îmbunătăţirii formei t.e.m. de linie (dintre faze), deoarece aceasta se obţine ca diferenţă a două t.e.m. de fază:

(265) $$e_{AB} = e_A - e_B$$

Cum t.e.m. de fază sînt:

(266)
$$e_A = E_m \sin \omega t + E_m^{(3)} \sin 3\omega t + E_m^{(5)} \sin 5\omega t + E_m^{(7)} \sin 7\omega t + \dots$$
$$e_B = E_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + E_m^{(3)} \sin 3\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + E_m^{(5)} \sin 5\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + E_m^{(7)} \sin 7\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + \dots$$

rezultă că t.e.m. de linie este:

(267)
$$e_{AB} = \sqrt{3} E_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3} E_m^{(5)} \cos\left(5\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + \sqrt{3} E_m^{(7)} \cos\left(7\omega t - \frac{\pi}{3}\right) + \dots$$

Se observă că toate armonicile de ordin 3K, care formează sisteme omopolare, dispar din curba t.e.m. de linie, care devine în felul acesta mai apropiată de o sinusoidă decît t.e.m. de fază.

La legarea în triunghi acest lucru nu este cu putinţă, forma t.e.m. de linie fiind identică cu cea de fază.

Din acest motiv legarea în stea este preferată, ea avînd în plus şi alte avantaje:

- posibilitatea folosirii punctului neutru
- lipsa unui contur închis (ca la triunghi) pe care ar putea circula curenţi interiori, ca urmare a micilor nesimetrii inerente construcţiei maşinii
- posibilitatea obţinerii unor t.e.m. de linie mai ridicate cu acelaş număr de spire (la acelaş cîmp inductor)

Trebuie observat că în condiţiile existenţei armonicilor superioare de timp, relaţia binecunoscută dintre t.e.m. de linie şi cea de fază în valori efective:

(268) $$E_l = \sqrt{3} \cdot E_f$$

nu mai este exact îndeplinită, ci doar cu aproximaţie (avem în realitate $E_l < \sqrt{3} E_f$).

b) Modul de execuţie a înfăşurării indusului.

Din expresia (260) se vede că t.e.m. de armonică (ν) are ca factori coeficienţii $k_{w\nu}$, adică produsul coeficienţilor de scurtare $k_s^{(\nu)}$ dat de (101) şi de repartizare $k_q^{(\nu)}$ dat de (87). Prin dimensionarea corectă a înfăşurării se poate asigura o reducere a armonicilor superioare, în acelaş mod ca la producerea cîmpului cu înfăşurări repartizate. Deosebit de eficace este scurtarea pasului înfăşurării, practicată în cazul înfăşurării dublu strat, prin care se pot chiar anula total anumite armonici supărătoare.

Astfel se ajunge pe aceeaşi cale ca în cap. 2.2.7. la concluzia că pentru eliminarea armonicii de ordin (ν), trebuie ca scurtarea să se facă astfel încît relaţiile (105) să fie respectate.

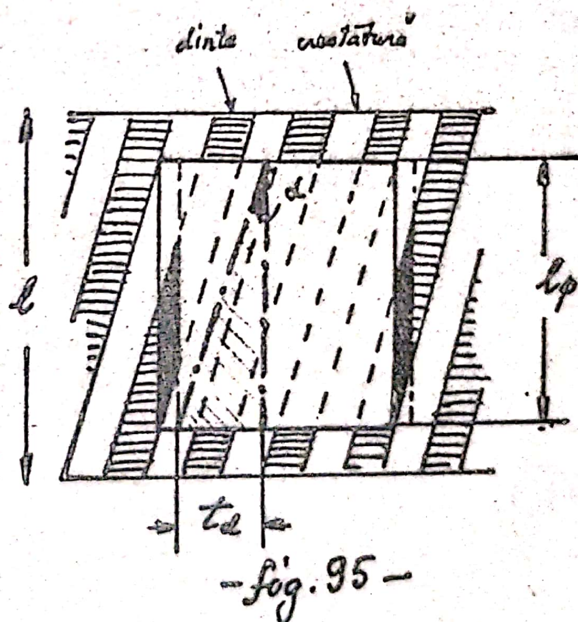
Rezultă că pentru anularea armonicii 3 trebuie să luăm $y = 0{,}66 \cdot \tau$, iar pentru anularea armonicii de ordin 5, $y = 0{,}8 \cdot \tau$ etc...

c) Anularea armonicelor de dantură.

Unul din cele mai răspîndite procedee de anulare a armonicelor de dantură, este înclinarea crestăturilor faţă de generatoarea paralelă cu axa de rotaţie a maşinii cu un unghi determinat de raportul:

$$(269) \quad tg\,\alpha = \frac{t_d}{l_p},$$

în care t_d este pasul dentar, iar l_p lungimea în sens axial a tălpii polului aparent (fig.95). La o asemenea dispoziţie, se vede că la deplasarea relativă a celor două armături, suprafaţa dinţilor de sub talpa polului nu variază, căci ceea ce se pierde sub o muche laterală se cîştigă sub cealaltă (ariile înegrite de pe figura 95); prin urmare permeanţa întrefierului sub talpa polară rămîne invariabilă în timp şi nu mai produce efectul de modulare a fluxului.



-fig.95-

In cazul armăturilor cu poli aparenţi este bineînţeles indiferent dacă se mişcă polii, sau indusul; deasemenea este indiferent dacă se înclină crestăturile, sau muchiile polare (ultimul caz nu se foloseşte). In cazul armăturilor cu poli înecaţi, sau a armăturilor de acelaş tip, înclinarea se face pe lungimea comună în sens axial a armăturilor.

Realizarea practică a înclinării crestăturilor se face simplu în procesul tehnologic de împachetare a tolelor, care se suprapun cu cîte un mic decalaj sau se înclină tot pachetul cu ajutorul unor bare plasate în crestături şi acţionate manual (la maşini mici şi mijlocii).

3.2.5. T.e.m. induse de cîmpurile de scăpări.

Toate consideraţiile asupra t.e.m. făcute pînă acum, s-au referit la t.e.m. produse de cîmpurile magnetice utile.

Cîmpurile magnetice de scăpări (cap.2.2.3. fig.21 şi fig.23) (cap.2.3.1. fig.68) care se înlănţuie prin însăşi natura lor doar cu înfăşurarea inductoare, fiind antrenate în mişcare odată cu aceasta, nu pot produce în mod evident t.e.m. de mişcare, ci numai de transformare şi aceasta doar dacă curentul prin înfăşurarea considerată variază în timp.

Datorită faptului că liniile de cîmp magnetic de scăpări parcurg trasee cu spaţii mari de aer, la fel ca la transformator (vol. I cap.2.2. pag.114) se poate defini o inductanţă de scăpări L_σ a înfăşurării, astfel că fluxul total de scăpări înlănţuit cu înfăşurarea este:

(270) $$\Psi_\sigma = L_\sigma \cdot i$$

Dacă curentul variază sinusoidal în timp, t.e.m. de scăpări indusă prin transformare în înfăşurare este:

(271) $$e_\sigma = -\frac{d\Psi_\sigma}{dt} = -L_\sigma \frac{di}{dt}$$

sau fazorial:

(272) $$\boxed{\underline{E}_\sigma = -j\omega L_\sigma \underline{I} = -j \cdot X_\sigma \underline{I}}$$

în care X_σ este reactanţa de scăpări a înfăşurării. Calculul acestei reactanţe este mai dificil ca la transformator, fiind obiectul

cursurilor de proiectare a mașinilor electrice,unde se arată că ea comportă patru componente: reactanța ce corespunde fluxului din crestături (de la un perete la altul),reactanța ce corespunde fluxului din întrefier de la un dinte la cel vecin,reactanța ce corespunde fluxului din zona capetelor frontale de bobine și reactanța de scăpări diferențială ce corespunde armonicilor spațiale superioare ale cîmpului util,neluate în considerație în funcționarea mașinii.

Calculul acestei reactanțe comportă unele inexactități,fapt ce recomandă determinarea ei pe cale experimentală.

4. PRODUCEREA CUPLURILOR ELECTROMAGNETICE.

4.1. Introducere.

Fenomenele fizice de bază în producerea cuplurilor mașinilor electrice sînt cele studiate în vol.I cap.2.3. din "Introducere" și anume cele notate prin Ia,Ib,IIa,IIb,IIIa și IIIb.Pentru realizarea condițiilor de producere a conversiei electromecanice a energiei,trebuie ca după principiul II cap.2.4. vol.I să varieze în timp cel puțin unul din parametrii L,M sau C,această variație făcîndu-se prin intermediul mișcării.

Ținînd seama de cele spuse în capitolele menționate și de cunoștințele de bazele teoretice ale electrotehnicii,calculul cuplurilor produse de interacțiunile electromagnetice,se face în principiu după una din următoarele metode:

1. Plecînd de la expresia:

$$d\bar{F} = i\,d\bar{l} \times \bar{B} \tag{273}$$

a forței Ampère-Laplace,pentru mașinile funcționînd cu cîmp magnetic, singurele interesante din punct de vedere al mărimii efectelor la scară industrială,așa cum s-a mai spus.

Metoda presupune calcule destul de lungi și necesită justificarea folosirii inducției din întrefier,în locul celei din dreptul conductorului,care este mai mică din cauza efectului de ecranare parțială produs de pereții crestăturii,de permeabilitate infinită. (fig.88 - se folosește inducția din B în locul celei din A).Cea mai simplă justificare se bazează pe faptul că la deplasări virtuale ale armăturii cu crestături,lucrul mecanic la curent constant dat de expresia:

(274) $$\delta \mathcal{L} = i \cdot \delta \Psi$$

este acelaş pentru un conductor plasat în punctul A,sau B,deoarece pentru ambele conductoare variaţia fluxului magnetic este aceeaşi!

2. Plecînd de la expresia teoremei forţelor generalizate în sensul mecanicii analitice a lui Lagrange:

(275) $$F_x = -\left.\frac{\partial W_m}{\partial x}\right|_{\Psi} = +\left.\frac{\partial W_m}{\partial x}\right|_{i}$$

în care W_m este energia magnetică (totală,sau de interacţiune), x este coordonata generalizată (în cazul cuplului un unghi), derivările făcîndu-se fie la fluxuri constante,fie la curenţi constanţi.Pentru aceasta trebuie însă de fiecare dată scrisă energia ca funcţie numai de coordonatele generalizate şi variabilele presupuse constante (fluxuri,sau curenţi).

Această metodă prezintă numeroase avantaje şi va fi preferată în cadrul cursului.

3. Plecînd de la expresia momentului tensiunilor Maxwelliene dată de expresia:

(276) $$\overline{M}_o = \oint_{\Sigma} (\overline{r} \times \overline{T}_n)\, dA$$

în care:

(277) $$\overline{T}_n = (\overline{n}\,\overline{B})\overline{H} - \overline{n}\left(\frac{\overline{B}\cdot\overline{H}}{2}\right)$$

este componenta normală a tensorului tensiunilor Maxwelliene pentru cîmpul magnetic.

Această metodă este specifică abordării maşinilor electrice de pe poziţia aspectului de cîmp şi nu va fi tratată în cadrul acestui curs,unde se urmăreşte în principal tratarea de pe poziţia aspectului de circuit electric cu parametri concentraţi a maşinii.

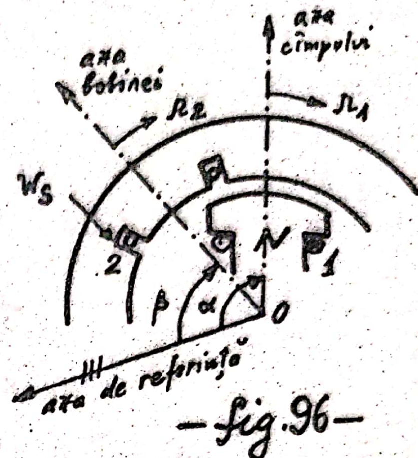
4. Plecînd de la principiul C (vol.I,cap.2.4.din "Introducere") adică de la bilanţul energetic bazat pe proprietatea de conservare a energiei,prin neglijarea energiei radiante,care la frecvenţele industriale este foarte redusă.

Toate aceste metode conduc la aceleaşi rezultate pe căi diferite,fiind preferate de la caz la caz,funcţie de aspectul particular al problemei puse.

In cele ce urmează vom considera cîteva aplicaţii de mare im-

portanţă în studiul maşinilor electrice:

Aplicaţia nr.1 Să considerăm cazul unei bobine în mişcare cu viteza unghiulară reală Ω_2, situată într-un cîmp magnetic învîrtitor circular, produs de exemplu de o armătură rotorică cu poli aparenţi ca cea din fig.96, care se roteşte în acelaş sens cu viteza reală Ω_1.



-fig.96-

Poziţia bobinei este dată prin unghiul β în raport cu o axă de referinţă fixă, a axei de simetrie a bobinei cu pas diametral (toate înfăşurările se deduc din acest caz). Axa de simetrie a cîmpului inductor este determinată faţă de aceeaşi axă de referinţă, prin unghiul α.

Ca urmare a mişcării avem expresiile:

$$\left\{\begin{array}{l}\alpha = \Omega_1 t + \alpha_0 \\ \beta = \Omega_2 t + \beta_0\end{array}\right. \tag{278}$$

Am notat cu indici 1 înfăşurarea de excitaţie de pe rotor, iar cu indici 2 înfăşurarea considerată, adică bobina de pe stator.

Vom calcula cuplul produs pe baza teoremei forţelor generalizate, cu expresia:

$$m_e = + \left.\frac{\partial W_m}{\partial \beta}\right|_i \tag{279}$$

energia magnetică fiind:

$$W_m = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2 \tag{280}$$

La i_1, i_2 constanţi, inductanţele L_2 şi M sînt funcţii de $\alpha-\beta$ dar L_1 este constantă (indiferent de poziţia rotorului, configuraţia geometrică a circuitului magnetic este aceeaşi), astfel că la derivare termenul respectiv dă o contribuţie nulă.

Termenul ce conţine ca factor inductanţa mutuală este predominant şi poate fi scris:

$$M i_1 i_2 = W_{int} = \Psi_{2e} i_2 \tag{281}$$

în funcţie de fluxul total exterior circuitului 2, produs de cîmpul

magnetic învîrtitor circular, deci de curentul continuu i_1.

Rezultă atunci:

(282) $$m_e = i_2 \cdot \frac{\partial \Psi_{2e}}{\partial \beta} + \frac{1}{2} i_2^2 \cdot \frac{\partial L_2}{\partial \beta} = m_i + m_{af}$$

Primul termen este predominant cum am mai spus (acest lucru rezultă din analiza celuilalt termen, dată mai jos) și formează cuplul de interacțiune m_i; cel de-al doilea termen este nul dacă întrefierul este constant (cazul mașinilor asincrone și sincrone cu poli înecați) și mic dacă întrefierul variază (cazul mașinilor sincrone cu poli aparenți). In acest din urmă caz, cuplul respectiv se manifestă chiar dacă nu avem excitație (curent i_1 nul), dacă înfășurarea 2 este parcursă de curent adus pe la borne din exterior (în cazul în care curentul i_2 s-ar datora exclusiv cîmpului inductor, înfășurarea 2 fiind în scurtcircuit, acest cuplu suplimentar se anulează evident). Termenul al doilea formează cuplul de anizotropie de formă m_{af}.

In continuare vom pune aceste cupluri într-o formă mai adecvată aplicațiilor, considerînd numai armonicile fundamentale ale cîmpului învîrtitor.

a) Cuplul de interacțiune.

Deoarece unghiul electric dintre axa bobinei și cea a cîmpului învîrtitor este:

(283) $$\gamma_e = p(\alpha - \beta)$$

conform teoremei proiecției, fluxul prin bobină va fi dat de:

(284) $$\Psi_{2e} = \underbrace{w_S \Phi_{\tau}}\cos p(\alpha-\beta) = \Psi_m \cos[p(\Omega_1-\Omega_2)t + p(\alpha_0-\beta_0)]$$

Inlocuind în expresia corespondentă din (282), căpătăm:

(285) $$m_i = p \cdot i_2 \cdot \Psi_m \cdot \sin p(\alpha-\beta) = p i_2 \Psi_m \sin[p(\Omega_1-\Omega_2)t + p(\alpha_0-\beta_0)]$$

Cum t.e.m. indusă este:

(286) $$e_2 = -\frac{d\Psi_{2e}}{dt} = p(\Omega_1-\Omega_2)\Psi_m \cdot \sin[p(\Omega_1-\Omega_2)t + p(\alpha_0-\beta_0)]$$

va rezulta pentru cuplul de interacțiune expresia:

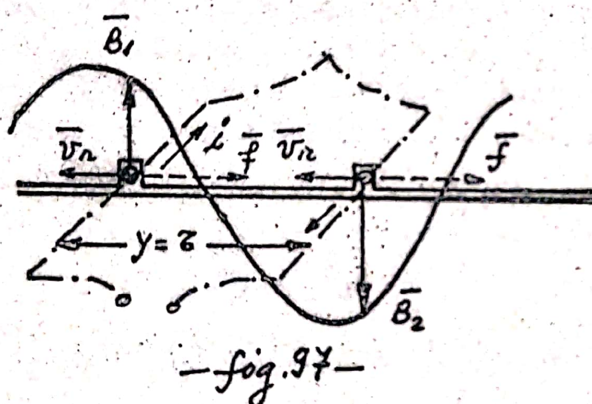
(287) $$m_i = \frac{e_2 i_2}{\Omega_1 - \Omega_2}$$

Această expresie se poate imediat generaliza pentru o înfășurare de orice tip, deoarece cuplul rezultant este suma cuplurilor produse fiecare bobină. Cum curentul este acelaș prin toate bobinele, ca urmare a înserierii lor, iar $\Omega_1 - \Omega_2$ este deasemenea acelaș, avem:

(288) $$m = \sum m_i = \frac{i_2}{\Omega_1 - \Omega_2} \sum e_2 = \frac{e i_2}{\Omega_1 - \Omega_2}$$

în care $\sum e_2 = e$ reprezintă de data aceasta t.e.m. indusă în întreaga înfășurare. Deci expresia (287) rămîne valabilă pentru o înfășurare.

La acest rezultat se poate ajunge și pe altă cale, aplicînd formula (273) și luînd în considerare faptul că t.e.m. de mișcare depinde numai de viteza relativă dintre bobină și cîmp, așa cum se arată în fig.97 alăturată, unde s-a considerat cîmpul fix și bobina mobilă cu viteza relativă:



-fig.97-

(289) $$v_r = v_1 - v_2$$

Avem:

(290) $$f = i \cdot l (B_1 + B_2)$$

și cum dacă $y = \tau$, $B_1 = B_2$, rezultă:

(291) $$f = 2Bil$$

T.e.m. după (226) este:

(292) $$e = 2Blv_r$$

Din aceste ultime două relații rezultă:

(293) $$f \cdot v_r = f(v_1 - v_2) = e \cdot i$$

Cum avem evident relațiile:

(294) $$m_i = f\frac{D}{2} \qquad v_1 - v_2 = \frac{D}{2}(\Omega_1 - \Omega_2)$$

relaţie (293) se transformă în:

(295) $$m_i = \frac{e \cdot i}{\Omega_1 - \Omega_2}$$

care este chiar (287), din care am eliminat indicii pentru o mai mare generalitate.

Se constată astfel că metodele 1 şi 2 de la început, conduc la aceleaşi rezultate.

Semnul pozitiv al expresiei lui m_1 arată că cuplul se exercită asupra bobinei în sensul creşterii variabilei generalizate, adică β. Dacă $\Omega_1 > \Omega_2$ iar produsul $e \cdot i$ este pozitiv (ca în fig.97), cuplul tinde să aducă bobina peste cîmpul învîrtitor, deci este un cuplu motor în acelaş sens cu viteza Ω_2.

Evident, faptul că am considerat bobine pe stator şi cîmpul produs de rotor nu are importanţă, formula rămînind aceeaşi şi pentru situaţia inversă.

b) Cuplul de anizotropie.

Dacă rotorul este cu poli aparenţi, avînd caracterele de simetrie obişnuite faţă de axele (d) şi (q), inductanţa proprie L_2 variază cu unghiul de decalaj $\alpha - \beta$ după o expresie de tipul celei date de (77) din vol.I pag.42, adică, ţinînd seama că avem p perechi de poli:

(296) $$L_2 = L_{20} + l_2 \cdot \cos 2p(\alpha - \beta)$$

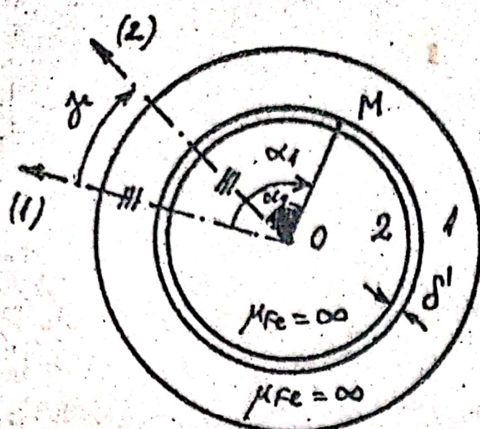
Inlocuind în expresia corespondentă din (282) obţinem:

(297) $$m_{af} = p \cdot l_2 \cdot i_2^2 \cdot \sin 2p(\alpha - \beta)$$

In anumite condiţii date de teorema celor două pulsaţii (vol.I) acest cuplu poate avea valoare medie în timp nenulă (principiul motorului sincron monofazat reactiv).

Aplicaţia nr.2 Să considerăm structura din fig.98, caracteristică maşinilor cu întrefier constant (de prezenţa crestăturilor se ţine seama prin factorul Carter: $\delta' = K_c \cdot \delta$), presupunînd permeabilitatea magnetică a armăturilor infinită.

Vom considera un caz general în care avem înfăşurări pe fiecare armătură, notate cu 1 şi 2, care produc cîmpuri învîrtitoare cu repartiţie spaţială sinusoidală:



— fig. 98 —

$$(298)\quad \begin{aligned} b_1(\alpha_1,t) &= B_1 \sin(\omega_1 t - p_1\alpha_1) \\ b_2(\alpha_2,t) &= B_2 \sin(\omega_2 t - p_2\alpha_2) \end{aligned}$$

Cele două cîmpuri învîrtitoare de mai sus se rotesc în acelaş sens (spre dreapta), cu viteze unghiulare:

$$(299)\quad \Omega_1 = \frac{\omega_1}{p_1} \qquad \Omega_2 = \frac{\omega_2}{p_2}$$

faţă de referenţialele proprii O1 legată de stator şi O2 legată de rotor (fig.98).

Fie Ω_r viteza unghiulară relativă de deplasare a armăturilor, astfel că unghiul dintre axe este:

$$(300)\quad \gamma = \gamma_0 + \Omega_r \cdot t$$

Putem raporta toate fenomenele la un acelaş sistem de referinţă, de exemplu (1), ceea ce revine la a considera armătura (1) fixă, deci ca stator, iar armătura (2) mobilă, ca rotor.

Deoarece avem:

$$(301)\quad \alpha_2 = \alpha_1 - \gamma$$

rezultă:

$$(302)\quad \begin{cases} b_1(\alpha_1,t) = B_1 \sin(\omega_1 t - p_1\alpha_1) \\ b_2(\alpha_1,t) = B_2 \sin(\omega_2 t - p_2(\alpha_1-\gamma)) = B_2 \sin(\omega_2 t - \end{cases}$$

$$- p_2(\alpha_1 - \gamma_0 - \Omega_r t)] = B_2 \cdot \sin[(\omega_2 + p_2\Omega_r)t - p_2\alpha_1 + p_2\gamma_0]$$

Vom nota:

$$(303)\quad \omega_2 + p_2 \cdot \Omega_r = \omega_1'$$

ceea ce permite scrierea inducţiilor sub forma:

$$(304)\quad \begin{cases} b_1(\alpha_1,t) = B_1 \cdot \sin(\omega_1 t - p_1\alpha_1) \\ b_2(\alpha_1,t) = B_2 \sin(\omega_1' t - p_2\alpha_1 + p_2\gamma_0) \end{cases}$$

Energia magnetică totală va fi atunci:

$$(305)\quad W_m = \int_V \frac{\bar{B}\bar{H}}{2} dv = \int_V \frac{B^2}{2\mu_0} dv$$

integrala extinzîndu-se asupra întregului spațiu din întrefier, deoarece în armături intensitatea cîmpului magnetic H este nulă din cauza permeabilității magnetice infinite.

Avem deci:

(306) $$W_m = \int_0^{2\pi} \frac{(b_1+b_2)^2}{2\mu_0} \cdot \frac{D}{2} \, l\delta' d\alpha = \int_0^{2\pi} \frac{b_1^2}{2\mu_0} \frac{D}{2} l\delta' d\alpha + \int_0^{2\pi} \frac{b_2^2}{2\mu_0} \frac{D}{2} l\delta' d\alpha + \int_0^{2\pi} \frac{2b_1 b_2}{2\mu_0} \cdot \frac{D}{2} \cdot l\delta' d\alpha$$

Ținînd seama de expresiile (304), primele două integrale dau:

(307) $$W_1 = \frac{B_1^2}{2\mu_0} \frac{D}{2} l\delta' \int_0^{2\pi} \sin^2(\omega_1 t - p_1\alpha_1)\, d\alpha_1 = \frac{\pi B_1^2 D l\delta'}{4\mu_0}$$
$$W_2 = \frac{B_2^2}{2\mu_0} \frac{D}{2} l\delta' \int_0^{2\pi} \sin^2(\omega_1' t - p_2\alpha_1 + p_2\gamma_0)\, d\alpha_2 = \frac{\pi B_2^2 D l\delta'}{4\mu_0}$$

adică valori constante. Ultima integrală este:

(308) $$W_{12} = \int_0^{2\pi} \frac{b_1 b_2}{\mu_0} \frac{D}{2} l\delta' d\alpha =$$
$$= \frac{B_1 B_2}{2\mu_0} D l\delta' \times \int_0^{2\pi} \sin(\omega_1 t - p_1\alpha_1) \sin(\omega_1' t - p_2\alpha_1 + p_2\gamma_0)\, d\alpha_1$$

Dacă $p_1 \neq p_2$ obținem $W_{12} = 0$! In acest caz:

(309) $$W_m = W_1 + W_2 + W_{12} = \text{constant}$$

și cuplul de interacțiune calculat cu expresia forțelor generalizate este evident nul.

Deci nu putem avea cuplu de interacțiune între cîmpuri magnetice cu numere diferite de poli, de aceea în continuare vom presupune:

(310) $$p_1 = p_2 = p$$

In acest caz, energia de interacțiune W_{12} este:

(311) $$W_{12} = \frac{\pi B_1 B_2 D l \delta'}{2\mu_0} \cos\left[(\omega_1-\omega_1')t - p\gamma_0\right]$$

Cuplul de interacțiune este atunci:

(312) $$m_i = -\left.\frac{\partial W_m}{\partial \gamma}\right|_{\psi} = -\left.\frac{\partial W_{12}}{\partial \gamma}\right|_{\psi}$$

Punînd (311) sub forma în care apare explicit unghiul γ :

(313) $$W_{12} = \frac{\pi B_1 B_2 D l \delta'}{2\mu_0} \cos\left[(\omega_1-\omega_2-p\Omega_r)t - p\gamma_0\right] =$$
$$= \frac{1}{2\mu_0}\pi B_1 B_2 D l \delta' \cos\left[(\omega_1-\omega_2)t - p\gamma\right]$$

și înlocuind în (312), se obține cuplul sub forma:

(314) $$m_i = \frac{p\pi}{2\mu_0} B_1 B_2 D l \delta' \sin\left[(\omega_1-\omega_2)t - p\gamma\right] =$$
$$= \frac{p\pi}{2\mu_0} \cdot B_1 B_2 D l \delta' \sin\left[(\omega_1-\omega_2-p\Omega_r)t - p\gamma_0\right]$$

Acest cuplu instantaneu variază sinusoidal în timp, avînd o valoare medie în timp nulă. Cum din cauza inerției mecanice mari a armăturilor ceea ce contează este tocmai acest cuplu mediu în timp, pentru a nu avea o valoare nulă a cuplului mediu trebuie ca:

(315) $$\omega_1 - \omega_2 - p\Omega_r = 0$$

Ținînd seama de (299) rezultă condiția:

(316) $$\underline{\underline{\Omega_r = \Omega_1 - \Omega_2}}$$

Semnificația fizică a acestei condiții este simplă dacă ținem seama de faptul că:

1 - cîmpul b_1 se rotește cu Ω_1 față de (1)

2 - cîmpul b_2 se rotește cu Ω_2 față de (2)

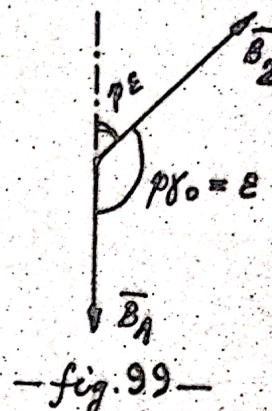
3 - sistemul (2) se rotește cu Ω_r față de (1)

Rezultă atunci că față de (1) cîmpul b_2 se rotește cu viteza $\Omega_2 + \Omega_r = \Omega_1$, deci cele două cîmpuri învîrtitoare se rotesc cu aceeași viteză față de (1) și deci și față de orice alt sistem de referință, fiind în repaus relativ între ele.

Luînd în considerare condiția (316), relațiile (304) devin:

(317) $$b_1(\alpha_1,t) = B_1 \sin(\omega_1 t - p\alpha_1)$$
$$b_2(\alpha_1,t) = B_2 \sin(\omega_1 t - p\alpha_1 + p\gamma_0)$$

In fig.99 se arată fazorii corespunzători celor două inducții (317). Deoarece avem:



-fig.99-

(318) $\sin(-p\gamma_0) = -\sin p\gamma_0 = -\sin\varepsilon$

rezultă că expresia (314) ținînd seama de relația (315) devine constantă și anume:

(319) $$M_i = -\frac{p\pi}{2\mu_0} B_1 B_2 D l \delta' \sin\varepsilon$$

Semnul minus din față arată că acest cuplu se exercită în sensul scăderii lui γ, deci tinde să aducă în concordanță spațială cele două cîmpuri, ceea ce se exprimă altfel în modul următor: sensul de acțiune al cuplului este de la cîmpul defazat în timp înainte spre cel defazat în urmă.

Exemplul studiat arată că pentru ca să se exercite un cuplu de interacțiune între două armături prevăzute fiecare cu cîte o înfășurare care produce cîmp învîrtitor, trebuie îndeplinite următoarele condiții fundamentale:

1 - Cele două cîmpuri trebuie să aibă acelaș număr de poli.

2 - Cele două cîmpuri trebuie să se rotească în acelaș sens și cu aceeași viteză.

3 - Intre cele două cîmpuri trebuie să existe un decalaj spațial, reflectat prin defazajul $p\gamma_0 = \varepsilon$ măsurat în grade electrice în planul fazorial clasic de timp.

Deși exemplul considerat se referă la mașini cu întrefierul uniform, concluziile stabilite sînt generale, dacă se are în vedere numai cuplul de interacțiune (fără cuplul de anizotropie).

Condiția (315) sau (316) corespunde teoremei celor trei pulsații din vol.I pag.40, fiind obținută aci prin poziția aspectului de cîmp al fenomenelor din mașină.

Dacă se ține seama de relațiile cunoscute:

(320) $$\frac{\pi D}{2p} = \tau \qquad \phi = \frac{2}{\pi}\tau l B \qquad \lambda_\delta = \mu_0 \frac{\tau l}{\delta'} = \mu_0 \frac{\tau l}{K_c \delta}$$

se pot da cuplului diferite alte forme utile și anume:

(321) $$M_i = -\frac{\pi^2 p^2}{4} \cdot \frac{\phi_1 \phi_2}{\lambda_\delta} \cdot \sin\varepsilon$$

în funcţie de fluxurile polare şi unghiul electric dintre ele, sau:

(322) $$M_i = -\frac{\pi p^2}{2} V_1 \Phi_2 \sin \varepsilon$$

funcţie de tensiunea magnetică şi celălalt flux polar.

4.2. Cuplul în regim permanent sinusoidal.

În regim permanent sinusoidal, t.e.m. şi curenţii din maşinile de curent alternativ variază sinusoidal în timp, astfel că cuplul de interacţiune dat de (287) sau (295) este o funcţie de timp. Pentru a avea conversie electromecanică a energiei, trebuie ca valoarea medie în timp a cuplului instantaneu să fie nenulă.

Vom considera două exemple:

a) Maşini monofazate.

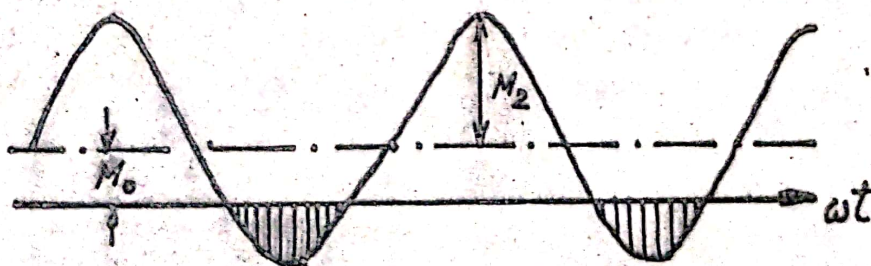
T.e.m. şi curentul din înfăşurarea indusului sînt funcţii de forma:

(323) $$\begin{cases} e = E\sqrt{2} \sin \omega t \\ i = I\sqrt{2} \sin (\omega t - \lambda) \end{cases}$$

Inlocuind în (295) şi efectuînd transformarea trigonometrică a produsului de sinuşi se obţine expresia:

(324) $$m_i = \frac{EI}{\Omega_1 - \Omega_2} \cos \lambda - \frac{EI}{\Omega_1 - \Omega_2} \cos (2\omega t - \lambda)$$

în care primul termen este constant şi reprezintă valoarea medie pe un număr întreg de perioade a cuplului, iar al doilea termen reprezintă cuplul alternativ cu valoare medie nulă în timp, aşa cum se reprezintă pe fig.100 alăturată.



– fig. 100 –

Pe figură s-au introdus notațiile:

$$(325)\quad \begin{cases} M_0 = \dfrac{EI}{\Omega_1-\Omega_2}\cos\lambda \\ M_2 = \dfrac{EI}{\Omega_1-\Omega_2} \end{cases}$$

Se observă că mașinile monofazate cu cîmp învîrtitor produc cuplu mediu constant, dar produc și un cuplu suplimentar alternativ, cuplul rezultant fiind pulsatoriu (în anumite momente are valori chiar negative, corespunzătoare porțiunilor hașurate pe figură, deci are caracter frînant). Acest cuplu pulsatoriu are drept consecințe pulsații ale vitezei motorului în jurul unei valori medii precum și vibrații ale lagărelor mașinii (uzură accentuată, zgomote în funcționare etc..), ceea ce reprezintă un dezavantaj al mașinilor monofazate în raport cu cele polifazate, după cum se va vedea îndată.

b) Mașini trifazate.

In regim simetric trifazat t.e.m. și curenții în cele trei faze A,B,C, au expresiile:

$$(326)\quad \begin{cases} e_A = E\sqrt{2}\sin\omega t \\ e_B = E\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \dfrac{2\pi}{3}\right) \\ e_C = E\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \dfrac{4\pi}{3}\right) \end{cases} \qquad \begin{cases} i_A = I\sqrt{2}\sin(\omega t - \lambda) \\ i_B = I\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \lambda - \dfrac{2\pi}{3}\right) \\ i_C = I\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \lambda - \dfrac{4\pi}{3}\right) \end{cases}$$

Cuplul de interacțiune rezultant va fi evident:

$$(327)\quad m_i = \frac{e_A i_A + e_B i_B + e_C i_C}{\Omega_1 - \Omega_2}$$

Efectuînd calculele obținem:

$$(328)\quad m_i = \frac{2EI}{\Omega_1-\Omega_2}\Big\{\sin\omega t\cdot\sin(\omega t-\lambda) + \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)\sin\left(\omega t-\lambda-\frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(\omega t-\frac{4\pi}{3}\right)\sin\left(\omega t-\lambda-\frac{4\pi}{3}\right)\Big\}$$

Descompunînd produsele de sinuşi se obţine:

(329) $$m_i = \frac{2EI}{\Omega_1-\Omega_2}\left\{\frac{1}{2}\cos\lambda - \frac{1}{2}\cos(2\omega t-\lambda) + \frac{1}{2}\cos\lambda - \frac{1}{2}\cos\left(2\omega t-\lambda-\frac{4\pi}{3}\right) + \frac{1}{2}\cos\lambda - \frac{1}{2}\cos\left(2\omega t-\lambda-\frac{8\pi}{3}\right)\right\} = \frac{3EI\cos\lambda}{\Omega_1-\Omega_2} - \frac{EI}{\Omega_1-\Omega_2}\times$$
$$\times\left\{\cos(2\omega t-\lambda)+\cos\left(2\omega t-\lambda-\frac{4\pi}{3}\right)+\cos\left(2\omega t-\lambda-\frac{8\pi}{3}\right)\right\}$$

Observînd că termenii în $2\omega t$ se anulează prin însumare, se obţine în definitiv:

(330) $$m_i = M_0 = \frac{3EI\cos(\widehat{E,I})}{\Omega_1-\Omega_2}$$

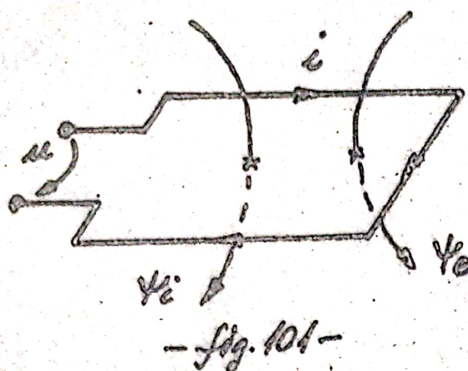
adică un cuplu rezultant constant în timp, fără componente alternative, deci fără dezavantajele de la maşinile monofazate.

Formula (330) este formula de bază în calculul cuplului maşinilor de curent alternativ, prezentînd avantajul exprimării acestuia prin mărimile t.e.m. şi curent, de cea mai mare utilitate în studiul funcţionării maşinii.

In legătură cu aplicarea formulei (330) la maşinile de curent alternativ trifazate, trebuie făcută o observaţie de cea mai mare importanţă:

T.e.m. indusă într-o înfăşurare este legată de tensiunea la bornele înfăşurării şi curentul prin înfăşurare printr-o relaţie denumită ecuaţia tensiunilor, care rezultă din aplicarea legii inducţiei electromagnetice şi din aplicarea legii circuitului electric (legea lui Ohm) pe circuitul înfăşurării. Această relaţie se poate prezenta sub două forme asemănătoare, dar cu conţinut fizic diferit.

Să presupunem înfăşurarea reprezentată simplu, printr-o spiră echivalentă ca cea din fig.101, adoptînd pentru sensurile pozitive ale tensiunii la borne şi curentului, regula de la receptoare. Fluxul magnetic total prin încăşurare se compune dintr-o parte produsă chiar de curentul propriu, Ψ_i, şi o altă parte produsă din exterior Ψ_e, ambele înlănţuindu-se cu înfăşurarea după regula burghiului



-fig.101-

drept. Scriind cele două legi amintite pe conturul înfășurării, se obține:

(331) $$e = -\frac{d\psi}{dt}$$

adică:

(332) $$R\cdot i - u = -\frac{d}{dt}(\psi_i + \psi_e)$$

Putem pune însă:

(333) $$\psi_i = L\cdot i$$

La mașini cu întrefierul uniform L = constant, astfel că dacă se înlocuiește (333) în (332) și se reordonează termenii avem:

(334) $$u = R\cdot i + L\cdot\frac{di}{dt} - \left(-\frac{d\psi_e}{dt}\right) \; ; \quad e_e = -\frac{d\psi_e}{dt}$$

în care L este inductanța proprie iar e_e este t.e.m. exterioară, de exemplu cea produsă prin mișcare de cîmpul învîrtitor.

A doua formă a ecuației tensiunilor se obține dacă se desparte fluxul magnetic propriu ψ_i în componente, utilă și de scăpări:

(335) $$\psi_i = \psi_{i\sigma} + \psi_{iu}$$

Fluxul de scăpări se poate scrie după relația (270), iar fluxurile utile interior și exterior formează fluxul util rezultant:

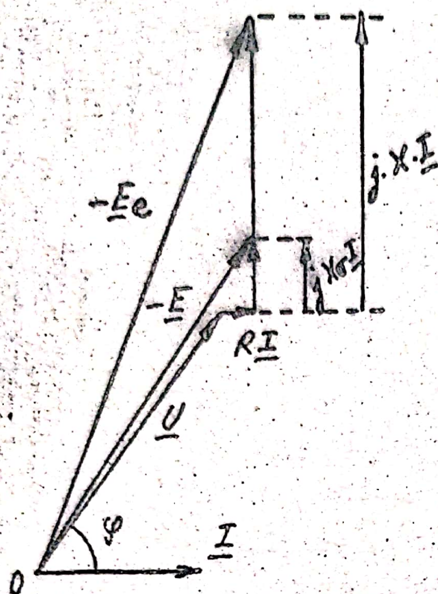
(336) $$\psi = \psi_{iu} + \psi_e$$

Inlocuind în (332), se ajunge la:

(337) $$u = R\cdot i + L_\sigma\cdot\frac{di}{dt} - \left(-\frac{d\psi}{dt}\right) \; ; \quad e = -\frac{d\psi}{dt}$$

în care L_σ este inductanța de scăpări, iar e este t.e.m. utilă rezultantă produsă de fluxul util rezultant.

În regim permanent sinusoidal, ecuațiilor (334) și (337) le corespunde diagrama fazorială din fig.102. La mașini cu întrefier constant sînt valabile ambele forme de scriere a ecuației tensiunilor (deoarece L = constant) și deoarece:



- fig. 102 -

(338) $$E_e \cos(\widehat{E_e I}) = E \cos(\widehat{E, I})$$

rezultă că cuplul de interacțiune se poate calcula în două moduri echivalente, fie cu t.e.m. exterioară, fie cu t.e.m. rezultantă:

(339) $$M_o = \frac{3 E_e I \cos(\widehat{E_e I})}{\Omega_1 - \Omega_2}$$

(340) $$M_o = \frac{3 E \cdot I \cdot \cos(\widehat{E, I})}{\Omega_1 - \Omega_2}$$

Totuși, dacă se dorește să se țină seama de efectele datorate saturației magnetice, a doua metodă bazată pe relația (340) este cea corectă, deoarece în acest caz descompunerea (336) nu mai este cu putință în mod univoc. Starea magnetică a mașinii este definită de fluxul util rezultant, produs de acțiunea simultană a curenților de pe ambele armături și suprapunerea efectelor ce stă la baza descompunerii (336) nu mai poate fi aplicată fluxurilor.

La mașinile cu întrefier variabil forma (334) a ecuației tensiunilor este incorectă, deoarece L nu mai este constant, depinzînd de poziția relativă a celor două armături. Forma (337) rămîne însă corectă și în acest caz, deoarece L_{σ} nu depinde practic de poziția armăturilor. De aceea aci sînt posibile două moduri de calcul al cuplului rezultant echivalente:

a) Fie se determină cuplul de interacțiune cu (339), dar trebuie în continuare adăugat cuplul de anizotropie, calculat plecînd de la (297).

b) Fie se determină direct cuplul total cu (340), care ține seama implicit de variația lui L cu poziția armăturilor, prin t.e.m rezultantă indusă.

La capitolul de "Mașini sincrone" se va arăta echivalența celor două metode de calcul, cea de-a doua conducînd întotdeauna la calcule mai scurte și de aceea fiind preferată în cadrul cursului.

Deși cele două forme de scriere (334) și (337) au aceeași formă:

(341) $$u = Ri + L\frac{di}{dt} - e$$

ceea ce le poate face ușor confundabile,conținutul lor fizic este diferit,mărimile L și e avînd de fiecare dată altă semnificație.

Incheiem aci capitolul referitor la producerea cuplului electromagnetic în mașinile electrice cu observația că anumite probleme cum ar fi cuplurile produse de armonicile superioare,vor fi studiate în cadrul fiecărei mașini în parte.

5. INFASURARILE MASINILOR DE CURENT ALTERNATIV

5.1. Introducere.

Anumite probleme privind înfășurările mașinilor electrice de curent alternativ,induse și inductoare,au fost deja abordate pe parcursul capitolelor precedente.Din acest motiv,în acest capitol vom completa doar unele probleme a căror tratare în decursul expunerilor anterioare ar fi întrerupt continuitatea expunerii,abătînd atenția de la problemele expuse.

Pentru a obține cu o mașină de dimensiuni date efecte maxime privind t.e.m.produsă,cuplul produs,pîmpul magnetic din mașină trebuie să fie cît mai intens,iar numărul de spire cît mai mare.

Dispunerea conductoarelor înfășurărilor trebuie făcută astfel încît:

1 - T.e.m. produsă să fie cît mai mare și cît mai aproape de o sinusoidă,din cauza inconvenientelor armonicilor superioare.

Dacă punem doar cîte o singură bobină pe poli ($q = 1$) și mărim numărul de spire,acest lucru va fi favorabil din punct de vedere al utilizării cuprului,căci t.e.m. ale spirelor fiind în fază se vor aduna aritmetic,dar din punct de vedere al formei de undă a curbei t.e.m. lucrurile vor sta prost (în bobinele cu pas diametral forma t.e.m.induse repetă la altă scară forma de repartiție spațială a inducției în întrefier ; în plus vom avea puține crestături de mari dimensiuni,deci dinți puțini cu dimensiuni mari ceea ce conduce la armonici importante de dantură și la o utilizare proastă a periferiei armăturilor).Din aceste motive este preferabilă repartizarea în grupuri a bobinelor (deci $q > 1$) și folosirea pașilor scurtați,ceea ce va înbunătăți atît forma t.e.m. cît și cea a inducției în întrefier însăși.

2 - Cuprul utilizat să fie folosit într-o măsură cît mai bună ceea ce înseamnă:

a - la un curent dat înfășurarea să producă un cîmp magnetic

cît mai intens cu putință și cît mai sinusoidal repartizat în lungul întrefierului. Aceasta conduce la repartizarea bobinelor pe mai multe crestături pe pol și la scurtarea pasului, realizabilă ușor la înfășurările dublu strat, care au în plus și avantajul folosirii unui număr de spire mai mare.

b - periferia armăturilor să fie utilizată cît mai complet cu putință. Infășurările repartizate ($q > 1$) monofazate prezintă defectul că lasă libere un anumit număr de crestături, deoarece contribuția la cîmpul rezultant al laturilor de bobine din aceste crestături este mică. Din acest motiv într-o mașină monofazată nu se utilizează decît 2/3 din pasul polar. La mașinile cu mai multe faze acest lucru nu se întîmplă, folosindu-se toate crestăturile. Se poate arăta că la dimensiuni egale și la aceeași frecvență și viteză, puterea unei mașini trifazate este cu 20..30 % mai ridicată ca cea a mașinii monofazate.

Acest lucru precum și alte avantaje ale mașinilor trifazate cum ar fi:

- disparitia unor armonici superioare
- producerea unui cuplu constant, fără pulsații
- asigurarea transmiterii avantajoase la mari distanțe a energiei electrice în trifazat cu trei fire

au făcut ca la puteri mari să fie folosite exclusiv mașini de curent alternativ trifazate. Pentru o bună utilizare a cuprului nu se practică scurtări ale pasului sub $0,8 \cdot \tau$. Modul de conexiune este aproape în exclusivitate legarea în stea (a se revedea cap.3.2.4.a).

O înfășurare repartizată este alcătuită din secțiuni realizate separat dinainte, cu una sau mai multe bobine identice sau diferite (fig.36), legate apoi între ele prin conexiuni exterioare într-un anumit mod. Alegerea concretă a tipului de înfășurare se bazează în principal pe următoarele considerente:

a) să se evite încrucișările de capete de bobine și să se depărteze pe cît posibil unele de altele, pentru a le putea mai bine izola între ele, pentru ale putea fixa și rigidiza cît mai bine în vederea evitării vibrațiilor și forțelor electrodinamice, precum și pentru a le asigura o răcire mai eficace

b) să se reducă cît mai mult lungimile părților frontale inactive, precum și cele ale conexiunilor exterioare dintre secțiuni, în vederea reducerii consumului de cupru și a pierderilor Joule

c) să se reducă cît mai mult manopera (reducerea pe cît posibil a numărului de șabloane și de modele de secțiuni)

d) asigurarea în cazul mașinilor foarte mari a posibilității de

bobinare separată a diferitelor segmente din care este realizată armătura.

Clasificarea înfăşurărilor maşinilor de curent alternativ se poate face din multe puncte de vedere.Astfel:

a) Din punct de vedere al funcţiunii îndeplinite avem:

-înfăşurări inductoare destinate producerii cîmpului magnetic cu curent alternativ sau continuu (în ultimul caz se mai numesc şi înfăşurări de excitaţie)

-înfăşurări ale indusului destinate culegerii t.e.m. sau puterii utile electromagnetice

b) Din punct de vedere al modului de bobinare avem:

-înfăşurări concentrate de tip bobină (ca la transformator) ca de exemplu cele de pe polii aparenţi ai inductorului

-înfăşurări repartizate , în simplu şi în dublu strat

c) Din punct de vedere al dispunerii secţiunilor şi al formei bobinelor şi conductorului avem:

-înfăşurări cu secţiuni separate,bobine diferite,concentrice

-înfăşurări cu secţiuni intercalate,bobine identice

-înfăşurări de tip bară

-înfăşurări de tip colivie

d) Din punct de vedere al dispunerii capetelor de bobine:

-înfăşurări în coroană

-înfăşurări în două plane (etaje)

-înfăşurări în trei plane (etaje)

e) Din punct de vedere al numărului de crestături pe pol şi fază:

-înfăşurări cu q întreg

-înfăşurări cu q fracţionar

f) Din punct de vedere al mijloacelor de înbunătăţire a formei curbei t.e.m. induse:

-înfăşurări cu intercalarea zonelor

-înfăşurări cu extinderea zonelor

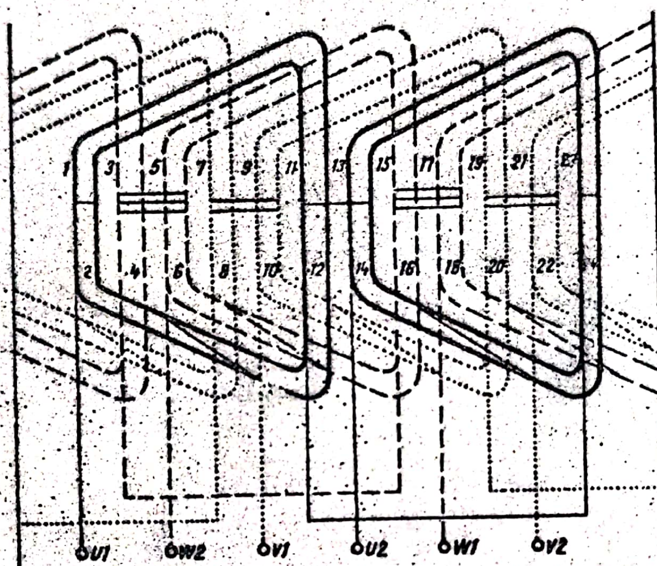
O tratare a tuturor aspectelor legate de clasificările enunţate depăşeşte evident cadrul acestui curs,fiind obiectul a numeroase lucrări de strictă specialitate.In cele ce urmează ne vom mărgini la expunerea cîtorva cazuri mai des întîlnite,urmărind în principal să aducem unele completări la cele spuse pînă acuma în cadrul capitolelor prezentate.

5.2. Infășurări simplu strat.

Acest tip de infășurări,odinioară foarte răspîndit,este înlocuit în prezent de infășurările dublu strat,nemai fiind folosit decît în cazuri particulare anumite.Există însă încă în funcțiune un mare număr de mașini prevăzute cu acest tip de infășurare.

a) Infășurarea tip coroană.

Se întîlnește la mașini asincrone de mică putere,avînd bobine de aceeași formă,cu spire multiple,ușor deformabile.In fig.103



-fig. 103-

se arată un exemplu pentru o infășurare trifazată cu 2p=2 și q=4 (faza U linie plină,faza V punctat,iar faza W linie întreruptă).In fig.104 se arată trei moduri de realizare a capetelor de bobine în coroană,prin fasonarea manuală a mănunchiurilor.Rigidizarea se face prin infășurare cu bandă izolantă albă de bumbac sau țesătură de sticlă,între zonele diferitelor faze plasîndu-se fișii izolatoare decupate (carton izolant,hostafan,novolit etc..)



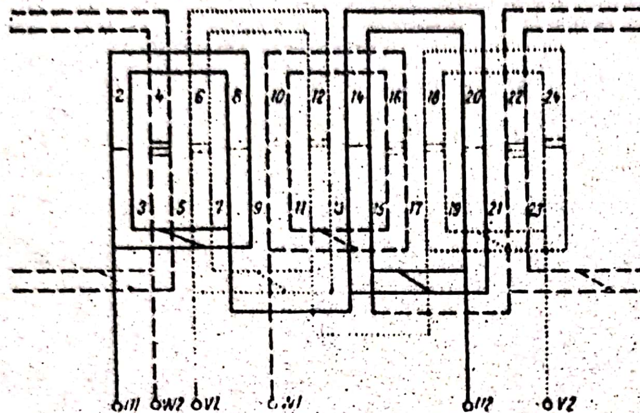
-fig. 104-

Avantajul identității de formă este "compensat" de dezavantajul încălecării capetelor de bobine și de atingerea fazelor între ele.

Din aceste motive acestmtip de infășurare se folosește doar la tensiuni mijlocii și joase și la curenți nu prea intenși.

b) Infășurarea tip concentric.

Acest tip de înfășurare se folosește exclusiv la tensiuni înalte, din cauza separării perfecte d.p.v.al izolației a capetelor de bobine. Se folosește și la tensiuni joase deoarece permite înlocuirea ușoară a unei secțiuni avariate. In fig.105 se reprezintă o asemenea înfășurare trifazată, pentru 2p = 4 și q = 2, având capetele de bobine dispuse în două etaje, cu condiția ca să se alterneze în fiecare fază o bobină scurtă cu una lungă, așa ca în figură.



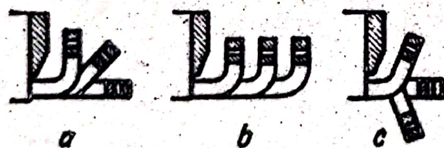
- fig. 105 -

Dispunerea capetelor de bobine se face după una din variantele indicate pe fig.106 a,b,c. O particularitate importantă a acestei înfășurări este că dacă numărul de perechi de poli este impar, trebuie ca una din bobine să aparțină simultan la două etaje (așa numita bobină mixtă, sau torsionată).



- fig. 106 -

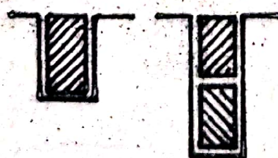
Infășurările de acest tip se pot realiza și cu capetele de bobine dispuse în trei etaje, ca în fig. 107a,b,c.



- fig. 107 -

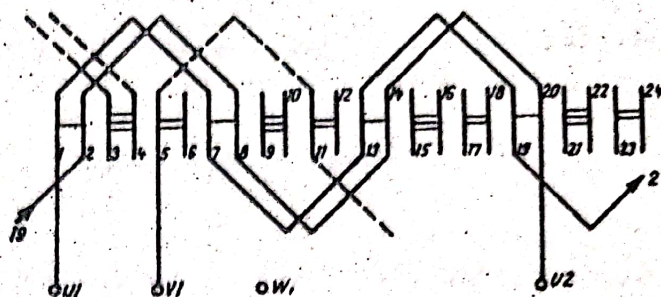
c) Infășurare tip bară.

Acest tip se întîlnește la mașini de mare putere și la mașinile de puteri medii cu tensiuni reduse și curenți relativ mari. Așa cum arată chiar denumirea înfășurării, în crestătură se dispune una, două, sau cîteva bare (fig.108), care se unesc cu capetele de bobine prin lipire sau prin mufe speciale. Putem avea două moduri de înseriere a barelor:

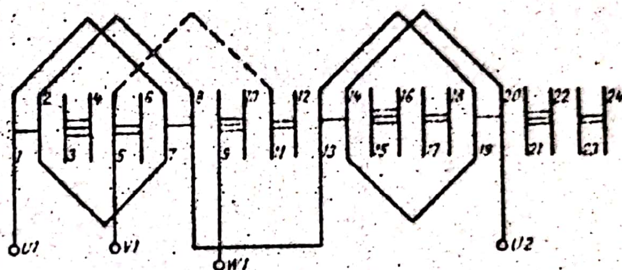

- fig. 108 -

- prin ondulare ca în figura 109 alăturată
- prin buclare ca în figura 110 de mai jos.

Dacă secțiunile transversale ale barelor sînt prea mari, acestea se execută din mai multe bare mai mici legate în paralel, a căror poziție se modifică în lungul crestăturii din loc în loc (transpoziții), pentru limitarea pierderilor produse suplimentar, ca urmare a efectului pelicular. Ideea transpozițiilor este de a uniformiza distribuția curenților din diferitele căi de curent în paralel, făcînd ca acestea să fie situate în condiții magnetice identice.



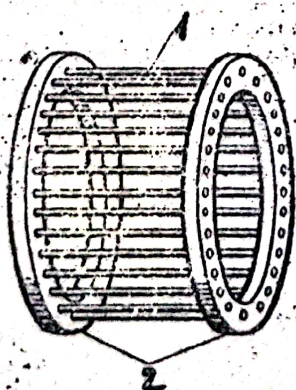
–fig. 109–



–fig. 110–

d) Înfășurarea în colivie.

Acest tip de înfășurare (fig.111) este realizat tot din bare 1 identice, scurtcircuitate de ambele părți frontale de cîte două inele 2 din acelaș material (cupru, bronz, alamă, aliaje de aluminiu în special), fiind realizată uneori prin procedee speciale de turnare sub presiune, sau centrifugală a materialului topit, în crestăturile de regulă închise ale rotoarelor motoarelor asincrone în scurtcircuit. Pachetul de tole rotoric nu trebuie izolat deoarece conductibilitatea electrică a aliajului este mult mai mare ca cea a materialului tolelor și în plus tensiunile induse în bare sînt de valori reduse la funcționarea normală, după cum vom vedea la capitolul respectiv.



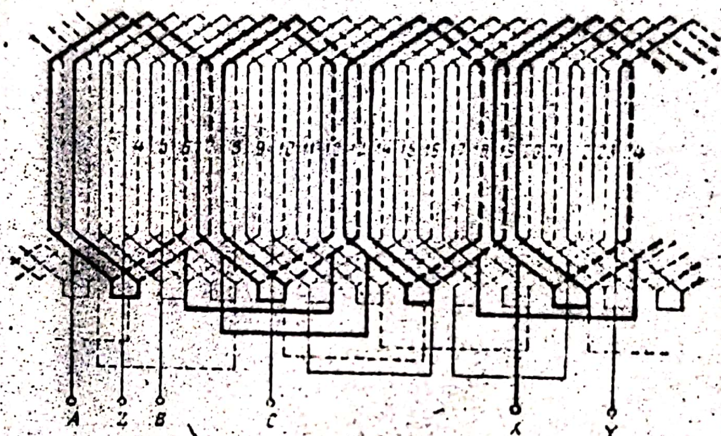
–fig. 111–

Secțiunea transversală a barelor poate

fi rotundă,ovală,dreptunghiulară adîncă,trapezoidală etc..Există şi rotoare prevăzute cu colivie dublă.

5.3. Infăşurări dublu strat.

Acest tip de înfăşurări este astăzi cel mai folosit,datorită numeroaselor avantaje pe care le-am pus în evidenţă la cap.2.2.7. Tot acolo am arătat modul în care se determină mărimile necesare pentru realizarea înfăşurării.In fig.112 de mai jos este dat exem-



– fig. 112 –

plul unei înfăşurări trifazate cu pas scurtat,avînd 2p = 4 şi q = 2,împreună cu conexiunile exterioare ale secţiunilor executate de aceeaşi parte a maşinii.

Să determinăm ca aplicaţie la cele spuse în capitolele precedente coeficientul de bobinaj K_w al acestei înfăşurări:

– Unghiul real dintre două crestături: $\gamma = \frac{360^\circ}{Z} = \frac{360^\circ}{24} = 15^\circ$

– Unghiul electric corespunzător: $\gamma_e = p\gamma = 2 \cdot 15^\circ = 30^\circ$

Coeficientul de repartizare pentru fundamentală determinat cu expresia (80):

$$k_q^{(1)} = \frac{\sin \frac{q\gamma_e}{2}}{q \cdot \sin \frac{\gamma_e}{2}} = \frac{\sin \frac{2 \cdot 30^\circ}{2}}{2 \cdot \sin \frac{30^\circ}{2}} = \frac{\sin 30^\circ}{2 \sin 15^\circ} = 0{,}966$$

Coeficientul de scurtare determinat cu (92):

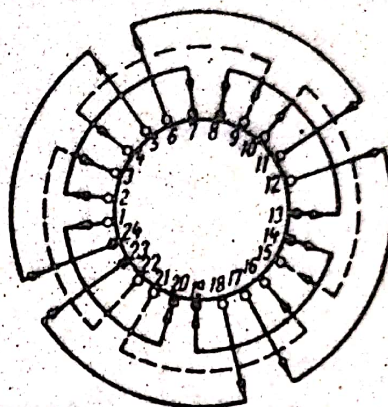
$$k_s^{(1)} = \sin \frac{\pi y}{2\tau} = \sin \frac{5}{6} 90^\circ = 0,966$$

Rezultă deci:

$$k_w = k_q^{(1)} \cdot k_s^{(1)} = 0,966^2 = 0,93$$

Singurele dezavantaje ale înfăşurărilor dublu strat sînt:
- dificultatea plasării la bobinare a ultimelor bobine
- necesitatea îndepărtării unui pas întreg de înfăşurare în cazul avarierii unei laturi de la fundul crestăturii (stratul interior)
- imposibilitatea executării unui stator demontabil (din mai multe segmente), fără scoaterea bobinelor din crestături

Pentru a încheia acest capitol referitor la înfăşurările simplu şi dublu strat, amintim că în afara reprezentărilor desfăşurate ale înfăşurărilor, de tipul celor din figurile 103, 105, 112, se mai folosesc cîteodată şi reprezentări în proiecţie frontală, ca cea din fig. 113 alăturată, unde s-a reprezentat o înfăşurare simplu strat trifazată, cu capetele de bobine în trei etaje.



-fig. 113-

5.4. Izolaţia înfăşurărilor.

Calitatea izolaţiei unei maşini electrice determină în principal durata sa de viaţă, de aceea trebuie acordată o atenţie serioasă alegerii şi executării sale. Rolul izolaţiei nu se reduce doar la factorii electrici (rigiditate dielectrică ridicată, rezistenţă de izolaţie ridicată, tg δ foarte redus). Contează şi rezistenţa la acţiunea factorilor termici şi mecanici, a factorilor agresivi ca umiditatea, uleiul, etc.. Deoarece pierderile în cupru sînt evacuate spre mediul ambiant prin izolaţie, aceasta trebuie să fie bună conductoare d.p.v. termic, lucru ce se asigură în mare parte prin impregnare şi compundare a înfăşurării după execuţie.

Materialele izolante folosite şi modul concret de executare a izolaţiei depind de tensiunea de lucru a maşinii, de starea de repaus sau de mişcare a înfăşurării, de forma crestăturilor şi a conductoarelor de bobinaj, de condiţiile de răcire etc..

Pentru izolarea înfăşurărilor maşinilor electrice actuale se folosesc materiale izolante simple sau în combinaţii,mai ales din clasele de izolaţie (vol.I cap.33.2. din "Introducere") B,F şi H.

Prezentăm pe scurt cîteva din cele mai folosite materiale:

Micanita - realizată prin lipirea între ele a foilor de mică cu lacuri uleioase,bituminoase,gliptalice,şelac etc.,în varietăţi rigide,sau elastice

Micabanda - realizată prin lipirea pe ambele feţe ale benzilor de hîrtie uleioasă,a mai multor straturi subţiri de solzi de mică neagră; formează benzi late de 12...35 mm cu grosimi de 0,08...0,17 mm cu mare flexibilitate,ce se pot înfăşura cu uşurinţă în jurul conductoarelor sau a laturilor de bobine

Micafoliu - cu realizare asemănătoare cu a micabandei,dar fiind flexibil numai la cald

Pentru cele trei materiale expuse se mai folosesc şi superturi din ţesătură de xxxx sticlă fibrată (sticlomicanit,sticlomicafoliu) în amestec cu lacuri siliconoce,sau epoxidice.

Asbest - realizat sub formă de fîşii stratificate

Sticlă - sub formă de ţesături fine în combinaţie cu lacuri termostabile

Parţial,se folosesc şi materiale din clasa A ca suporturi sau lianţi,cum ar fi cele fibroase organice sau anorganice,dar care se supun totdeauna operaţiilor de impregnare şi compundare în vederea eliminării porozităţii şi higroscopicităţii. Astfel se mai folosesc:

Bumbacul - realizat sub formă de ţesătură continuă,compactă sau în benzi

Hîrtia telefonică - sub formă de fîşii subţiri suprapuse

Cartonul preşpan -

Pînza şi hîrtia uleiată

Diferite pelicule sintetice (email,triacetat de celuloză,acetat de polivinil,tereftalat de polietilenă etc..)simple,sau în combinaţie cu materiale fibroase.

Impregnarea se face după terminarea execuţiei înfăşurării şi după uscarea prealabilă a acesteia,cu diferite lacuri electroizolante (soluţii coloidale de diferite baze răşinoase,bituminoase,uleiuri sicative,etc.. în solvenţi volatili.)

Compundarea se face în acelaş scop ca impregnarea,dar cu mase de compundare vîscoase,fără solvenţi,care se rigidizează la răcire. Se folosesc diverse răşini termoplaste şi mai ales termoreactive.

In urma impregnării şi compundării izolaţia devine mai compactă

(se elimină porozitățile, locurile capilare, incluziunile de aer, interstițiile etc..), mai rigidă din punct de vedere mecanic. Pierderile dielectrice scad, rigiditatea dielectrică crește, crește deasemenea conductibilitatea termică în vederea evacuării mai eficace a pierderilor Joule din înfășurare.

Izolația unei mașini electrice este ca la transformator, de două feluri:

1. Izolația principală (transversală) care este izolația față de corp a tuturor circuitelor și care se compune din:

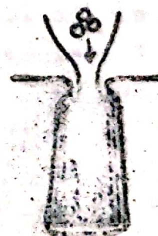
- izolația de crestătură și cea din zona crestăturilor
- izolația capetelor de bobine (zona frontală)
- izolația conexiunilor și a bornelor mașinii

2. Izolația longitudinală care este izolația dintre spirele aceleiași bobine, sau dintre bobinele din aceeași crestătură

Primul element izolant este însăși izolația conductorului de bobinaj, care pentru tensiuni din ce în ce mai mari, este realizată din:

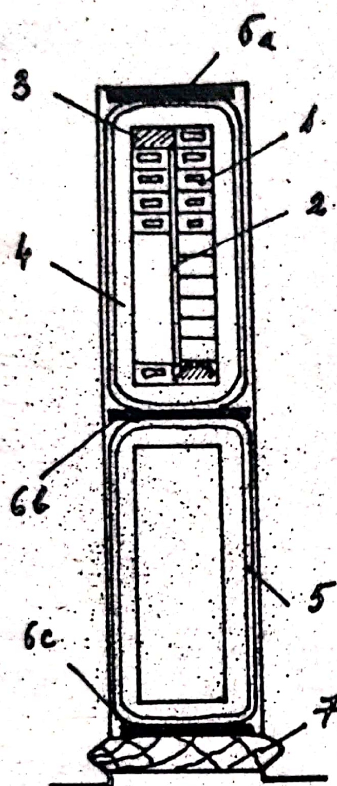
- email
- email cu un strat de bumbac
- două straturi de bumbac
- înfășurare petrecută cu micabandă, sau micafoliu
- sticlomicabandă înfășurată cu suprapuneri și cu lacuri siliconice sau sticloepoxidice

La mașini mici și tensiuni joase, cu bobine moi, se prevede în plus numai așa numita izolație de crestătură, realizată din mai multe foi izolante suprapuse din carton și pînză uleiată, formînd teci izolante în formă de U, ceva mai lungi decît lungimea axială a crestăturilor (pentru protejarea față de acțiunea muchiei la ieșire din crestături). Ultima teacă este de dimensiuni mai mari și fasonată astfel ca să permită introducerea ușoară rînd pe rînd a conductoarelor, ca în fig.114. Se folosesc cca.6,7 straturi de carton plus o pînză uleiată. Noile materiale izolante de crestătură (nuvolit, hostafan) au permis reducerea grosimii acesteia și înbunătățirea factorului de umplere a crestăturii (raportul dintre secțiunea netă de cupru și secțiunea crestăturii).


-fig 114-

La mașini mari și tensiuni ridicate, nu se mai pune izolație de crestătură, deoarece există izolația însăși a bobinelor, realizată prin înfășurarea cu suprapunere pe 1/3 a foliilor de mica-

foliu sau micabandă. Izolaţia se practică continuu, pe toată lungimea din crestătură şi din afara ei, în mai multe straturi. Uneori se mai pune ca ultim strat o bandă de asbest. In crestătură se pune la fund, între un strat şi altul şi deasemenea sub pana de închidere a crestăturii cîte o garnitură de carton preşpan. Pe fig.115 se arată organizarea izolaţiei unei crestături statorice de turbogenerator, la 13,8 kV. Notaţiile de pe figură semnifică următoarele:



-fig.115-

1 -conductor gol (pentru circulaţia agentului de răcire) de bobinaj, cu margini rotunjite, izolat cu micafoliu

2 - garnituri de micanită între rînduri

3 - umplutură de asbest

4 - micabandă cu grosime de 0,13mm

5 - bandă de asbest cu fier (evită străpungerile din interstiţiile dintre izolaţie şi pereţii crestăturii, prin efectul de ecranare electrică)

6 a,b,c - garnituri de carton preşpan, cea mai groasă de 3mm între cele 2 laturi de bobină

7 - pană de lemn impregnat

O atenţie cu totul deosebită trebuie acordată zonelor de ieşire din crestătură a laturilor de bobine, din cauza neuniformităţii cîmpului electric produsă de muchia la 90° a armăturii. In aceste zone poate apare descărcarea electrică prin efect corona. In aceste zone se folosesc izolaţii cu inserţii de materiale conductoare sau semiconductoare, care conduc la efecte de uniformizare a cîmpului electric.

Folosirea izolaţiilor moderne pe bază de materiale termoreactive în locul celor termoplaste (care se înmoaie la temperaturi peste 105°C), a permis realizarea unor izolaţii de calitate, care au condus la creşterea duratei de viaţă a maşinilor şi la creşterea fiabilităţii lor.

Pentru scoaterea în spre exterior a capetelor fazelor înfăşurărilor se folosesc izolatoare de trecere plasate în zona inferioară a carcasei maşinii, de tipul celor folosite şi la transformatoarele pînă la 35 kV.

MASINA ASINCRONA

1. INTRODUCERE

Maşina asincronă este o maşină electrică de curent alternativ, în general trifazat, la care viteza de rotaţie a rotorului în regim permanent stabilizat de funcţionare, este diferită de viteza de rotaţie a cîmpului magnetic învîrtitor din întrefier.

Maşinile asincrone se împart în două clase:

- maşini fără colector, numite uzual maşini asincrone sau de inducţie .
- maşini cu colector, numite uzual maşini de curent alternativ cu colector.

In cadrul acestui capitol vom studia numai maşinile din prima categorie, urmînd a studia pe celelalte după ce vom studia în prealabil maşinile de curent continuu.

La fel ca şi alte tipuri de maşini electrice, maşinile asincrone pot funcţiona în diferite regimuri cum ar fi: motor , generator, frînă , regulator de inducţie etc... fără deosebiri radicale din punct de vedere constructiv. Cu toate acestea, marea majoritate a maşinilor asincrone se folosesc în regim motor, fiind din acest punct de vedere cele mai răspîndite tipuri de motoare electrice. S-a apreciat că cca.75% din totalul puterii consumate de către motoarele electrice, este consumată în motoarele asincrone. Răspîndirea extrem de mare a acestui tip de motor electric se explică prin numeroasele sale avantaje:

- preţ de cost redus
- construcţie simplă şi robustă, lipsită de contacte alunecătoare la tipurile cu rotor în scurtcircuit
- randament bun
- siguranţă mare în exploatare
- întreţinere simplă

Motoarele asincrone se construiesc într-o gamă largă de viteze şi de puteri nominale, cele mai mari tipuri atingînd puteri de zeci de megawatt, la tensiuni de ordinul zecilor de kV. Există deasemenea o foarte mare varietate de tipuri speciale de motoare asincrone, în special la puteri reduse, avînd largi aplicaţii în cele mai diferite sectoare economice.

Din motivele expuse, vom studia cu precădere funcţionarea maşinii asincrone în regim motor , dar vom considera şi alte re-

gimuri întîlnite în aplicații.

Crearea mașinii asincrone a devenit posibilă în urma descoperirii cîmpurilor magnetice învîrtitoare (de către G.Feraris-1885 și N.Tesla-1886).Construcția motorului asincron trifazat într-o variantă apropiată de cea din zilele noastre este opera savantului de origine rusă Mihail Dolivo-Dobrovolski.

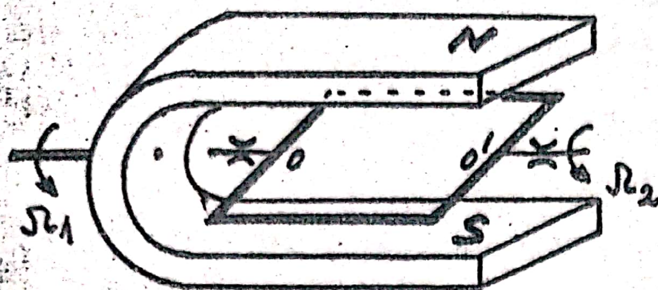
Datele nominale ale unui motor asincron trifazat sînt înscrise pe plăcuța indicatoare fixată pe carcasa acestuia fiind:

- puterea (utilă) nominală în kW, adică puterea maximă ce o poate desvolta la arbore timp îndelungat, în serviciul considerat,
- tensiunile de alimentare în V, date sub formă de fracții și care reprezintă tensiunile nominale de alimentare a celor trei faze statorice legate în stea (valorile mari) sau în triunghi (valorile mici),
- curenții de linie statorici în A, sub formă de fracție, corespunzători modurilor de legare de la pct.precedent,
- viteza de rotație nominală în rot/min, cînd mașina desvoltă cuplul nominal la arbore impus de sarcină
- randamentul nominal în % (minim garantat)
- factorul de putere cos φ_n, minim garantat, în regim nominal
- modul de legare al fazelor rotorice (la mașinile cu rotor bobinat)
- tensiunea măsurată între două inele de contact, cu circuitul rotoric deschis și rotor în repaus, la alimentare nominală în V.
- curentul nominal printr-o fază rotorică, la funcționarea în regim nominal în A

Ultimele două date nominale se referă numai la tipul de mașină așa zis cu rotor bobinat.

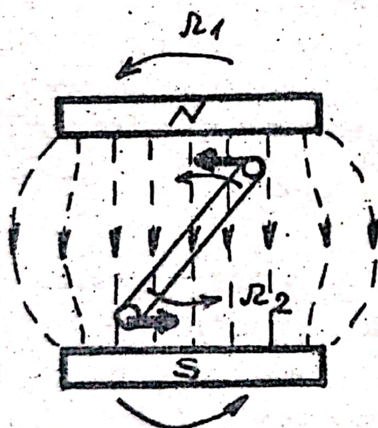
2. PRINCIPIUL DE FUNCTIONARE SI ELEMENTE DE CONSTRUCTIE.

Pentru a înțelege realmente modul fizic în care se produce cuplul asincron în motorul asincron, vom considera un caz simplu ca cel reprezentat în fig.116, în care cîmpul magnetic învîrtitor este produs pe cale mecanică prin rotirea unui magnet permanent. Spira dreptunghiulară din material conductor (cupru) este în scurtcircuit, putîndu-se roti în jurul axului O-O', coaxial cu axul de rotație al magnetului.

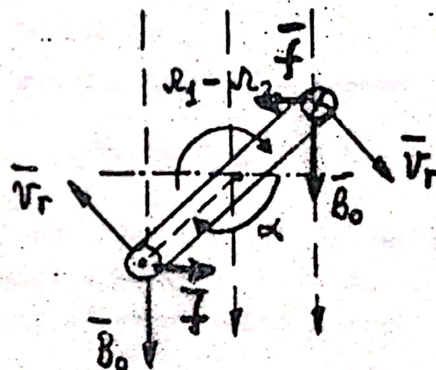


- fig.116 -

Dacă se efectuează experienţa rotind uniform cu viteza unghiulară Ω_1 magnetul, se constată că spira începe să se rotească în acelaş sens şi capătă o viteză Ω_2 foarte apropiată de cea a magnetului. Dispozitivul descris poate antrena în rotaţie o sarcină de valoare redusă, caz în care viteza Ω_2 devine ceva mai mică. Cu toate că dispozitivul nu produce propriu zis conversie electromecanică (puterea mecanică de rotire a magnetului se transformă tot în putere mecanică de rotire a spirei), el exemplifică modul de producere a cuplului asincron. Pentru a vedea de ce se întîmplă cele constatate experimental, ne vom baza pe proprietatea fenomenelor de inducţie electromagnetică de a depinde numai de viteza relativă a



- fig.117 -



- fig.118 -

cîmpului magnetic faţă de circuitul indus, echivalînd situaţia din fig.117 reală, cu cea din fig.118 în care cîmpul este constant şi imobil, iar spira se roteşte invers cu viteza relativă. Echivalarea este permisă numai în vederea determinării t.e.m. induse.

Pe circuitul închis conductor al spirei, t.e.m. indusă este:

$$e = \oint_C (\bar{v}_r \times \bar{B}_o)\, d\bar{l} = 2 v_r B_o l \sin\alpha \tag{342}$$

avînd sensurile figurate pe fig.118 în cele două laturi active pa-

ralele cu axa O-O',de lungime l.Unghiul α este evident:

(343) $$\alpha = (\Omega_1 - \Omega_2)t + \alpha_0$$

Dacă se ţine seama că viteza relativă este:

(344) $$v_r = \frac{D}{2}(\Omega_1 - \Omega_2)$$

şi dacă se introduce mărimea numită <u>alunecare</u> prin relaţia:

(345) $$s = \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\Omega_1}$$

atunci (342) se poate scrie:

(346) $$e(t) = (B_0 \cdot l \cdot D)\, s\Omega_1 \sin(\omega t + \alpha_0)$$

în care am notat cu $\omega = s\Omega_1$ pulsaţia t.e.m. induse în spiră.

Cum circuitul este cu spaţii mari de aer,inductanţa spirei se poate neglija faţă de rezistenţa ei,astfel că curentul prin spiră rezultă cu aproximaţie în fază cu t.e.m. şi dat de:

(347) $$i = \frac{e}{R}$$

Asupra laturilor active apar forţe electromagnetice:

(348) $$\bar{f} = i\bar{l} \times \bar{B}_0 \qquad f = B_0 i \cdot l$$

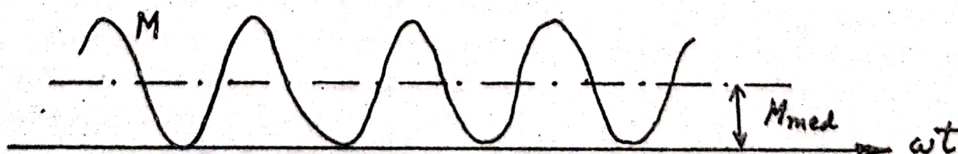
cu sensurile figurate pe fig.117 şi 118,care explică punerea în mişcare a spirei (ele există şi dacă $\Omega_2 = 0$) şi sensul ei de rotaţie.

Cuplul celor două forţe este:

(349) $$M = f \cdot D \cdot \sin\alpha = \frac{(B_0 l \cdot D)^2}{R}\,\omega \cdot \sin^2(\omega t + \alpha_0)$$

fiind variabil în timp,dar avînd o componentă medie nenulă (fig.119)

Dacă se dispun mai multe spire identice coaxial cu O-O' şi uni-



-fig. 119-

form decalate spațial, componentele variabile dispar din cuplul total rămînînd doar componentele medii, care produc un cuplu constant de data aceasta.

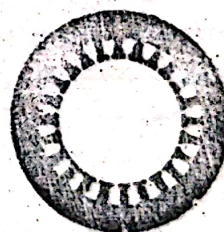
Pentru a se ajunge la conversie electromecanică este suficient să înlocuim producerea cîmpului magnetic învîrtitor pe cale mecanică, cu producerea sa pe cale electrică, cu un sistem de înfășurări trifazate parcurse de curenți trifazați. Pentru a se evita consumuri inutile de cupru, spațiile de aer trebuie reduse la maxim, ajungîndu-se în felul acesta la structuri de tipul celei din fig.58

Se constată imediat proprietatea caracteristică a mașinii asincrone de a desvolta cuplu numai dacă $\Omega_1 \neq \Omega_2$. In adevăr, cuplul se anulează cînd alunecarea este nulă (relația (349)), ceea ce corespunde fizic situației în care spira se rotește cu aceeași viteză ca și cîmpul, fiind deci în repaus relativ față de acesta și deci neputînd avea fenomene de inducție electromagnetică prin mișcare.

In cele ce urmează prezentăm pe scurt principalele elemente constructive strict esențiale pentru înțelegerea fenomenelor și pentru formularea teoriei acestui tip de mașină.

a) STATORUL - este cilindric, concentric cu rotorul de care este separat printr-un spațiu redus de aer numit întrefier, fiind realizat din tole de oțel electrotehnic obținute prin ștanțare și suprapunere în pachete de tole. Grosimea tolei este de 0,5 sau 0,35 mm ea fiind izolată pe o parte sau pe ambele părți cu lacuri izolante (sau mai modern prin oxidare), pentru ca la suprapunerea în pachete să nu se formeze circuite pe care să se poată închide curenții turbionari (Foucault). Tolele sînt crestate uniform pe circumferința dinspre întrefier, în vederea plasării în crestături a conductoarelor înfășurării.

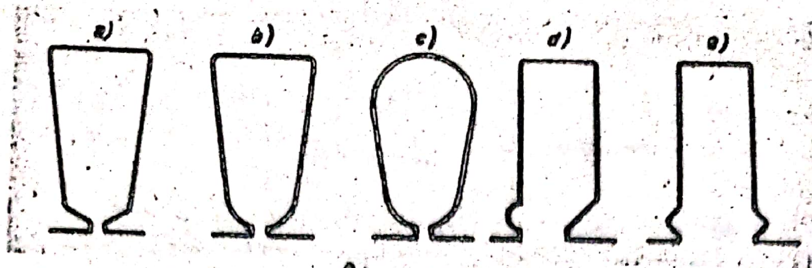
In fig.120 se dă un exemplu de tolă statorică.



-fig. 120-

Crestăturile statoarelor pot fi de diferite forme, ca cele din fig.121. La puteri mari se preferă crestăturile deschise, cum este cea din fig.121 e). In acest caz statorul se realizează din segmenți, putîndu-se folosi în acest caz și tolele de oțel laminate la rece, cu proprietăți magnetice superioare.

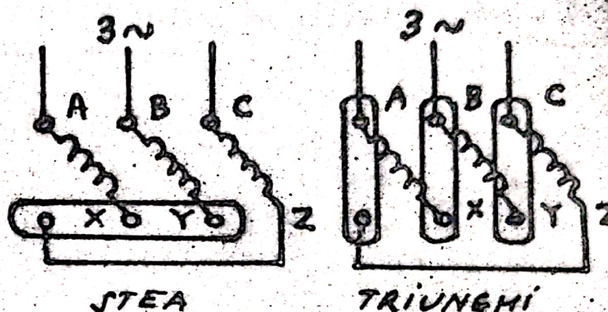
Infășurarea statorică este o înfășurare trifazată simetrică în dublu strat cu pasul scurtat, în jurul valorii de 0,8$\cdot\tau$ din motive binecunoscute, avînd capetele tuturor celor trei faze scoase



-fig. 121-

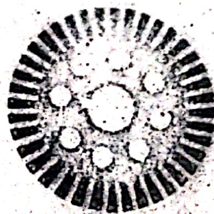
la cutia de borne statorică.Pentru realizarea cu ușurință a legăturilor în stea ,sau triunghi,scoaterea capetelor celor trei faze se face "oblic" ca în fig.122.

Intrefierul mașinii are valori extrem de reduse,limitate practic numai din considerente mecanice,fiind între 0,2...8mm,crescător cu puterea mașinii.

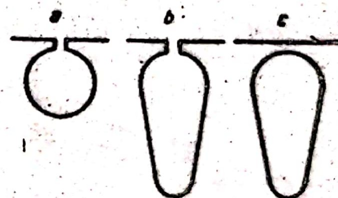


-fig 122-

b) ROTORUL - este deasemenea cilindric,concentric cu statorul,fiind realizat cu tole de 0,5 mm,izolate sau nu (se va vedea motivul mai departe,la studiul funcționării în regim staționar) și fiind crestat uniform la fel ca și statorul,la periferia din spre întrefier.La puteri mari crestăturile rotoarelor așa zise bobinate,sînt deschise,iar rotorul are practicate canale de răcire axiale,așa ca în fig.123.Tipurile principale de crestături rotorice pot avea o varietate destul de mare de forme,de exemplu la rotoarele zise în simplă colivie,pot fi ca cele reprezentate în fig.124.



-fig.123-



-fig.124-

Din punctul de vedere al tipului de înfășurare de pe rotor,putem avea mai multe variante constructiv-funcționale de rotoare,care se împart în două mari categorii:

b-1) - rotoare bobinate (cu inele,sau fazice), prevăzute cu o înfășurare trifazată simplu strat cu pas diametral,legată de cele mai multe ori în stea cu neutrul izolat și avînd cele trei capete scoase la cutia de borne rotorică prin sistemul de contacte alunecătoare (trei inele de contact pe care calcă trei perii,împreună cu un dispozitiv special de scurtcircuitare a inelelor și ridicare a periilor;

b-2) - rotoare <u>în scurtcircuit</u> (<u>în colivie</u>), la rîndul lor de diferite tipuri dintre care cele mai uzuale, devenite clasice, sînt:

-rotorul în simplă colivie

-rotorul în dublă colivie

-rotorul cu bare adînci (sau, înalte)

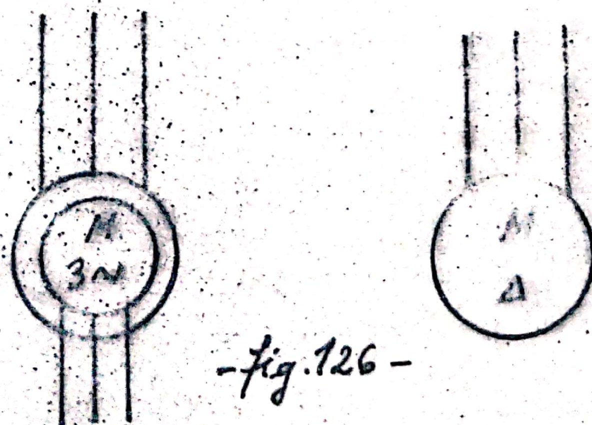
Amănuntele constructive pentru aceste trei tipuri se vor da mai departe, la cap. 3.3., unde se va lua în considerație în mod special funcționarea și rolul lor. Vom remarca doar faptul că la aceste rotoare nu avem borne de legătură cu exteriorul, deci nu avem nici inele de contact nici perii.

Rotorul se fixează pe arborele mașinii prin presare, direct sau prin intermediul unui butuc. Pe acelaș arbore se mai dispun inelele de contact (cînd există), și un ventilator pentru răcirea mașinii (centrifugal, sau elicoidal, în ultimul caz mașina avînd o direcție de rotație cu sens bine precizat).

Fixarea și centrarea rotorului față de stator se face prin intermediul carcasei statorice și a două scuturi port lagăre, care asigură și fixarea dispozitivului port perii, cînd este cazul. La puteri mari lagărele mașinii sînt corpuri separate, de construcție specială, exterioare mașinii. Se folosesc lagăre de alunecare și de rulare (cu rulmenți).

Carcasa care joacă și rol mecanic de susținere și protecție a întregii construcții, se face din oțel (la puteri mari, medii și chiar reduse), fontă sau aliaje de aluminiu (la puteri mici). De carcasă se prinde prin sudare dispozitivul de ridicare și transport cu macara a mașinii, cutia de borne, placa indicatoare cu datele mașinii, tălpile de prindere de fundație.

Aspectul constructiv general al unui motor asincron cu rotor bobinat, de putere & 500 kW - 6 kV este redat în fig.125 de pe pagina următoare. Deasemenea, în fig.126 de mai jos, se arată modul de reprezentare în scheme a motoarelor asincrone trifazate:



-fig.126-

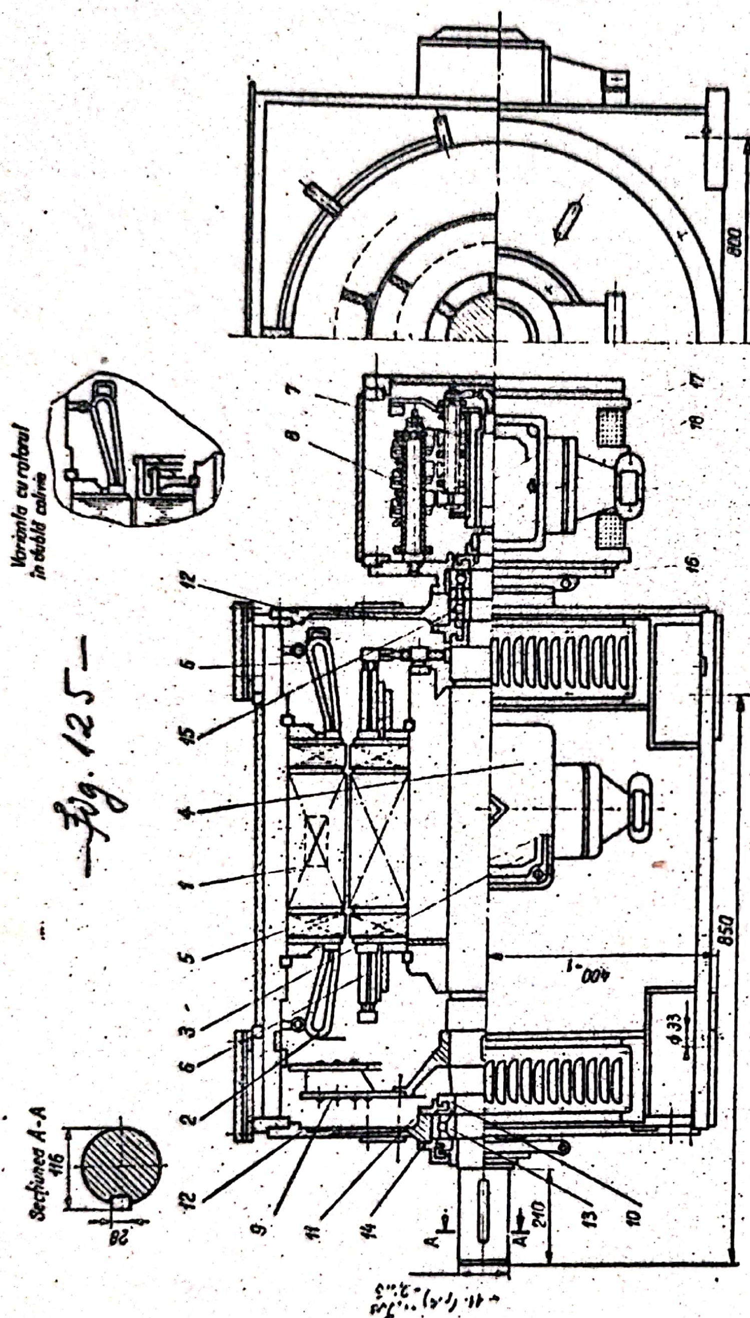


Fig. 125

In partea stîngă a figurii este reprezentat un motor cu rotor bobinat, iar în partea dreaptă, un motor cu rotor în scurtcircuit, cu fazele statorului legate în triunghi.

Tipul constructiv al unei mașini electrice, indiferent de principiul ei de funcționare, este standardizat, fiind simbolizat printr-o grupare de litere și numere de forma:

IM-□-□□

în care IM este simbolul tipului constructiv adoptat pe plan internațional, următoarea căsuță este litera B pentru mașinile cu axul orizontal, sau litera V pentru mașinile cu axul vertical.

Ultimele două căsuțe sînt destinate simbolizării modului de prindere și au semnificații ca de exemplu:

-pentru B: 3 (tălpi), 5 (flanșe), 6 (prindere pe perete), 30 (prindere în bosaj, adică prin traversarea planului de prindere)

-pentru V: 1 (prindere prin flanșe, jos), 3 (prindere prin flanșe, sus), 30 (prindere prin bosaj) etc..

In afara tipului constructiv, se simbolizează și gradele de protecție împotriva agenților externi, folosind o grupare de litere și

numere de forma: IP-□-□

în care IP reprezintă simbolul protecției contra pătrunderii agenților externi, următoarea căsuță este un număr care indică protecția contra oamenilor și corpurilor solide (de ex. 1 înseamnă că o bilă cu diametrul de minim 52,5 mm nu trebuie să pătrundă în interiorul mașinii, 4 înseamnă că nu poate pătrunde în interior o sîrmă de diametru 1 mm etc...), iar ultima căsuță este un număr care indică protecția contra pătrunderii fluidelor (de ex. 5 înseamnă protecție contra jetului de fluid din orice derecție, 8 înseamnă etanșeitate perfectă etc..)

3. TEORIA MASINII ASINCRONE IN REGIM STATIONAR (PERMANENT SINUSOIDAL)

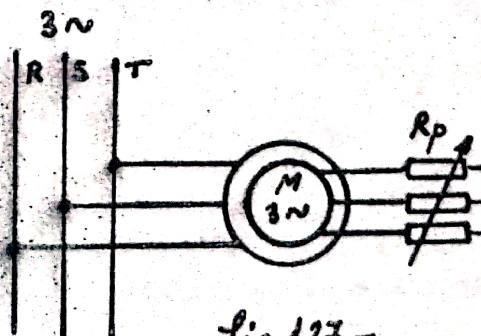
3.1. Introducere.

Deoarece regimul cel mai răspîndit al mașinii asincrone este regimul motor, cu alimentare de la rețeaua trifazată fără fir neutru, vom avea în vedere în marea majoritate a cazurilor numai acest regim de funcționare, celelalte regimuri fiind studiate numai după căpătarea unor cunoștințe esențiale despre mașina asincronă.

Vom presupune deasemenea la început, numai cazul mașinilor cu rotorul bobinat, mașinile cu rotoare în scurtcircuit fiind studiate în capitole separate.

Schema de folosire a motorului asincron trifazat cu rotorul bobinat cea mai simplă este cea din fig.127, unde prin R_p s-a notat așa numitul reostat de pornire, necesar efectuării unei porniri în condițiile cele mai bune asupra cărora vom reveni ceva mai departe în capitolul rezervat proceselor de pornire.

La pornire, în momentul conectării la rețea a celor trei faze statorice, reostatul R_p este pe poziția de rezistență maximă, urmînd ca în timpul accelerării treptate a motorului să fie adus tot în mod treptat pe poziția de rezistență nulă, adică pe po-



-fig.127-

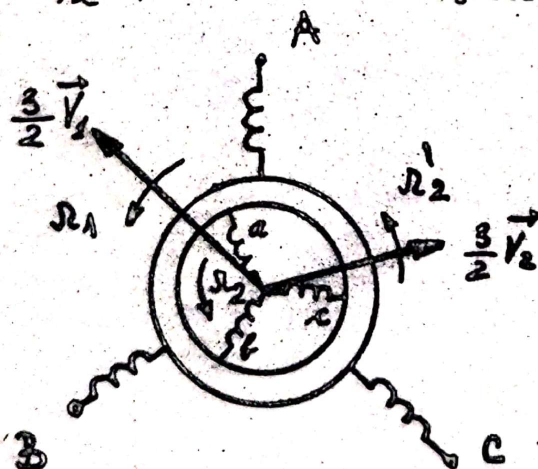
ziţia în care fazele rotorice sînt în scurtcircuit.După un timp anumit corespunzător duratei de pornire,procesele electromagnetice şi mecanice se stabilizează în timp,motorul intrînd în regimul staţionar caracterizat de valori efective constante în timp ale mărimilor electromagnetice (tensiuni,curenţi,fluxuri magnetice, t.e.m.) cu variaţie sinusoidală şi de mărimi constante în timp ale vitezei de rotaţie şi cuplului mecanic desvoltat la arbore.

Procesele fundamentale care au loc în acest regim,esenţiale pentru formularea ulterioară a ecuaţiilor de funcţionare în acest regim,sînt următoarele:

Dacă presupunem că reţeaua trifazată de alimentare este perfect simetrică şi motorul are deasemenea o construcţie simetrică, atunci cele trei tensiuni de fază trifazate aplicate celor trei faze statorice,vor produce în aceste faze un sistem simetric trifazat de curenţi statorici cu valori instantanee i_A , i_B şi i_C.Conform celor spuse la cap.2.2.9. anterior,din acest volum,se va produce un cîmp magnetic învîrtitor (pe cale electrică),care se roteşte în întrefier cu viteza reală unghiulară:

$$\Omega_1 = \frac{\omega_1}{p} = 2\pi f_1 \tag{350}$$

în sensul succesiunii fazelor,putînd fi reprezentat de fazorul spaţial $\frac{3}{2}\vec{V}_1$ al tensiunii magnetice rezultante utile.In fig.128 s-a reprezentat acest fazor rotitor pe un desen sugestiv în care apar cele trei faze statorice şi rotorice situate la cîte 120 grade electrice,presupuse legate în stea prin cele două conexiuni circulare concentrice,care exprimă sugestiv şi întrefierul maşinii.Astfel de scheme care sugerează configuraţiile electromagnetice şi geometrice existente în maşinile electrice sînt de o mare valoare cognitivă,purtînd o mare cantitate de informaţii necesare înţelegerii fenomenelor interne din maşini.In afara cîmpu-



-fig.128-

lui învîrtitor util produs prin acţiunea combinată a tuturor celor trei curenţi statorici, fiecare curent în parte mai produce şi fluxul magnetic de scăpări al fiecărei faze statorice în parte (a se revedea cap.2.2.3).

Viteza (350) a cîmpului învîrtitor statoric se numeşte viteză de sincronism a maşinii şi depinde exclusiv de frecvenţa reţelei de alimentare şi de numărul de perechi de poli ai înfăşurărilor maşinii. Ea se poate exprima şi în unitatea rot/min sub forma:

(351) $$n_1 = \frac{60 f_1}{p}$$

Pentru frecvenţa standard de 50 Hz rezultă că vitezele de sincronism pot avea numai următoarele valori:

p	1	2	3	4	5	6	7	...
$n_1 \left(\frac{rot}{min}\right)$	3000	1500	1000	750	600	500	428,6	etc...

Cîmpul magnetic învîrtitor statoric va induce în fazele statorului trei t.e.m. trifazate de aceeaşi frecvenţă f_1 ca cea a reţelei (conform celor spuse la cap.3.2.2. anterior), dar va produce în acelaş mod şi trei t.e.m. trifazate în fazele rotorului, dacă acesta se roteşte cu o viteză diferită de cea a cîmpului învîrtitor. Fie Ω_2 viteza staţionară a rotorului, mai mică ca Ω_1, ceea ce corespunde regimului motor, dacă sensul ei coincide cu sensul lui Ω_1. In acest caz fenomenele de inducţie electromagnetică depind numai de viteza relativă $\Omega_r = \Omega_1 - \Omega_2$ dintre cîmp şi fazele rotorului şi conform celor spuse la pag.107 pct.5, frecvenţa t.e.m. induse în rotor va fi:

(352) $$f_2 = \frac{p(n_1 - n_2)}{60} = \frac{p}{2\pi}(\Omega_1 - \Omega_2)$$

iar pulsaţia corespunzătoare este:

(353) $$\omega_2 = 2\pi f_2 = p(\Omega_1 - \Omega_2) = p\Omega_r$$

Mărimea:

(354) $$\boxed{s = \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\Omega_1} = \frac{n_1 - n_2}{n_1}}$$

joacă un rol foarte important în teoria mașinii asincrone și se numește <u>alunecare</u>, fiind adesea exprimată procentual:

(355) $$s(\%) = 100\,\frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\Omega_1}$$

Se atrage atenția asupra caracterului fizic cu totul deosebit al mărimilor din (354). In timp ce Ω_2 este viteza reală a rotorului, măsurabilă oricînd la arbore de exemplu cu un turometru, sau tahometru, Ω_1 este viteza de rotație a unui cîmp magnetic învîrtitor imposibil de măsurat pe cale mecanică ! Aflarea lui Ω_1 se poate face numai prin calcul, știind p și măsurînd pe cale electrică frecvența f_1, aplicînd apoi relația (350) sau (351).

Din relațiile (350), (353) și (354) rezultă o formulă importantă care leagă între ele cele două pulsații (frecvențe) ale t.e.m. și deci și curenților din stator și rotor:

(356) $$\underline{\omega_2 = s \cdot \omega_1} \qquad \underline{f_2 = s \cdot f_1}$$

Se atrage deasemenea atenția asupra notației diferitelor mărimi prin indici. Asemănător cu cazul transformatorului, vom nota cu indici 1 mărimile referitoare la stator, deci pe partea rețelei de alimentare și cu indici 2 mărimile referitoare la rotor, adică pe partea dinspre consumator.

In ceea ce privește succesiunea fazelor din rotor, este ușor de observat că dacă $\Omega_2 < \Omega_1$, succesiunea fazelor coincide cu cea din stator (cazul fig.128), atribuirea efedtivă a notațiilor a,b,c unor faze anumite rotorice nefiind importantă (importantă este doar succesiunea lor).

Rotorul fiind simetric, evident cele trei t.e.m. induse în fazele sale vor forma deasemenea un sistem simetric trifazat de curenți alternativi sinusoidali, defazați în general în urma t.e.m. din cauza caracterului inductiv evident al înfășurărilor. De data aceasta inductanțele nu mai pot fi neglijate ca în cazul simplu din fig. 116 considerat la început.

Intre curenții din rotor și cîmpul magnetic învîrtitor inductor statoric apar forțe electromagnetice de interacțiune care au ca rezultat apariția unui cuplu. Conform celor spuse la cap.4.2. b) anterior, expresia în regim permanent sinusoidal a acestui cuplu, va fi:

(357) $$M = \frac{3\,E_2 I_2 \cos(\widehat{E_2, I_2})}{\Omega_1 - \Omega_2} > 0$$

ceea ce corespunde unui cuplu activ,motor,ce se exercită în sensul de mişcare al rotorului.

La fel ca şi curenţii din stator,curenţii i_a , i_b şi i_c din rotor vor produce un cîmp magnetic învîrtitor în sensul succesiunii fazelor,deci în acelaşi sens cu Ω_1 şi Ω_2 ,care se roteşte faţă de rotor cu viteza:

$$\Omega_2' = \frac{\omega_2}{p} \tag{358}$$

după cele cunoscute de la cap.2.2.9.În afara acestui cîmp,fiecare curent rotoric în parte va produce cîmp magnetic de scăpări a fiecărei faze rotorice,la fel ca în cazul statorului.

Constatăm deci că în maşină există două cîmpuri magnetice învîrtitoare:

- cîmpul învîrtitor statoric,sau inductor
- cîmpul învîrtitor rotoric,indus sau de reacţie

Să determinăm viteza de rotaţie faţă de stator a cîmpului de reacţie.Conform teoremei de compunere a vitezelor unghiulare,viteza căutată va fi:

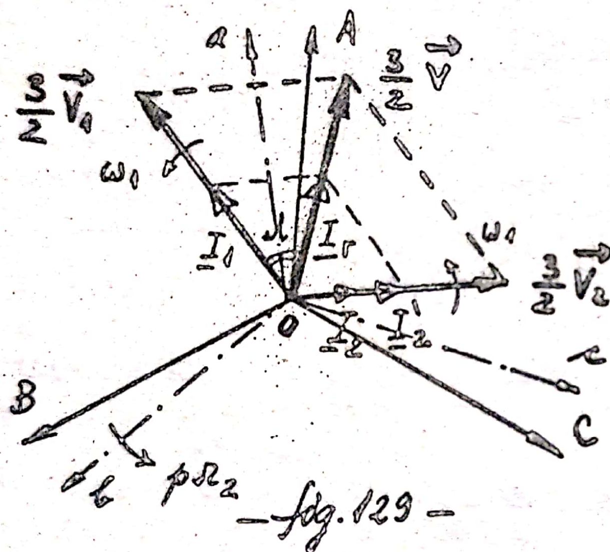
$$\Omega_2 + \Omega_2' = \Omega_2 + \frac{p(\Omega_1 - \Omega_2)}{p} = \Omega_1 \tag{359}$$

adică cele două cîmpuri învîrtitoare se rotesc cu aceeaşi viteză în raport cu statorul (pe fig.128 cîmpul de reacţie este reprezentat prin tensiunea magnetică $3/2\,\vec{V}_2$ rotorică,ca fazor spaţial rotitor),adică sînt în repaus relativ.Se regăsesc astfel condiţiile enunţate în josul paginii 131,necesare pentru apariţia unui cuplu cu valoare medie constantă.Cum rezultatul din (359) nu depinde de mărimea şi semnul lui Ω_2 ,înseamnă că el are caracter general şi rămîne valabil şi în alte regimuri de funcţionare,ceea ce se poate constata şi direct (se va observa de exemplu că dacă Ω_2 este mai mare ca Ω_1 şi de acelaşi sens,succesiunea fazelor în rotor se inversează şi prin urmare viteza relativă faţă de rotor a cîmpului de reacţie este inversă).Afirmaţia de mai sus se numeşte de regulă teorema reacţiei indusului ea fiind valabilă şi la alte maşini, de exemplu cea sincronă.

Fenomenele puse în evidenţă pînă în prezent sînt valabile numai în cazul maşinilor cu circuit magnetic nesaturat,unde este aplicabilă suprapunerea efectelor (superpoziţia) şi unde putem să spunem care este cîmpul produs de o parte din curenţi şi care este cel produs de altă parte din curenţi,cîmpul rezultant fiin suma celor două cîmpuri parţiale.La maşini saturate magnetic nu mai este

posibilă o astfel de separare a cîmpurilor. In acest caz există un singur cîmp magnetic învîrtitor numit cîmpul util rezultant, sau cîmpul magnetic principal al maşinii, produs de acţiunea simultană şi combinată a tuturor celor şase curenţi i_A, i_B, i_C, i_a, i_b şi i_c, prin intermediul tensiunii magnetice rezultante, obţinută prin însumare fazorială (de fazori spaţiali rotitori în repaus relativ) a celor două tensiuni magnetice, statorică şi rotorică.

In fig.129 este reprezentat planul electric al secţiunii maşinii, cu cele trei axe ale fazelor A, B şi C statorice fixe şi cele trei axe ale fazelor a, b şi c rotorice în mişcare cu viteza electrică $p.\Omega_2$ în sensul succesiunii fazelor.

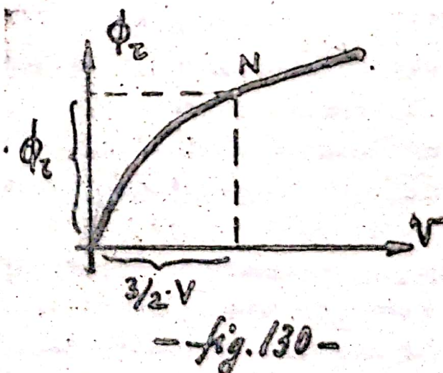


-fig.129-

Conform teoremei reacţiei indusului fazorii spaţiali ai tensiunilor magnetice rezultante utile $\frac{3}{2}\vec{V_1}$ şi $\frac{3}{2}\vec{V_2}$ se rotesc cu aceeaşi viteză şi în acelaş sens (al succesiunii fazelor), suma lor fazorială fiind dată de regula paralelogramului şi fiind reprezentată de fazorul $\frac{3}{2}\vec{V}$, rezultant.

Acest fazor rezultant determină prin direcţia şi sensul lui, cîmpul învîrtitor ca poziţie în întrefier, iar prin mărime determină după curba de magnetizare a maşinii (fig.130) fluxul util polar ce corespunde acestui cîmp.

Caracteristica din fig.130 se poate calcula ştiind configuraţia circuitului magnetic şi a înfăşurărilor cu dimensiunile respective şi curbele de magnetizare $B = f(H)$ ale materialelor magnetice folosite, dar este mai bine să fie ridicată pe cale experimentală. Acest lucru va fi luat în consideraţie la cap.3.2.11. mai departe.



-fig.130-

Inainte de a încheia prezentul subcapitol, vom arăta o aplicație importantă a formulei (356) la determinarea pe cale experimentală a alunecării în cazul motoarelor asincrone cu rotor bobinat.

Din motive de randament ridicat al conversiei electromecanice a energiei în mașinile asincrone, așa cum se va vedea mai departe (la cap. 3.2.6), mașinile trebuie construite astfel ca în regim nominal alunecarea nominală:

(360) $$s_n = \frac{n_1 - n_n}{n_1}$$

să fie doar de cîteva procente, deci foarte mică. Acest fapt are două consecințe importante:

1 - pe plăcuța cu datele nominale ale mașinii nu se trece numărul de perechi de poli ai mașinii p deoarece acest număr se poate afla indirect astfel: se apreciază din tabelul de la pag. 159 viteza de sincronism a mașinii concrete considerate, ca cea mai apropiată valoare imediat superioară vitezei nominale (de ex. dacă n_n în rot/min este 1490 atunci n_1 este 1500 rot/min) ; din formula (351) se află apoi p cunoscînd desigur f_1.

2 - frecvența curenților din rotor la regim nominal, dată de relația (356), rezultă foarte mică (de ordinul herților !) (de ex. pentru cazul anterior alunecarea nominală este de 1/150 și deci f_2 va fi $(1/150) \times 50 = 0{,}33$ Hz)

La frecvențe reduse, de ordinul a cîțiva herți, aparatele de măsurat în curent continuu pot urmări variațiile lente ale valorii instantanee ale curentului, astfel că dacă se conectează în serie cu una din fazele rotorului un ampermetru de curent continuu cu zeroul scării gradate la mijlocul scalei, acesta va devia în ritmul variației curentului rotoric și putem cu ajutorul unui cronometru să determinăm frecvența f_2 numărînd timpul în care se produc N oscilații complete ale acului indicator (adică N oscilații de du-te vino). Dacă timpul corespunzător este t atunci avem:

(361) $$s = \frac{N}{t \cdot f_1}$$

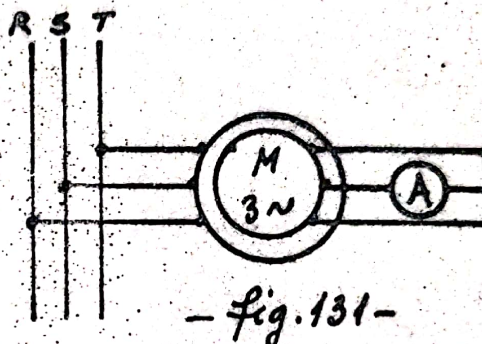
sau direct în procente, la f_1 de 50 Hz:

(362) $$s(\%) = \frac{2N}{t}$$

Schema corespunzătoare este dată în fig.131. La alunecări mari este dificil să numărăm oscilațiile din cauza rapidității cu care

se mişcă acul indicator,astfel că trebuiesc folosite alte metode, din care amintim aci metoda tachometrului,un aparat de măsurare directă a vitezei de rotaţie bazat pe forţele centrifuge,sau pe antrenarea unui disc prin curenţi turbionari induşi.Metoda se bazează pe măsurarea lui n_2 şi pe calculul alunecării cu expresia (354) în care n_1 se determină aşa cum s-a arătat mai înainte.Această metodă este afectată de erori cu atît mai mari cu cît n_2 este mai apropiat de n_1,din cauza preciziei scăzute a determinării vitezei cu tachometrul (cam 5 %),comparabilă cu valorile alunecării.

O metodă mai precisă (cea stroboscopică) va fi prezentată la cap. 3.3.1 . mai departe.



-fig.131-

In încheiere,amintim că în cazul maşinilor asincrone saturate,formula de calcul a cuplului (357) trebuie înţeleasă ca rezultat al interacţiunii curenţilor din rotor cu cîmpul învîrtitor principal (adică cel rezultant util,produs de acţiunea combinată a curenţilor din stator şi din rotor),aşa cum s-a arătat la pagina 137.Prin urmare t.e.m. E_2 este cea determinată de acest cîmp principal şi nu cea determinată doar de cîmpul statoric.

3.2. Maşini asincrone cu rotorul bobinat.

3.2.1. Corelaţia spaţio-temporală şi consecinţe.

Spre deosebire de cazul transformatorului unde am studiat ambele variante posibile de tratare teoretică (teoria fizică şi teoria tehnică),pentru studiul teoretic al maşinii asincrone în regim permanent sinusoidal se foloseşte aproape în exclusivitate doarn teoria tehnică,bazată pe cîmpuri magnetice utile şi de scăpări.

In regim permanent sinusoidal cei trei curenţi trifazaţi statorici pot fi reprezentaţi printr-un fazor unic în planul electric al secţiunii maşinii,suprapus peste fazorul spaţial rotitor al tensiunii magnetice statorice (fazorii $\underline{I}_1$ şi $3/2\ \vec{V}_1$ din fig.129). Proiecţiile lui $\underline{I}_1$ pe cele trei axe fixe A,B şi C ne dau valorile instantanee ale curenţilor i_A , i_B şi i_C din fazele statorice.

In mod asemănător, cei trei curenţi trifazaţi rotorici pot fi reprezentaţi în acelaş plan electric, prin fazorul $\underline{I}_2$ suprapus pe fazorul tensiunii magnetice rotorice $\frac{3}{2}\vec{V}_2$. Proiecţiile lui $\underline{I}_2$ pe cele trei axe mobile a,b,c, ale rotorului, care se rotesc cu viteza $p\Omega_2$, ne dau valorile instantanee ale curenţilor i_a, i_b şi i_c din fazele rotorice.

Deoarece conform teoremei reacţiei indusului cele două tensiuni magnetice $\frac{3}{2}\vec{V}_1$ şi $\frac{3}{2}\vec{V}_2$ se rotesc cu aceeaşi viteză şi în acelaş sens al succesiunii fazelor statorului, cei doi curenţi $\underline{I}_1$ şi $\underline{I}_2$ se vor afla în repaus relativ reciproc, dar deoarece ei se proiectează pe axe diferite (cele statorice fixe, cele rotorice mobile) valorile instantanee corespunzătoare vor avea evident frecvenţe diferite. Se verifică imediat prin calcul direct al proiecţiilor pe baza figurii 129, că pulsaţia curenţilor statorici este ω_1 iar cea a curenţilor rotorici este $\omega_2 = s\cdot\omega_1$.

După cum se cunoaşte cele două tensiuni magnetice sînt date de relaţiile:

(363)
$$\frac{3}{2}V_1 = \frac{3}{2}\left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi}\cdot\frac{k_{w_1}W_1}{p}I_1\right)$$
$$\frac{3}{2}V_2 = \frac{3}{2}\left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi}\cdot\frac{k_{w_2}W_2}{p}\cdot I_2\right)$$

In timp ce fazorii spaţiali $\frac{3}{2}\vec{V}_1$ şi $\frac{3}{2}\vec{V}_2$ se rotesc cu aceleaşi viteze faţă de stator, curenţii din stator şi din rotor au frecvenţe diferite, fapt ce introduce o complicaţie în plus faţă de cazul transformatorului, unde în primar şi în secundar avem aceleaşi frecvenţe ale mărimilor.

Este important pentru teoria maşinii asincrone faptul că putem echivala producerea cîmpului învîrtitor principal de către curenţii reali statorici şi rotorici, de frecvenţe diferite, printr-un sistem echivalent de curenţi care circulă doar prin stator, deci care sînt de aceeaşi frecvenţă.

Pentru aceasta să presupunem că tensiunea magnetică rezultantă $\frac{3}{2}\vec{V} = \frac{3}{2}\vec{V}_1 + \frac{3}{2}\vec{V}_2$ s-ar datora unui curent $\underline{I}_r$ fictiv, statoric (fig.129), astfel că:

(364)
$$\frac{3}{2}V = \frac{3}{2}\left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi}\cdot\frac{k_{w_1}W_1}{p}\cdot I_r\right)$$

Să introducem curentul $\underline{I}_2'$ definit prin:

(365)
$$\underline{I}_2' = \underline{I}_r - \underline{I}_1$$

astfel încît suma fazorială $\underline{I}_1 + \underline{I}_2'$ să reprezinte curentul fictiv $\underline{I}_r$ (fig.129). Triunghiul format de curenții $\underline{I}_1$ și $\underline{I}_r$ și cel format de tensiunile magnetice $\frac{3}{2}\vec{V}_1$ și $\frac{3}{2}\vec{V}$ sînt asemenea deoarece au cîte două laturi proporționale cuprinse de ambele părți ale unghiului comun λ. Rezultă deci că curentul $\underline{I}_2'$ este paralel cu $\frac{3}{2}\vec{V}_2$, deci și cu $\underline{I}_2$. Din raportul de asemănare rezultă:

$$\frac{V_2}{I_2'} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{k_{w1} W_1}{p} \tag{366}$$

adică:

$$V_2 = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{k_{w1} W_1}{p} \cdot I_2' \tag{367}$$

Comparînd (363) cu (367), rezultă că între valorile efective ale curentului real I_2 din rotor și curentului echivalent statoric I_2' există relația:

$$I_2' = \frac{k_{w2} \cdot W_2}{k_{w1} \cdot W_1} \cdot I_2 \tag{368}$$

Pe baza celor spuse, curenții reali din mașină, cel statoric de valoare I_1 și pulsație ω_1 și cel rotoric de valoare I_2 și de pulsație ω_2 pot fi echivalați din punctul de vedere al producerii cîmpului magnetic util rezultant învîrtitor, prin sistemul de curenți statorici I_1 și I_2' de aceeași pulsație ω_1, prin compunerea fazorială a cărora se obține curentul fictiv $\underline{I}_r$ ce produce tensiunea magnetică rezultantă $\frac{3}{2}\vec{V}$.

Curentul $\underline{I}_2'$ introdus prin (365) se numește curent rotoric raportat la stator și el joacă un rol esențial în teoria mașinii asincrone.

Prin comparație cu transformatorul, se constată că procesul de raportare are următoarele particularități:

a) raportarea se face cu factorul $k_{w2} \cdot W_2 / k_{w1} \cdot W_1$ în loc de W_2/W_1;

b) raportarea implică în acest caz și schimbarea frecvenței, ceea ce nu este cazul la transformator.

Introducerea curenților echivalenți permite înlocuirea relației de compunere a fazorilor spațiali:

$$\frac{3}{2}\vec{V}_1 + \frac{3}{2}\vec{V}_2 = \frac{3}{2}\vec{V} \tag{369}$$

printr-o relație de compunere a fazorilor de timp:

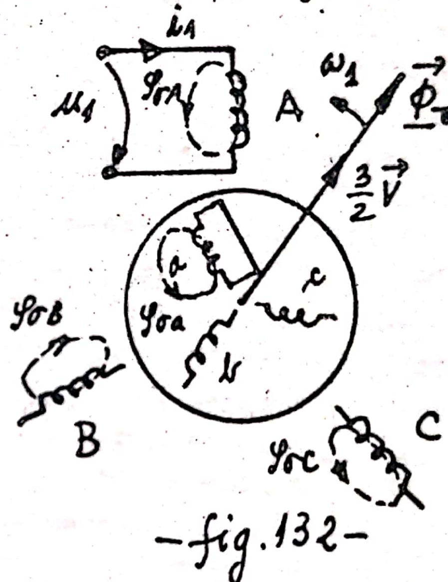
(370) $\underline{I}_1 + \underline{I}_2' = \underline{I}_r$

Ca urmare a corelației spațio-temporale, cele două sisteme de fazori din (369) și (370) sînt suprapuse, așa cum se arată pe fig. 129.

3.2.2. Ecuațiile de tensiuni.

Să considerăm cele șase circuite electrice ale mașinii în planul electric, considerate distinct, indiferent de modul lor de conectare (stea sau triunghi), așa cum se arată pe fig.132.

Curenții prin aceste circuite produc cîmpuri magnetice de scăpări legate de înfășurările respective și cîmpul magnetic util rezultant (principal). Așa cum s-a arătat în cap.2.2.3 și 3.2.5 din partea referitoare la "Probleme generale ale mașinilor rotative de curent alternativ", cîmpurile de scăpări se înlănțuie numai cu înfășurarea în care circulă curentul care le produce (de ex. fluxul de scăpări notat cu $\varphi_{\sigma A}$ pe fig.132 conține doar linii de cîmp ce se înlănțuie doar cu faza A statorică) și pot induce numai t.e.m. de transformare, cînd acești curenți variază în timp. Cîmpul învîrtitor principal fiind constant în timp dar rotitor, va induce în toate înfășurările numai t.e.m. de mișcare.



-fig.132-

Pentru scrierea ecuațiilor de tensiuni vom adopta acelaș tip de convenții ca la scrierea ecuațiilor transformatorului, cu deosebirea că aci vom considera toate circuitele receptoare.

Considerînd o fază a statorului, de exemplu faza A, scriem cele două legi, a inducției electromagnetice și a circuitului electric (Ohm) în forma:

(371) $R_1 i_1 - u_1 = e_{11} = e_{1\sigma} + e_1$

Deoarece considerăm munai regimul permanent sinusoidal de funcționare, trecînd la reprezentarea prin fazori, avem:

(372) $$R_1\underline{I}_1 - \underline{U}_1 = \underline{E}_{1\sigma} + \underline{E}_1$$

T.e.m. de scăpări se scrie conform celor din cap.3.2.5 formula (272) sub forma:

(373) $$\underline{E}_{1\sigma} = -j\cdot\omega_1\cdot L_{1\sigma}\,\underline{I}_1 = -j\cdot X_{1\sigma}\cdot\underline{I}_1$$

iar t.e.m de mişcare conform celor spuse la cap.3.2. este:

(374) $$\underline{E}_1 = -j\cdot\frac{2\pi}{\sqrt{2}}\,f_1\cdot k_{w_1}W_1\,\underline{\Phi}_\tau$$

Evident, din punctul de vedere al fazorilor obişnuiţi, pentru celelalte două faze statorice avem ecuaţii asemănătoare, în care diferenţa constă numai în defazajele de $2\pi/3$ şi respectiv $4\pi/3$, specifice regimurilor simetrice trifazate. Din acest motiv ecuaţiile se scriu numai pentru cîte o fază statorică şi la fel în rotor. Ecuaţiile scrise se pot însă interpreta şi din punctul de vedere al reprezentărilor prin fazor unic trifazat, dar prin folosirea a trei axe de proiecţie pentru cele trei faze (a se revedea cele spuse la pag.68). Această ultimă variantă, combinată cu corelaţia spaţio-temporală, permite o mai mare claritate a expunerii şi trebuie preferată în general.

Pe baza celor arătate, pentru stator se pot scrie deci relaţiile:

(375) $$\begin{cases} \underline{U}_1 = R_1\underline{I}_1 + j\cdot X_{1\sigma}\underline{I}_1 - \underline{E}_1 \\ \underline{E}_1 = -j\cdot\frac{2\pi}{\sqrt{2}}\cdot f_1\cdot k_{w_1}W_1\,\underline{\Phi}_\tau \end{cases}$$

în care fazorii reprezintă mărimi cu pulsaţia ω_1.

In acelaş mod, considerînd o fază a rotorului şi ţinînd seama de faptul că este în scurtcircuit (dacă rotorul este conectat pe o impedanţă trifazată simetrică exterioară se poate considera în scurtcircuit cu modificarea însă corespunzătoare a parametrilor), se pot scrie relaţiile analoge:

(376) $$\begin{cases} 0 = R_2\underline{I}_{2s} + j\cdot X_{2\sigma_s}\underline{I}_{2s} - \underline{E}_{2s} \\ \underline{E}_{2s} = -j\cdot\frac{2\pi}{\sqrt{2}}\cdot f_2\cdot k_{w_2}W_2\,\underline{\Phi}_\tau \end{cases}$$

în care fazorii reprezintă mărimi cu pulsaţia $\omega_2 = s\cdot\omega_1$.

Indicii s s-au introdus pentru a sublinia tocmai acest fapt al diferenţei de pulsaţie (frecvenţă) dintre mărimile statorice şi cele rotorice. In legătură cu aceasta mai trebuie remarcat că fazorul $\underline{\Phi}_\tau$ din (375) şi (376) reprezintă una şi aceeaşi mări-

me, fluxul polar corespunzător cîmpului magnetic rezultant învîrtitor, considerată însă din sisteme diferite de coordonate. Ca urmare mărimea respectivă are aceeași valoare dar diferă ca pulsație și chiar ca "defazaj", în sensul că fluxul maxim printr-o fază statorică se atinge în general la momente de timp diferite de cele la care se obține fluxul maxim printr-o fază rotorică.

Sistemele de ecuații fazoriale stabilite nu sînt complecte decît dacă se indică o relație între Φ_τ și curenții I_1 și I_{2s}. Această relație este stabilită indirect prin intermediul compunerii fazorilor spațiali:

$$\frac{3}{2}\vec{V_1} + \frac{3}{2}\vec{V_2} = \frac{3}{2}\vec{V} \tag{377}$$

și al caracteristicii de magnetizare din fig.130.

In principiu teoria mașinii asincrone trifazate s-ar putea opri în acest stadiu, suficient pentru rezolvarea problemelor de regim staționar. Pentru a justifica cele spuse să arătăm că problemele sînt univoc determinate dacă :

I - cunoaștem parametrii mașinii considerate, adică: rezistențele fazelor în stator R_1 și în rotor R_2, inductanțele de scăpări în stator $L_{1\sigma}$ și în rotor $L_{2\sigma}$, factorii de bobinaj k_{w1} și k_{w2}, numerele de spire W_1 și W_2, numărul de perechi de poli p.

II - cunoaștem caracteristica de magnetizare $\Phi_\tau = f(\frac{3}{2}V)$ din fig.130.

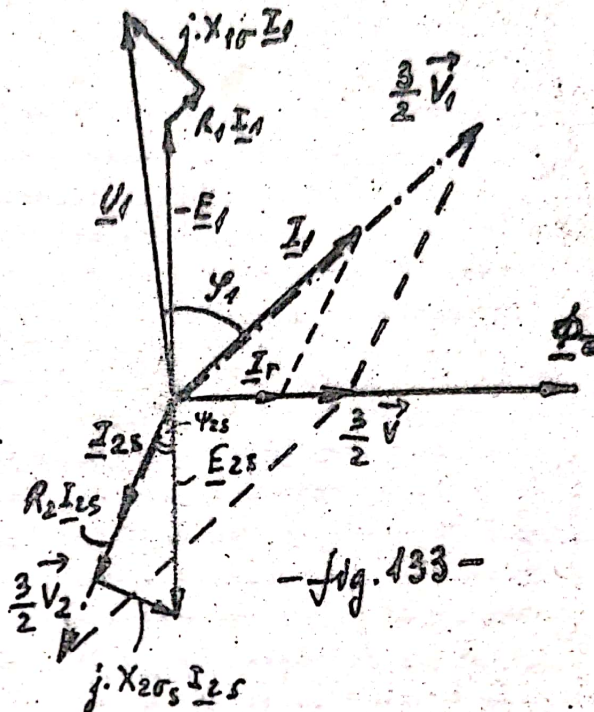
III - cunoaștem mărimile de intrare U_1, I_1, cos φ_1 și f_1 ceea ce echivalează cu cunoașterea datelor nominale ale rețelei de alimentare (U_1, f_1) și puterile schimbate pe la borne cu ea, activă P_1 și reactivă Q_1.

In aceste condiții putem determina de exemplu viteza de rotație a motorului și cuplul exercitat asupra rotorului, adică mărimile de ieșire.

Vom arăta acest lucru pe baza unor determinări grafice, bazate pe reprezentarea fazorială a ecuațiilor stabilite și pe baza corelației spațio-temporale.

Plecînd de la valorile U_1, I_1 și cos φ_1, se construiesc la scară fazorii $\underline{U}_1$ și $\underline{I}_1$(fig.133). Se determină $X_{1\sigma} = 2\pi f_1 \cdot L_{1\sigma}$ și se duce din vîrful lui $\underline{U}_1$ fazorul $j \cdot X_{1\sigma} \cdot \underline{I}_1$ perpendicular pe $\underline{I}_1$ și apoi $R_1 \cdot \underline{I}_1$ paralel cu $\underline{I}_1$, determinînd în felul acesta pe $-\underline{E}_1$. Conform expresiei (374) putem determina pe $\underline{\Phi}_\tau$ în mărime și direcție (la 90° în urma lui $-\underline{E}_1$). Din curba de magnetizare se află tensiunea magnetică rezultantă $\frac{3}{2}\vec{V}$ "în fază" cu $\underline{\Phi}_\tau$. Cu prima relație

(363) se determină $\frac{3}{2}\vec{V_1}$ "în fază" cu $\underline{I}_1$. Din compunerea tensiunilor magnetice se determină ca mărime și direcție $\frac{3}{2}\vec{V_2}$, cu ajutorul căreia și al relației a doua din (363), se determină curentul I_{2s} ca mărime și direcție. Construim apoi termenul $R_2 \cdot \underline{I}_{2s}$ din ecuația (376), care conform acestei ecuații reprezintă proiecția lui $\underline{E}_{2s}$ pe direcția lui $\underline{I}_{2s}$. Aflăm în felul acesta pe E_{2s} și termenul $X_{2\sigma s} \cdot I_{2s} = 2\pi f_2 \times L_{2\sigma}$ (se duc perpendicularele d din vîrful lui $R_2 \cdot \underline{I}_{2s}$ și din origine pe $\vec{\Phi}_\delta$), deci determinăm pe f_2 și deci alunecarea s.



-fig.133-

Cu ajutorul alunecării determinăm viteza rotorului:

(378) $n_2 = (1-s)\frac{60 f_1}{p}$

Cuplul rezultă egal cu:

(379) $M = \frac{3 E_{2s} I_{2s} \cos\psi_2}{\Omega_1 - \Omega_2}$

și deci mărimile de ieșire rezultă într-un mod bine determinat, ținînd seama și de saturația magnetică a mașinii.

Totuși, teoria schițată pînă acum, comportă calcule complicate și se pretează greu la rezolvarea altor probleme, cum ar fi de exemplu determinarea curenților și a alunecării cînd se cunosc U_1, f_1 și cuplul la arbore M (datele de la I și II fiind bine înțeles cunoscute). In plus, calculele grafice sînt mult îngreunate de faptul că scările de reprezentare diferă mult în stator și rotor (în general E_{2s} este cu mult mai mic decît E_1), iar teoria sub forma arătată nu permite alcătuirea unor scheme echivalente atît de utile în aplicații, așa cum s-a constatat deja la transformator.

De aceea este necesară prelucrarea în continuare a teoriei, în care așa cum vom vedea, curentul raportat I_2' introdus la pct. 3.2.1 imediat anterior va juca rolul hotărîtor.

Inainte de a trece la realizarea celor propuse, să observăm că în ecuația primă din (375) termenii $R_1 I_1$ și $X_{1\sigma} \cdot I_1$ sînt mult

mai mici decît U_1, respectiv E_1; la o mașină ideală ei ar trebui să fie nuli. In realitate la fel ca la transformator (vol.I,cap.2.5. pag.145) fluxurile de scăpări joacă un rol important în procesul transmisiei energiei de la stator spre rotor, existența lor fiind necesară chiar și din alte motive (după cum vom vedea ele determină o parte din performanțele mașinii). Cu toate acestea, putem scrie cu o bună aproximație:

(380) $$\underline{U_1} \cong -\underline{E_1} = +j\cdot\frac{2\pi}{\sqrt{2}} f_1 k_{w_1} W_1 \underline{\Phi_\tau} = +j\cdot const\cdot f_1\cdot \underline{\Phi_\tau}$$

relația din care rezultă că la o mașină dată alimentată la o rețea dată, fluxul principal Φ_τ este o mărime constantă care nu depinde de sarcina mașinii, concluzie în totul asemănătoare celei de la studiul transformatorului. Acest flux depinde la o mașină dată numai de rețeaua de alimentare prin relația:

(381) $$\boxed{\Phi_\tau = const\cdot\frac{U_1}{f_1}}$$

dedusă din (375) în ipotezele admise.

De aci rezultă că și curentul fictiv I_r introdus la 3.2.1. imediat anterior este o mărime constantă, independentă de sarcină. Ori la mersul în sincronism, analog mersului în gol de la transformator, deoarece $\Omega_2 = \Omega_1$, nu vom avea t.e.m. indusă în fazele rotorului și prin urmare curenții rotorici sînt nuli, deci și I_2' raportat este nul. In acest caz curentul absorbit din rețea în stator se notează cu $\underline{I}_{10}$ (curent de mers în gol) și conform celor spuse, relația (370) se scrie:

(382) $$\underline{I}_{10} = \underline{I}_r$$

adică curentul I_r încetează a mai fi un curent fictiv, căpătînd o semnificație fizică bine determinată. Această semnificație rezultă din cele spuse și din considerarea diagramei combinate din fig.133. Curentul $\underline{I}_r \doteq \underline{I}_{10}$ este un curent mult defazat față de $\underline{U}_1$ (aproape de 90°), fiind în fază cu fluxul Φ_τ. Puterea activă corespunzătoare este necesară acoperirii pierderilor Joule la mers în gol în înfășurările statorice, iar puterea reactivă este necesară producerii cîmpului magnetic învîrtitor, deci este o putere de magnetizare.

Din acest motiv, curentul I_{10} (de acum înainte vom folosi această notație în locul lui I_r) se mai numește și curentul de magnetizare al mașinii.

3.2.3. Ecuaţiile în mărimi raportate.

In vederea eliminării dificultăţilor puse în evidenţă la pct. 3.2.2. este necesară o transformare a ecuaţiilor maşinii asincrone,care conţin mărimi de frecvenţe diferite şi de ordine de mărime diferite,într-o variantă mai comodă,care aşa cum vom vedea prezintă numeroase avantaje de calcul.Această transformare a ecuaţiilor se face în două etape:

a) Reducerea fenomenelor din maşina cu rotor în mişcare,la fenomene echivalente din maşina cu rotor fix.

In ecuaţia (376) a tensiunilor rotorice de pulsaţie ω_2 , apar mărimile $X_{2\sigma s}$ şi E_{2s},care depind esenţial de alunecare,deci de viteza rotorului,putînd fi scrise astfel:

$$(383)\quad \begin{cases} X_{2\sigma s} = 2\pi f_2 \cdot L_{2\sigma} = 2\pi s f_1 L_{2\sigma} = s\,(2\pi f_1 L_{2\sigma}) = s\cdot X_{2\sigma} \\ E_{2s} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f_1 k_{w_2} W_2 \Phi_\delta = s\left(\frac{2\pi}{\sqrt{2}} f_1 k_{w_2} W_2 \Phi_\delta\right) = s\cdot E_2 \end{cases}$$

In aceste relaţii $X_{2\sigma}$ este reactanţa de scăpări a rotorului,pe fază,măsurată la pulsaţia ω_1 ,adică cu rotorul fix (deoarece în acest caz s=1 şi prin urmare $f_2=f_1$),iar E_2 este t.e.m. ce se induce într-o fază rotorică deasemenea cînd acesta este fix.

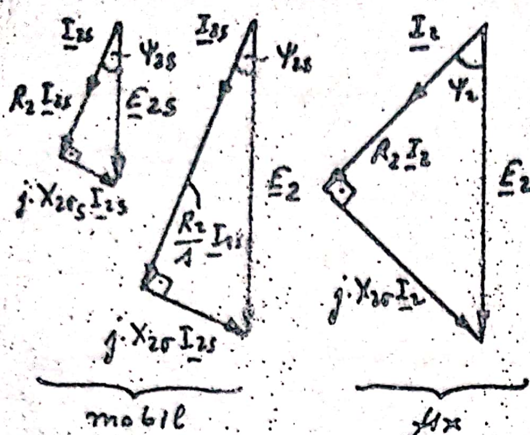
Să comparăm acum între ele ecuaţiile de tensiuni care corespund rotorului în mişcare cu alunecarea s,cu cele care ar corespunde unui rotor fix.Avem:

$$(384)\quad \begin{aligned} &\text{mobil:} \quad R_2 \underline{I}_{2s} + j\cdot X_{2\sigma s} \underline{I}_{2s} = \underline{E}_{2s} \\ &\text{fix:} \quad R_2 \underline{I}_2 + j\cdot X_{2\sigma} \underline{I}_2 = \underline{E}_2 \end{aligned}$$

Deoarece o ecuaţie de fazori nu se modifică prin împărţire cu o mărime scalară diferită de zero,prima ecuaţie se mai poate scrie şi sub forma:

$$(385)\quad \frac{R_2}{s} \cdot \underline{I}_{2s} + j\cdot X_{2\sigma} \underline{I}_{2s} = \underline{E}_2$$

Diagramele de fazori ce corespund ecuaţiilor (385) şi (384) pentru rotor fix,sînt reprezentate pe fig.134.Se observă că împărţirea cu s nu modifică nici valoarea curentului I_{2s} nici defazajul său faţă de t.e.m. ψ_{2s} .Se mai constată că din punct de vedere al valorii curentului rotoric şi al defazajului său faţă de t.e.m. fenomenele din rotorul mobil sînt echivalente cu cele din acelaş rotor fix,în care rezistenţa fazei depinde de alunecare, fiind R_2/s.



-fig. 134-

Desigur, pulsaţia mărimilor rotorice rămîne ω_2, dar rezultatul precedent trebuie interpretat în sensul că influenţa fenomenelor din rotorul mobil asupra statorului este aceeaşi ca cea din rotorul fix, cu rezistenţă de fază dependentă de alunecare prin relaţia: R_2/s .

Privind lucrurile din punctul de vedere al statorului, sistemul de ecuaţii al maşinii asincrone cu rotorul fix echivalent celui mobil, va fi evident un sistem de ecuaţii fazoriale de aceeaşi pulsaţie ω_1.

Acest sistem este format de ecuaţiile:

$$(386)\quad \begin{cases} \underline{U}_1 = R_1\underline{I}_1 + j\cdot X_{1\sigma}\underline{I}_1 - \underline{E}_1 \\ 0 = \frac{R_2}{s}\cdot\underline{I}_2 + j\cdot X_{2\sigma}\underline{I}_2 - \underline{E}_2 \\ \underline{E}_1 = -j\cdot\frac{2\pi}{\sqrt{2}}\cdot f_1 k_{w_1}\cdot W_1\underline{\Phi}_\delta \\ \underline{E}_2 = -j\cdot\frac{2\pi}{\sqrt{2}}\cdot f_1\cdot k_{w_2} W_2\underline{\Phi}_\delta \end{cases}$$

la care trebuie adăugate relaţii ce permit exprimarea fluxului $\underline{\Phi}_\delta$ funcţie de curenţii $\underline{I}_1$ şi $\underline{I}_2$ şi care se pot scrie prin intermediul curentului raportat $\underline{I}_2'$ în modul:

$$(387)\qquad \underline{I}_1 + \underline{I}_2' = \underline{I}_1 + \frac{k_{w_2}W_2}{k_{w_1}W_1}\cdot\underline{I}_2 = \underline{I}_{10}$$

In fază cu $\underline{I}_{10}$ se află $\underline{\Phi}_\delta$, care se determină din caracteristica de magnetizare pentru tensiunea magnetică:

$$(388)\qquad \frac{3}{2}V = \frac{3}{2}\left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi}\cdot\frac{k_{w_1}W_1}{p}\right)I_{10}$$

Acest sistem complect de ecuaţii fazoriale de aceeaşi pulsaţie, permite calculul grafic sau în complex al tuturor mărimilor şi defazajelor la o alunecare dată, cu observaţia că <u>în realitate mărimile rotorice au frecvenţă diferită</u>, dată de $f_2=s.f_1$.

Pentru a aduce mărimile statorice şi cele rotorice la acelaşi ordin de mărime şi pentru a putea elabora scheme echivalente ale maşinii în raport cu bornele de alimentare statorice, se trecela a

doua fază a transformării ecuaţiilor,care seamănă cu cea de la studiul transformatorului.

b) Raportarea mărimilor rotorice la cele statorice.

Pentru efectuarea raportării vom proceda prin analogie cu cazul transformatorului,plecînd de la constatarea că:

$$\underline{E}_2' = \frac{k_{w1} W_1}{k_{w2} W_2} \cdot \underline{E}_2 = \underline{E}_1 \tag{389}$$

şi de la faptul că prin înmulţirea ambilor membri ai unei ecuaţii de fazori cu aceeaşi cantitate scalară,diferită de zero,se obţine o ecuaţie echivalentă cu cea iniţială.Putem scrie sistemul (386), sub forma:

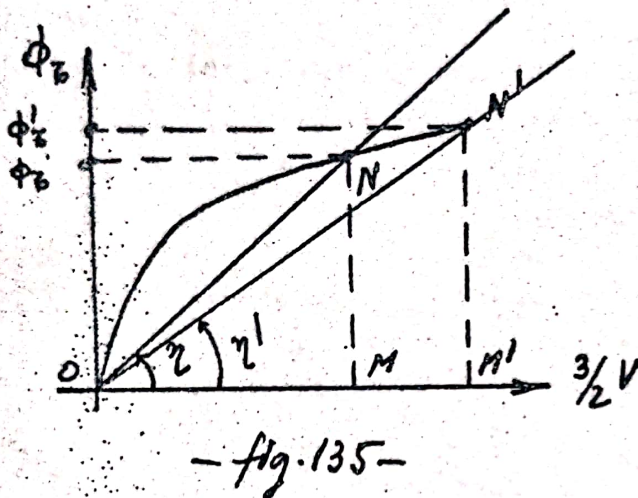
$$\left\{\begin{aligned}
&\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j \cdot X_{1\sigma} \underline{I}_1 - \underline{E}_1\\
&0 = \frac{1}{s}\left[R_2\left(\frac{k_{w1} W_1}{k_{w2} W_2}\right)^2\right]\left[\underline{I}_2 \frac{k_{w2} W_2}{k_{w1} W_1}\right] + j \cdot \left[X_{2\sigma}\left(\frac{k_{w1} W_1}{k_{w2} W_2}\right)^2\right] \cdot\\
&\quad \cdot \left[\underline{I}_2 \frac{k_{w2} W_2}{k_{w1} W_1}\right] - \left[\underline{E}_2 \frac{k_{w1} W_1}{k_{w2} W_2}\right]\\
&\underline{E}_1 = \underline{E}_2' = -j \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot f_1 k_{w1} W_1 \underline{\Phi}_\delta\\
&\underline{I}_1 + \left[\underline{I}_2 \cdot \frac{k_{w2} W_2}{k_{w1} W_1}\right] = \underline{I}_{10}
\end{aligned}\right. \qquad
\left\{\begin{aligned}
&R_2' = R_2\left(\frac{k_{w1} W_1}{k_{w2} W_2}\right)^2\\
&X_{2\sigma}' = X_{2\sigma}\left(\frac{k_{w1} W_1}{k_{w2} W_2}\right)^2\\
&\underline{I}_2' = \underline{I}_2 \frac{k_{w2} W_2}{k_{w1} W_1}
\end{aligned}\right. \tag{390}$$

Mărimile R_2' , $X_{2\sigma}'$, $\underline{I}_2'$ şi $\underline{E}_2'$ sînt <u>mărimile rotorice raportate la stator</u>.Observăm că raportarea se face ca şi la transformator,cu deosebirea că în locul raportului numărului de spire W_1/W_2 aci se foloseşte raportul numărului echivalent de spire al înfăşurărilor, $k_{w1}W_1/k_{w2}W_2$.Se mai observă că în ecuaţii apare chiar curentul $\underline{I}_2'$ raportat introdus la cap.3.2.1.

Cu aceste notaţii şi observaţii <u>sistemul de ecuaţii raportat al maşinii asincrone</u> se scrie astfel:

$$\boxed{\begin{aligned}
&\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j \cdot X_{1\sigma} \cdot \underline{I}_1 - \underline{E}_1\\
&0 = \frac{R_2'}{s} \underline{I}_2' + j \cdot X_{2\sigma}' \underline{I}_2' - \underline{E}_2'\\
&\underline{E}_1 = \underline{E}_2' = -j \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f_1 \cdot k_{w1} W_1 \underline{\Phi}_\delta\\
&\underline{I}_1 + \underline{I}_2' = \underline{I}_{10}
\end{aligned}} \tag{391}$$

Fluxul magnetic polar Φ_τ este în fază cu $\underline{I}_{10}$ și este determinat prin tensiunea magnetică rezultantă (388) și caracteristica de magnetizare din fig.135. In vederea alcătuirii unei scheme echivalente a mașinii asincrone, este indicat să liniarizăm dependența $\Phi_\tau = f(\frac{3}{2}V)$, introducînd o permeanță echivalentă a circuitului magnetic a mașinii λ_e, reprezentată prin (NM/MO) = $tg\,\eta$ pe fig.135. In felul acesta putem scrie dependența dintre Φ_τ și I_{10} sub forma:



-fig.135-

$$\Phi_\tau = \frac{3}{2}\lambda_e \cdot V =$$

$$= \frac{3}{2}\lambda_e\left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi}\cdot\frac{k_{w_1}W_1}{p}\right)I_{10} \tag{392}$$

Inlocuind (392) în expresia lui $\underline{E}_1 = \underline{E}'_2$ din (391) se obține:

$$\underline{E}_1 = -j\cdot 2\pi f_1\left[\frac{3}{4\pi}\lambda_e \times\right. \tag{393}$$

$$\left.\times(k_{w_1}W_1)^2\right]\underline{I}_{10} = -j\cdot X_\mu\cdot\underline{I}_{10}$$

Mărimea $X_\mu = 2\pi f_1 \cdot L_\mu$ introdusă în (393) se numește reactanță de magnetizare și se poate pune pe o cale simplă sub forma:

$$X_\mu = 2\pi f_1\left(\frac{2}{\pi}\right)^2\frac{\mu_0}{p}\cdot\frac{\tau\cdot l}{K_S K_C\,\delta}(k_{w_1}W_1)^2 \tag{394}$$

Spre deosebire de ceilalți parametri ai mașinii, reactanța X_μ depinde de Φ_τ, deci la o mașină dată depinde de U_1 și f_1, fiind deci un element neliniar. La tensiuni mai mari de alimentare, fluxul magnetic crește conform relației (381), iar reactanța de magnetizare scade (scade $\lambda_e = tg\,\eta'$ pe fig.135, sau ceea ce este echivalent, crește K_S în expresia (394)).

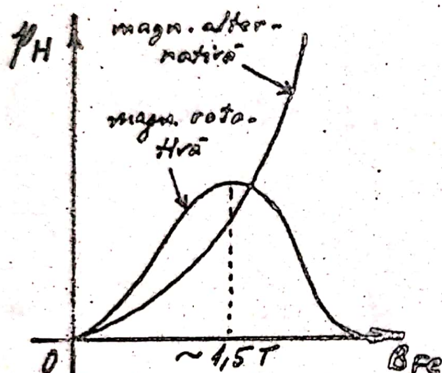
La fel ca și în cazul transformatorului, putem lua în considerație și pierderile în fier prin histerezis și curenți turbionari, dacă introducem un defazaj mic α între curentul $\underline{I}_{10}$ și fluxul Φ_τ în urma lui. Trebuie însă observate următoarele:

a) procesul de magnetizare a miezului armăturilor mașinii asincrone se deosebește de cel de la transformator; în timp ce la transformator cîmpul magnetic are direcție fixă fiind sinusoidal în timp, la mașina asincronă cîmpul magnetic este constant în timp, dar

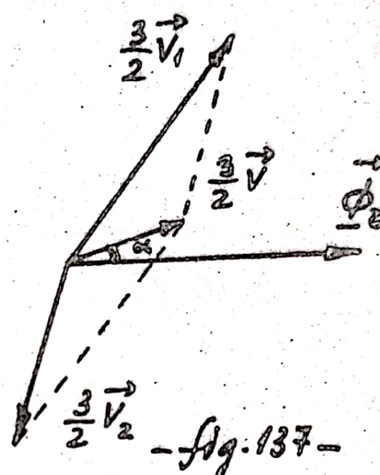
se rotește cu viteză constantă în spațiu,astfel că avem de a face cu așa numita magnetizare rotitoare ;

b) ca urmare a celor arătate la a),apar unele diferențe față de transformator și anume:

- pierderile prin histerezis nu cresc monoton cu inducția în miez conform (124) din vol.I pag.75,ci au o variație ca în fig. 136,
- pierderile prin curenți turbionari sînt ceva mai mari,la o inducție și frecvență egală cu cea de la magnetizarea alternativă,
- tensiunea magnetică rezultantă ca fazor spațial rotitor,se află înaintea fluxului magnetic rezultant util cu un unghi α ca în fig.137,



– fig.136 –



– fig.137 –

Această rămînere în urmă spațială se traduce fazorial prin defazajul α identic (în grade electrice) dintre $\underline{I}_{1o}$ și $\underline{\Phi}_\delta$.

Ținînd seama de cele spuse,luarea în considerație a pierderilor în fier se face ca la transformator,înlocuind relația dintre $\underline{I}_{1o}$ și $\underline{\Phi}_\delta$,cu:

$$\underline{\Phi}_\delta = \frac{3}{2}\lambda_e \left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi}\cdot\frac{k_{w1}W_1}{p}\right)\underline{I}_{1o}\cdot e^{-j\cdot\alpha} \tag{395}$$

ceea ce echivalează cu înlocuirea relației (393) prin:

$$-\underline{E}_1 = -\underline{E}_2' = R_w\underline{I}_w + j\cdot X_\mu\underline{I}_\mu \tag{396}$$

în deplină analogie cu cazul transformatorului,dar observînd că datorită întrefierului valorile parametrilor R_w și X_μ neliniari,rezultă comparativ cu $R_1, X_{1\sigma}, R_2', X_{2\sigma}'$,mai reduse ca la transformator și ceva mai puțin dependente de U_1 și f_1.

Prin adăugarea relației (395) la ecuațiile (391) se obține sistemul complet de ecuații raportate la stator,liniarizat pen-

tru tensiunea U_1 şi frecvenţa f_1 date.

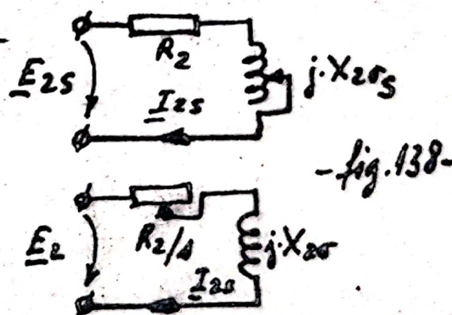
Observaţii şi comentarii:

1. - teoria maşinii asincrone aşa cum a fost elaborată în paginile precedente, presupune în mod esenţial luarea în consideraţie numai a armonicilor spaţiale fundamentale ale cîmpului magnetic şi a tensiunilor magnetice;

2. - echivalarea prin redducere la stator a fenomenelor electromagnetice din maşină, este bazată în mod esenţial pe teorema reacţiei indusului şi pe corelaţia spaţio-temporală; diagrama combinată din fig.133 se roteşte rigid (la alunecare fixă) în planul electric, cu viteza ω_1 în sensul succesiunii fazelor statorului. Mărimile instantanee statorice se obţin prin proiectare pe cele trei axe A,B,C fixe, iar cele rotorice prin proiectare pe cele trei axe a,b,c, rotitoare cu viteza $p\Omega_2$ în acelaş sens (în regim motor). In acest sens se poate vorbi despre o diagramă unică spaţio-temporală a maşinii.

Reducerea fenomenelor din maşina în mişcare, la cele dim maşina cu rotor fix, este posibilă datorită faptului că aceiaşi fazori rotorici în mişcare cu pulsaţia ω_2 faţă de axele rotorice, apar faţă de axele statorice în mişcare cu pulsaţia ω_1, la fel ca fazorii statorici. In acest caz are sens noţiunea de defazaj dintre o mărime rotorică şi una statorică cu condiţia ca rotorul fix să fie în poziţia în care fazele A şi a sînt coaxiale (pentru ca fluxul polar Φ_2 să fie reprezentat prin acelaş fazor în raport cu ambele armături).

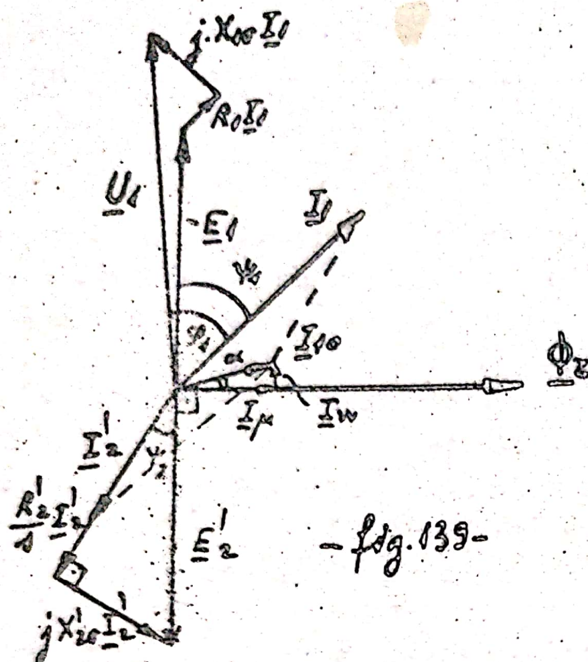
3. - cele două scheme echivalente pe fază rotorică, care corespund celor două diagrame de la rotorul mobil din fig.134, redate în fig.138, nu sînt echivalente din punct de vedere al puterii; în adevăr, aşa cum s-a spus, împărţirea cu s nu schimbă defazajul ψ_{2s} şi nici valoarea efectivă a curentului, ceea ce înseamnă că puterea activă în cele două scheme este $R_2 I_{2s}^2$ şi respectiv $R_2 I_{2s}^2/s$! Ele sînt echivalente numai din punct de vedere al fenomenelor magnetice "văzute" dinspre stator



-fig.138-

3.2.4. Diagrama fazorială.

Sistemul de ecuaţii fazoriale raportat la stator (391), împreună cu relaţia (395) poate fi reprezentat complet printr-o diagramă fazorială ce poate fi considerată fie ca diagramă fazorială în



-fig.139-

fazorii ce corespund fazei A (în acest caz,pentru celelalte faze B,C avem alte două diagrame defazate la $\frac{2\pi}{3}$ şi $\frac{4\pi}{3}$), fie ca diagramă fazorială trifazată unică,cu proiecţii pe trei axe la $\frac{2\pi}{3}$,A,B, şi C.

Reprezentarea corespunzătoare este dată în fig.139 şi este foarte asemănătoare celei de la transformator (a se vedea fig.197 din vol.I) cu diferenţa că în secundar avem $U_2'=0$ iar R_2' este înlocuit aci prin cel echivalent datorat mişcării R_2'/s .

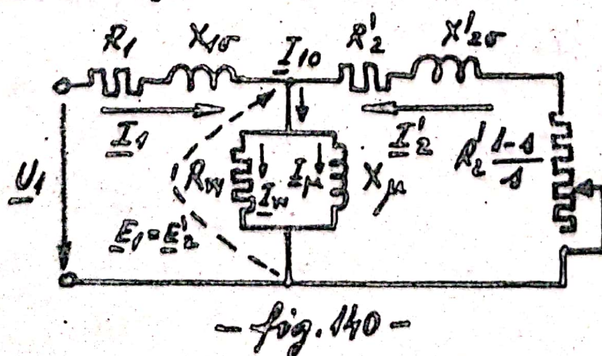
Ea corespunde diagramei unui transformator avînd în secundar conectată o rezistenţă ce depinde de alunecarea s,şi care rezultă descompunînd în modul următor termenul R_2'/s :

(397) $$\frac{R_2'}{s} = R_2' + R_2' \cdot \frac{1-s}{s}$$

Termenul al doilea din membrul drept al egalităţii precedente, este rezistenţa de sarcină (consumatorul).Acest lucru rezultă mai clar la alcătuirea schemei echivalente pe fază în raport cu bornele de alimentare statorice.

3.2.5. Scheme echivalente ale maşinii asincrone.

Tinînd seama de asemănarea cu transformatorul,se poate alcătui o schemă echivalentă pe fază a maşinii asincrone,în raport cu reţeaua,ca ~~acea~~ din fig.140.

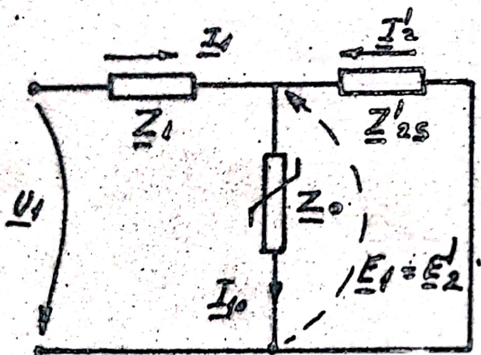


-fig.140-

La fel ca la transformator, schema echivalentă din fig.140 este o schemă de tip cvadripol în T, cu bornele de ieșire scurtcircuitate. Structura ei reiese mai bine în evidență dacă se introduc impedanțele brațelor:

$$(398)\quad \begin{cases} \underline{Z}_1 = R_1 + j\cdot X_{1\sigma} \\ \underline{Z}'_{2s} = \dfrac{R'_2}{s} + j\cdot X'_{2\sigma} \\ \underline{Z}_0 = \dfrac{j\cdot R_w\cdot X_\mu}{R_w + j\cdot X_\mu} = R_m + j\cdot X_m \end{cases}$$

și dacă se reprezintă schema ca în fig.141. Impedanța $\underline{Z}_0$ este neliniară, depinzînd de tensiunea U_1 și frecvența f_1 la o mașină dată.



-fig.141-

Prin comparație cu transformatorul, se vede din fig.140, că regimului particular de mers în gol (sincronism), pentru care alunecarea este nulă s=0, îi corespunde o rezistență de sarcină infinită, deci acelaș regim de mers în gol ca la transformator.

Regimului de rotor fixat (imobil, sau cum se mai spune calat), pentru care Ω_2 fiind zero corespunde unei alunecări s=1, îi va corespunde o rezistență de sarcină de valoare nulă, deci acest regim de rotor calat corespunde în cazul transformatorului regimului de scurtcircuit. Observăm că aceeași valoare s=1 a alunecării este realizată și în momentul inițial al pornirii motorului cu rotor în repaus.

O aplicație imediată a schemei echivalente este calculul curenților din mașină pentru o alunecare dată. Astfel se obțin valorile:

$$(399)\quad \begin{cases} \underline{I}_1 = \underline{U}_1\cdot \dfrac{\underline{Z}_0 + \underline{Z}'_{2s}}{\underline{Z}_0(\underline{Z}_1 + \underline{Z}'_{2s}) + \underline{Z}_1\underline{Z}'_{2s}} \\ \underline{I}'_2 = -\underline{U}_1\cdot \dfrac{\underline{Z}_0}{\underline{Z}_0(\underline{Z}_1 + \underline{Z}'_{2s}) + \underline{Z}_1\underline{Z}'_{2s}} \end{cases}$$

Dacă introducem mărimile complexe:

$$(400)\quad \underline{C}_1 = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_0} \qquad \underline{C}_2 = 1 + \frac{\underline{Z}'_{2s}}{\underline{Z}_0}$$

curenţii se mai pot scrie:

$$(401)\quad \begin{cases} \underline{I}_1 = \underline{U}_1 \cdot \dfrac{\underline{C}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{C}_1 \cdot \underline{Z}'_{2s}} \\[2ex] \underline{I}'_2 = -\underline{U}_1 \dfrac{1}{\underline{Z}_1 + \underline{C}_1 \cdot \underline{Z}'_{2s}} \end{cases}$$

Spre deosebire de transformator la care modulul raportului $\underline{Z}_1 / \underline{Z}_0$ este foarte mic, la mersul în sarcină impedanţa $\underline{Z}_0$ putînd fi „ scoasă " din schema echivalentă (cazul schemei Kapp), la maşina asincronă din cauza prezenţei întrefierului acest lucru nu mai este posibil. De aceea trebuie ţinut seamă de $\underline{Z}_0$ prin intermediul mărimii $\underline{C}_1$. Totuşi, se constată că putem considera cu o aproximaţie suficientă pentru nevoile inginereşti, valoarea aproximativă:

$$(402)\quad \underline{C}_1 \approx c \cong 1 + \frac{X_{1\sigma}}{X_\mu}$$

La maşinile normale avem:

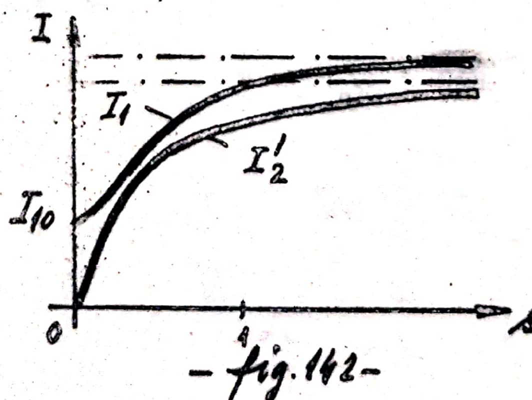
$$(403)\quad c = 1,02 \dots 1,08$$

valorile mici fiind realizate la puteri mari. Cu această aproximaţie valorile efective ale curenţilor din (401), ţinînd seama de definiţiile (398), se scriu:

$$(404)\quad I_1 = |\underline{C}_2| \cdot I'_2$$

$$I'_2 = \frac{U_1}{\sqrt{\left(R_1 + c \cdot \frac{R'_2}{s}\right)^2 + \left(X_{1\sigma} + c\, X'_{2\sigma}\right)^2}}$$

Variaţia acestor curenţi cu alunecarea este dată în fig.142.

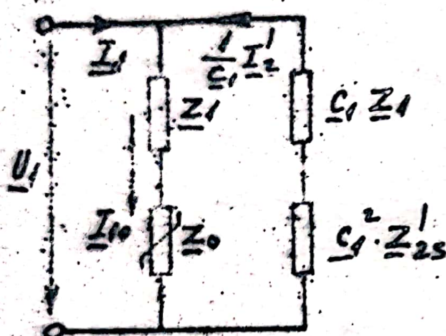


-fig.142-

Se observă că la alunecări mici curentul rotoric variază practic liniar cu alunecarea, fiind proporţional cu aceasta. La valori mari ale alunecării (cum este cazul cînd s = 1, deci cînd rotorul este calat, sau la pornire) curenţii au valori mari periculoase pentru stabilitatea termică a maşinii şi care trebuiesc evitate (fie prin trecerea rapidă a

maşinii prin aceste situaţii ca în cazul pornirii, fie prin limitarea valorii curenţilor prin introducere de impedanţe în serie cu fazele rotorice). Curentul I_{1o} de mers în gol este în realitate mult mai mic decît rezultă din fig. 142, unde s-a reprezentat astfel din motive de claritate a desenului (la fel ca şi căderile de tensiuni $R_1 \cdot \underline{I}_1$, $X_{1\sigma} \cdot \underline{I}_1$ etc. din diagrama fig. 139).

În afara schemei echivalente descrise, în teoria maşinii asincrone se mai foloseşte şi aşa numita schemă echivalentă în " Γ ", cu circuitul de magnetizare scos la borne, reprezentată în fig. 143.



-fig. 143-

Se poate verifica prin calcule simple, că cele două scheme din fig. 141 şi fig. 143 sînt echivalente din punctul de vedere al mărimilor statorice, nu însă şi din punctul de vedere al curentului rotoric, care apare ca $\underline{I}_2'/\underline{C}_1$ pe schema din fig. 143. T.e.m. $\underline{E}_1$ şi $\underline{E}_2'$ nu mai pot fi reprezentate pe noua schemă echivalentă.

3.2.6. Bilanţul de puteri în regim staţionar.

Pentru alcătuirea bilanţului de puteri în regim permanent sinusoidal, vom pleca la fel ca în cazul transformatorului de la reprezentarea în complex a mărimilor, de exemplu:

$$u_1 = U_1\sqrt{2}\sin\omega_1 t = Jm(\sqrt{2}\,\underline{U}_1) \qquad \underline{U}_1 = U_1 \cdot e^{j\omega_1 t}$$

$$(405) \qquad i_1 = I\sqrt{2}\sin(\omega_1 t - \varphi_1) = Jm(\sqrt{2}\,\underline{I}_1) \qquad \underline{I}_1 = I_1 \cdot e^{j(\omega_1 t - \varphi_1)}$$

Puterea aparentă complexă luată de maşină din reţea, ţinînd seama de existenţa celor trei faze, este:

$$(406) \qquad \underline{S}_1 = P_1 + j \cdot Q_1 = 3 \cdot \underline{U}_1 \underline{I}_1^*$$

P_1 fiind puterea activă, iar Q_1 puterea reactivă. Luînd în considerare prima ecuaţie din (391), avem:

$$(407) \qquad \underline{S}_1 = 3\,\underline{I}_1^*\left[R_1\underline{I}_1 + j \cdot X_{1\sigma}\underline{I}_1 - \underline{E}_1\right] = 3R_1 I_1^2 +$$

$$+ j \cdot 3 X_{1\sigma} I_1^2 - 3 \underline{E}_1 \cdot \underline{I}_1^*$$

Ultimul termen se poate scrie:

(408) $$-3\underline{E}_1 \cdot \underline{I}_1^* = -3\underline{E}_1 (\underline{I}_{10}^* - \underline{I}_2'^*) = -3\underline{E}_1 (\underline{I}_w^* + \underline{I}_\mu^*) + 3\underline{E}_1 \underline{I}_2'^* = -3\underline{E}_1 \underline{I}_w^* - 3\underline{E}_1 \underline{I}_\mu^* + 3\underline{E}_2' \underline{I}_2'^*$$

luînd în considerație ultima ecuație din (391). Observăm:

a) $3R_1 \cdot I_1^2 = p_{cu1}$ reprezintă pierderile Joule în stator

b) $3X_{1\sigma} \cdot I_1^2 = q_{\sigma 1}$ reprezintă puterea reactivă consumată pentru formarea cîmpului de scăpări statoric

c) $-3\underline{E}_1 \cdot \underline{I}_w^* = p_{fe}$ reprezintă pierderile active în fier (în principal în fierul statoric, deoarece în rotor frecvența de magnetizare este de s ori mai mică și cum pierderile variază cu patratul frecvenței, ele devin neglijabile pentru rotor; de exemplu, la s=0,002 avem $f_2 = s \cdot f_1 = 0{,}002 \cdot 50 = 1$ Hz și avem cu aproximație p_{fe1}/p_{fe2} egal cu 2500 / 1)

d) $-3\underline{E}_1 \cdot \underline{I}_\mu^* = q_\mu \cdot j$ reprezintă puterea reactivă necesară procesului de magnetizare a miezurilor

e) $3 \cdot \underline{E}_2' \cdot \underline{I}_2'^* = \underline{S} = P + j \cdot Q$ reprezintă o putere aparentă complexă disponibilă legată de mărimi rotorice. Este cea ce se transmite prin cîmp rotorului în procesul de inducție electromagnetică.

Partea reală P dată de expresia:

(409) $$P = 3E_2' I_2' \cos\psi_2 = 3E_2 I_2 \cos\psi_2$$

se numește <u>putere electromagnetică</u>, sau <u>interioară</u> a mașinii asincrone și este o mărime fundamentală în teoria acesteia.

Pe baza celor arătate, separînd părțile reale de cele imaginare se ajunge la ecuațiile de bilanțuri de puteri următoare:

(410) $$\begin{cases} P_1 = p_{cu1} + p_{fe1} + P \\ Q_1 = q_{\sigma 1} + q_\mu + Q \end{cases}$$

In continuare să desvoltăm ținînd seama de a doua ecuație din (391) și de relația (397), ultimul termen e) :

(411) $$\underline{S} = P + j \cdot Q = 3\underline{E}_2' \underline{I}_2'^* = 3\underline{I}_2'^* \left[\frac{R_2'}{s} \underline{I}_2' + j \cdot X_{2\sigma}' \underline{I}_2' \right] = 3 \frac{R_2'}{s} \cdot I_2'^2 + j \cdot 3X_{2\sigma}' I_2'^2 =$$

$$= 3R_2'I_2'^2 + j\cdot 3X_{2\sigma}'I_2'^2 + 3R_2'\frac{1-s}{s}I_2'^2$$

Să interpretăm fiecare din cei trei termeni:

a) $3R_2'\cdot I_2'^2 = p_{cu2}$ reprezintă pierderile Joule în rotor

b) $3X_{2\sigma}'\cdot I_2'^2 = q_{\sigma2}$ reprezintă putere reactivă consumată în formarea cîmpului de scăpări rotoric

c) termenul $3R_2'\frac{1-s}{s}I_2'^2$ reprezintă o putere pe care o vom nota prin P_{2t} şi la a cărei interpretare este necesară considerarea sensului fizic al fenomenelor din rotor. Inainte de a vedea aceasta, să separăm părţile reale de cele imaginare în (411):

$$(412)\quad \begin{cases} P = p_{cu2} + P_{2t} \\ Q = q_{\sigma2} \end{cases}$$

Pentru a vedea sensul fizic al fenomenelor din rotor, să plecăm de la expresia cuplului electromagnetic exercitat asupra rotorului:

$$(413)\quad M = \frac{3E_{2s}I_{2s}\cos\varphi_{2s}}{\Omega_1-\Omega_2}$$

Pentru rotorul în mişcare observăm că din diagrama fazorială din fig.134 (prima din stînga) avem:

$$(414)\quad E_{2s}\cdot\cos\varphi_{2s} = R_2\cdot I_{2s}$$

deci (413) se mai poate scrie:

$$(415)\quad M = \frac{3R_2I_{2s}^2}{\Omega_1-\Omega_2} = \frac{p_{cu2}}{\Omega_1-\Omega_2} = \frac{p_{cu2}}{s\cdot\Omega_1}$$

deoarece evident:

$$(416)\quad 3R_2I_{2s}^2 = 3R_2I_2^2 = 3\left(R_2\left(\frac{k_{w1}w_1}{k_{w2}w_2}\right)^2\right)\left[I_2\frac{k_{w2}w_2}{k_{w1}w_1}\right]^2 = 3R_2'I_2'^2$$

reprezintă pierderile Joule în rotor.

Pe de altă parte avem ţinînd seama de (409):

$$(417)\quad 3E_{2s}I_{2s}\cos\varphi_{2s} = 3sE_2I_2\cos\varphi_2 = s\cdot P$$

şi înlocuind în (415) rezultă:

$$(418)\quad M = \frac{s\cdot P}{s\cdot\Omega_1} = \frac{P}{\Omega_1} \qquad \text{adică:} \qquad \boxed{P = M\cdot\Omega_1}$$

ceea ce reprezintă o nouă formă a puterii electromagnetice dată inițial prin definiția (409).

Atunci din ultima formă a expresiei (415) rezultă pentru pierderile Joule în rotor:

$$p_{cu_2} = s \cdot P \tag{419}$$

Din (412),(418) și (419) rezultă:

$$P_{2t} = 3 R_2' \frac{1-s}{s} I_2'^2 = P - p_{cu_2} = P - s \cdot P = \tag{420}$$
$$= (1-s)P = \left[1 - \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\Omega_1}\right] M \Omega_1 = M \Omega_2 = P_m$$

ultimul termen fiind evident puterea mecanică cedată rotorului de către stator prin intermediul cîmpului învîrtitor.

Rezultă astfel interpretarea căutată a lui P_{2t}, care este în acelaș timp egal cu pierderile Joule în rezistența de sarcină din schema echivalentă (fig.140), luate de trei ori, căci avem trei faze.

Pentru funcționarea în regim motor rezultă următorul bilanț al puterilor active:

$$P_1 = p_{cu_1} + p_{Fe_1} + P \tag{421}$$
$$P = p_{cu_2} + P_m$$

Pe de altă parte cuplul electromagnetic exercitat de cîmp asupra rotorului nu reprezintă cuplul util la arbore din cauza pierderilor mecanice prin frecare uscată (lagăre), sau vîscoasă (aerodinamice, din cauza ventilatorului), precum și din cauza pierderilor în fier rotorice (la alunecări mari numai), astfel că ecuația de echilibru mecanic a cuplurilor în regim staționar este:

$$M = M_f + M_u \tag{422}$$

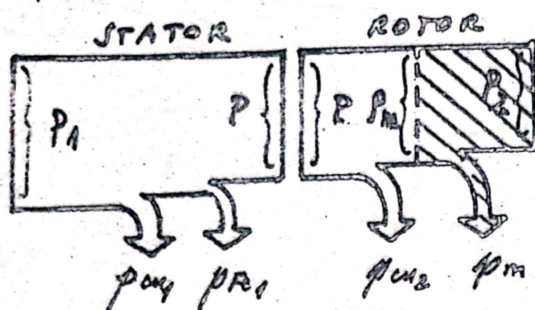
în care M_f reprezintă cuplul echivalent pierderilor evidențiate, iar M_u este cuplul util la ax. Prin înmulțire cu Ω_2, avem:

$$M \Omega_2 = P_m = M_f \Omega_2 + M_u \Omega_2 = p_m + P_2 \tag{423}$$

ecuație ce continuă bilanțul din (421), făcînd să apară puterea utilă disponibilă la arbore pentru antrenarea în mișcare a sarcinii.

In fig.144 este redat arborele energetic al motorului asincron, care reprezintă distribuția puterilor și pierderilor în motor.

Partea hașurată se referă la puteri și pierderi de natură meca-



-fig.144-

nică (cu excepţia p_{fe} rotor).

Un interes deosebit reprezintă bilanţul parţial:

(424) $$P = P_m + p_{cu2} \qquad \begin{cases} P_m = (1-s)P \\ p_{cu2} = s \cdot P \end{cases}$$

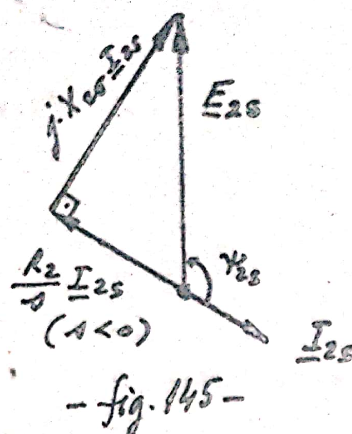
care arată că din puterea P primită de rotor, o parte s.P se pierde în căldură Joule, iar altă parte se converteşte în putere mecanică: (1 - s)P. Rezultă de aci rolul pe care îl joacă s, alunecarea, în această repartiţie. Este evident că la o putere P dată, avem interes ca o cît mai mare parte să se convertească în putere mecanică, astfel că raportul:

(425) $$\eta_c = \frac{P_m}{P} = 1 - s$$

joacă rolul unui <u>randament de conversie</u> şi prin urmare este de dorit să capete valori cît mai mari. Rezultă că maşinile asincrone <u>trebuie construite astfel încît alunecarea nominală să fie de valoare mică</u>, pentru o bună utilizare energetică a maşinii. In general la cea mai mare parte din maşini avem s_n = 2....8 %.

Pe baza celor arătate se poate explica funcţionarea maşinii asincrone şi în alte regimuri de funcţionare cum ar fi cel de generator asincron, sau cel de frînă.

Dacă regimul motor corespunde alunecărilor din intervalul $0 < s < 1$, regimul de <u>generator asincron</u> se obţine pentru alunecări negative $-\infty < s < 0$, adică la învîrtirea forţată (cu ajutorul unui motor exterior) a rotorului în acelaş sens cu cîmpul învîrtitor, dar cu o viteză mai mare ca cea de sincronism. In acest caz, cuplul electromagnetic dat de (415) schimbă de semn, ceea ce înseamnă că devine din activ, un <u>cuplu rezistent</u> (necesar a fi învins deci de cât către motorul exterior). Prin urmare puterea utilă P_2 îşi schimbă şi ea semnul, devenind putere absorbită de motor pe la arbore. Din cauza valorilor negative ale alunecării a doua diagramă fazorială din fig. 134 trebuie desenată ca în fig.145, ceea ce se poate numai dacă defazajul ψ_{2s} este mai mare de 90°. Cum valorile efective sînt esenţial pozitive (prin definiţie !), rezultă că puterea electromagnetică P dată de (409) îşi schimbă şi ea sensul, fiind transmisă de la rotor spre stator. Cum p_{cu1} şi p_{fe1} sînt mici, rezultă din prima relaţie



-fig. 145-

(421) că şi puterea P_1 îşi va schimba semnul, devenind din putere absorbită o putere generată în reţea.

Valorilor $1 < s < \infty$ le corespunde un al treilea regim de funcţionare numit regim de frînă electromecanică, care se obţine la antrenarea forţată din exterior a rotorului în sens invers sensului cîmpului învîrtitor. Cuplul electromagnetic îşi păstrează semnul acţionînd în sensul cîmpului învîrtitor dar viteza rotorului fiind inversată, înseamnă că reprezintă ca la regim generator un cuplu rezistent. Aceasta este singura deosebire faţă de regimul motor din punct de vedere calitativ (cantitativ se deosebeşte prin valorile foarte mari ale alunecării). In acest regim maşina absoarbe putere atît pe la borne cît şi pe la arbore, consumînd-o în pierderi Joule şi în fier, adică în căldură, deoarece la valori mari ale alunecării curenţii cresc foarte mult faţă de cei din regimul motor normal, iar frecvenţa curenţilor turbionari din rotor este $f_2 = s.f_1$, mult mai mare ca cea a reţelei.

3.2.7. Cuplul electromagnetic şi caracteristica mecanică.

Cuplul electromagnetic care corespunde fundamentalei spaţiale a cîmpului învîrtitor rezultant din întrefierul maşinii asincrone se poate determina din expresia (418), ţinînd seama de (409):

$$M = \frac{P}{\Omega_1} = \frac{3 E_2 I_2 \cos\psi_2}{\Omega_1} \tag{426}$$

Ţinînd seama în continuare de expresia lui E_2 şi de relaţia dintre f_1 şi Ω_1, putem pune cuplul sub forma:

$$M = \left(\frac{3p}{\sqrt{2}} k_{W_2} W_2\right) \phi . I_2 \cos\psi_2 = C_M \cdot \phi . I_2 \cos\psi_2 \tag{427}$$

care pune în evidenţă dependenţa cuplului de fluxul polar rezultant ϕ şi de componenta activă a curentului rotoric. La variaţii mari ale alunecării fluxul nu mai rămîne chiar constant (expresia (381) este valabilă cu aproximaţie şi numai la variaţii mici ale alunecării în jurul valorii zero) şi nici componenta activă nu rămîne invariabilă, astfel că este greu pe această cale să apreciem modul de va-

riație al cuplului cu alunecarea, sau altfel spus variația cuplului cu viteza rotorului.

Pentru rezolvarea acestei probleme este mai bine să plecăm de la relația (415), care prin ultima sa formă:

$$M = \frac{p_{em2}}{s\Omega_1} = \frac{3R_2 I_2^2}{s\Omega_1} \tag{428}$$

rămîne valabilă și în alte cazuri mai generale (de exemplu la mașinile cu rotor în scurtcircuit, sau cu rotor masiv).

Pentru scopul urmărit vom scrie relația (428) ținînd seama de expresia aproximativă (404) a curentului rotoric raportat:

$$M = \frac{3R_2 I_2^2}{s\Omega_1} = \left(\frac{3R'_2}{s\Omega_1}\right) \cdot I'^2_2 \tag{429}$$

Se ajunge la formula cuplului sub forma:

$$\boxed{M = \frac{3R'_2 \cdot U_1^2}{s \cdot \Omega_1\left[\left(R_1 + c\cdot\frac{R'_2}{s}\right)^2 + \left(X_{1\sigma} + c\cdot X'_{2\sigma}\right)^2\right]}} \tag{430}$$

care reprezintă dependența M = M (s) sub formă explicită în care apar parametrii mașinii și tensiunea de alimentare.

Pentru cazul în care U_1, f_1 sînt date, iar parametrii mașinii sînt mărimi <u>constante</u> cunoscute, cuplul rămîne funcție numai de alunecarea s, deci funcție numai de viteza $\Omega_2 = (1 - s)\Omega_1$ a rotorului.

Curba de variație a cuplului în funcție de alunecare se determină cu ușurință observînd:

a) la s = 0 corespunde M = 0, iar la valori mici ale alunecării avem o dependență proporțională dată cu aproximație de expresia:

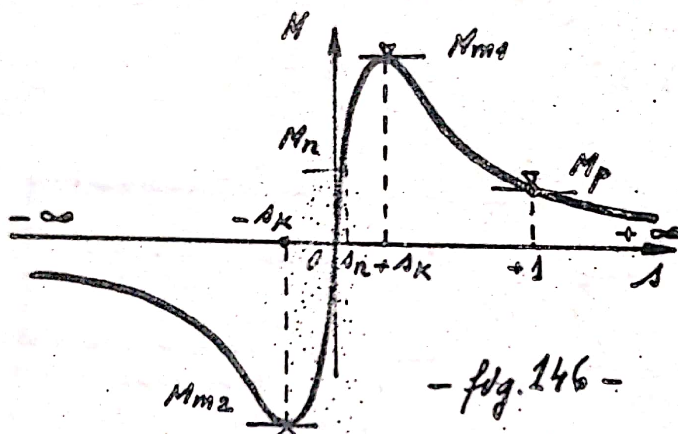
$$M \cong \frac{3s \cdot U_1^2}{c\cdot \Omega_1 \cdot R'_2} = k_0 \cdot s \tag{431}$$

b) la s = ∞ corespunde iar M = 0, iar la valori mari ale alunecării avem o dependență hiperbolică dată cu aproximație de relația:

$$M \cong \frac{3R'_2 U_1^2}{s\cdot\Omega_1\left[R_1^2 + (X_{1\sigma} + c X'_{2\sigma})^2\right]} = \frac{k_\infty}{s} \tag{432}$$

Curbele (431) şi (432) joacă rol de curbe asimptotice pentru expresia (430).Forma de variaţie a curbei cuplului funcţie de alunecare are aspectul din fig.146,fiind aproximativ simetrică faţă de origine.Ea pune în evidenţă împreună cu expresia (430) următoarele caracteristici ale maşinii:

a) cuplul desvoltat în orice situaţie de maşină este proporţional cu pătratul tensiunii de alimentare ,ceea ce înseamnă că în exploatare motorul asincron este foarte sensibil la variaţiile tensiunii de alimentare;



-fig.146-

b) cuplul este cu atît mai mare cu cît sînt mai mici parametrii R_1 , $L_{1\sigma}$ şi $L'_{2\sigma}$; există o valoare maximă a cuplului desvoltat de maşină,fie în regim motor,fie în regim generator ! Deci motorul nu poate desvolta orice cuplu cu putinţă.

c) la o alunecare dată s , cuplul variază nemonoton cu R'_2 , la început crescînd cu rezistenţa,iar apoi scăzînd monoton cu creşterea acesteia.

Pe fig.146 s-au trecut cîteva valori particulare de interes ale cuplului şi alunecării,pentru regimul motor,cel mai des folosit şi anume:

- cuplul maxim M_{m1} ce se obţine pentru aşa numita alunecare critică s_k ,
- cuplul de pornire (de scurtcircuit) M_p corespunzînd rotorului calat,sau aflat în primul moment al procesului de pornire din repaus,deci valorii s = 1,
- cuplul nominal M_n ce corespunde alunecării nominale s_n.

Valorile alunecării critice (inclusiv regimul generator) se obţin din anularea derivatei cuplului în raport cu alunecarea,deci prin anularea derivatei faţă de s a expresiei (430).Efectuînd cal-

culele se obţin cele două valori egale şi de semne opuse ale alunecării critice:

(433) $$s_k = \pm \frac{c\cdot R_2'}{\sqrt{R_1^2 + (X_{1\sigma} + c\cdot X'_{2\sigma})^2}}$$

Inlocuind aceste valori în (430) se obţin cele două valori ale cuplului maxim (pentru cuplul în regim generator trebuie să luăm semnul minus) :

(434) $$M_{m_{1,2}} = \frac{3U_1^2}{2c\Omega_1\left[\pm R_1 + \sqrt{R_1^2 + (X_{1\sigma} + c\cdot X'_{2\sigma})^2}\right]}$$

Cuplul de pornire rezultă simplu din (430) egal cu:

(435) $$M_p = \frac{3R_2'U_1^2}{\Omega_1\left[(R_1 + cR_2')^2 + (X_{1\sigma} + cX'_{2\sigma})^2\right]}$$

Să comentăm rezultatele obţinute:

a) se observă că alunecarea critică s_k depinde numai de parametrii maşinii (la frecvenţă dată de alimentare,desigur),fiind deci o mărime caracteristică fiecărei maşini considerate; ea depinde direct proporţional de valoarea rezistenţei rotorice raportate pe fază,variază slab cu rezistenţa statorică pe fază şi variază mult cu reactanţa globală de scăpări.Pentru calcule aproximative suficiente pentru practica inginerească,se poate considera:

(436) $$s_k \cong \frac{R_2'}{X_{1\sigma} + X'_{2\sigma}}$$

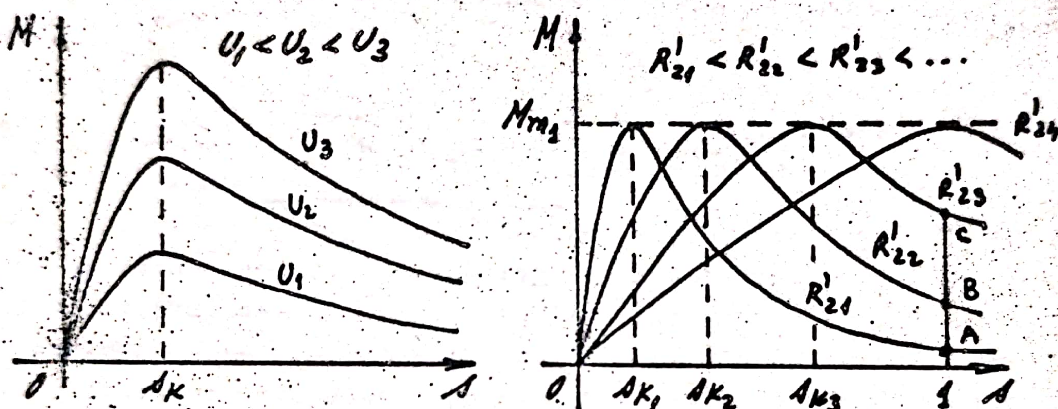
Tensiunea de alimentare nu influenţează alunecarea critică.In realitate ea are o influenţă indirectă deoarece variaţie tensiunii produce variaţia fluxului rezultant Φ_r ,deci a gradului de saturaţie magnetică a maşinii ceea ce influenţează în oarecare măsură inductanţele de scăpări.

b) se observă că cuplul maxim depinde mult de tensiunea de alimentare (variază cu patratul acesteia),dar nu depinde de valorile rezistenţei rotorice raportate R_2'.El depinde slab de rezistenţa pe fază a statorului R_1 şi mult de reactanţa globală de scăpări a maşinii.Pentru generator cuplul maxim este ceva mai mare ca cel pentru motor ($M_{m1} < M_{m2}$).

Cu suficientă precizie pentru nevoile practice putem înlocui expresia (434) cu cea de mai jos, mai simplă pentru calcul:

$$M_{m_{1,2}} \cong \frac{3U_1^2}{2\Omega_1(X_{1\sigma}+X'_{2\sigma})} \tag{437}$$

Curbele M = f(s) pentru U_1 variabil (R'_2 constant) şi pentru R'_2 variabil (U_1 constant) reprezentate pe fig.147, ilustrează proprietăţile fundamentale ale motorului asincron trifazat. Variaţia rezistenţei R'_2 poate însemna fie alegerea valorii sale în procesul de calcul şi proiectare a maşinii, fie modificarea în exploatare a ei prin conectarea la bornele rotorului bobinat a unei rezistenţe trifazate simetrice.



– fig.147 –

c) cuplul de pornire (435) depinde şi el de patratul tensiunii de alimentare şi de rezistenţa R'_2 şi reactanţa globală de scăpări a maşinii. Deoarece în general avem:

$$R_1 + cR'_2 \ll X_{1\sigma} + cX'_{2\sigma} \tag{438}$$

putem scrie cu aproximaţie:

$$M_p \cong \frac{3R'_2 U_1^2}{\Omega_1(X_{1\sigma}+X'_{2\sigma})^2} \tag{439}$$

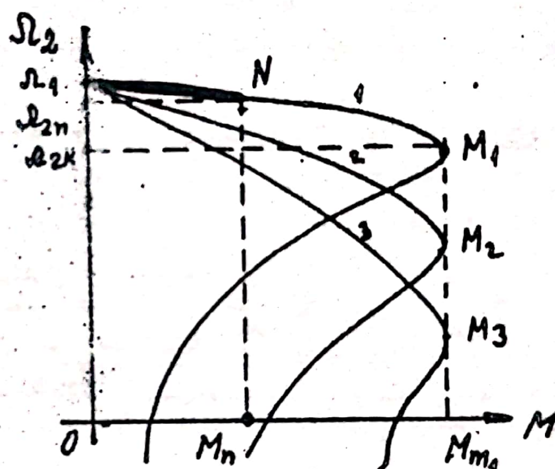
adică cuplul de pornire este cu aproximaţie direct proporţional cu rezistenţa circuitului rotorului şi invers proporţional cu reactanţa de scăpări a maşinii. Rezultate mai precise în această direcţie sînt date de curbele din dreapta fig.147, unde se vede că prin mărirea rezistenţei R'_2 din rotor cuplul de pornire creşte la început (punctele A,B,C), putînd ajunge egal cu cel maxim , după care

la creşterea în continuare a rezistenţei R_2' se constată scăderea cuplului de pornire. Se justifică astfel folosirea la pornire a reostatului de pornire (fig.127) pentru asigurarea unui cuplu ridicat de pornire şi deci a unei acceleraţii mari (ajungerea cît mai rapidă la regimul staţionar).

Caracteristica mecanică a motorului asincron se defineşte ca dependenţă funcţională dintre viteza de rotaţie Ω_2 şi cuplul electromagnetic M, la parametri cunoscuţi, tensiune, frecvenţa şi rezistenţă rotorică date:

$$\Omega_2 = f(M) \Big|_{\substack{U_1, f_1 = ct. \\ R_2' = ct}} \tag{440}$$

Ţinînd seama de relaţia $\Omega_2 = (1 - s)\,\Omega_1$ şi de curba $M = f(s)$ din fig.146 sau 147, s-au reprezentat pentru motorul asincron în fig.148 familia de caracteristici mecanice. Caracteristica care corespunde unei rezistenţe exterioare nule (la care R_2' este rezistenţa numai a înfăşurării fazei rotorice) şi care este notată cu 1 pe figură, se numeşte caracteristică mecanică naturală; celelalte caracteristici ce se obţin pentru diferite rezistenţe exterioare înseriate cu rotorul, se numesc caracteristici mecanice artificiale (sau reostatice), notate cu 2, 3,.. pe figură. Punctul N corespunde valorilor nominale de cuplu şi viteză (deci puterii nominale a maşinii).



- fig.148 -

Caracteristica mecanică pune în evidenţă faptul că motorul asincron este un motor de viteză practic constantă (viteza de la mersul în gol la mersul în sarcină nominală variază cu cîteva procente, sub 10 %). Se spune că acest tip de motor are o caracteristică mecanică rigidă (sau dură), lucru realizat în esenţă de valorile reduse ale alunecării nominale impuse de cerinţa realizării unor randamente ridicate ale conversiei electromecanice. Desigur că la creşterea lui R_2', putem realiza caracteristici "mai moi", cum este cea notată cu 3 pe fig.148, dar în aceste cazuri, la un acelaş cuplu desvoltat creşte substanţial valoarea alunecării şi scade randamen-

tul motorului. Valorilor $s=0$, $s = s_n$ și $s = s_k$ din curbele fig.146 le corespund valorile vitezei Ω_2 respective: Ω_1 (mers în gol ideal, sau sincronism), Ω_n (viteza nominală) și Ω_{2k} (viteza critică), trasate pe fig.148 pentru caracteristica naturală numai.

Punctul nominal N de pe aceeași figură, corespunde funcționării pe porțiunea cvasiliniară a caracteristicii, regiunea corespunzătoare funcționării ca motor fiind desenată mai îngroșat pe fig.148. In general raportul:

$$\lambda_m = \frac{M_m}{M_n} \tag{441}$$

numit <u>capacitate de suprasarcină</u>, are pentru mașinile în execuție normală valori în intervalul:

$$\lambda_m = 1,7 \ldots 3$$

iar alunecările critice în intervalul:

$$s_k = 0,06 \ldots 0,15$$

Vom vedea ceva mai departe rostul pentru care trebuiesc asigurate aceste valori.

In 1916 M.Kloss a stabilit o relație remarcabilă între mărimile M și s din formula (430) și cele date de (433) și (434) pentru s_k și M_m. Această relație numită de atunci <u>formula lui Kloss</u> este:

$$\frac{M}{M_m} = \frac{2 + 2\xi s_k}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s} + 2\xi s_k} \tag{442}$$

în care s-a introdus notația:

$$\xi = \frac{R_1}{c \cdot R_2'} \tag{443}$$

Verificarea expresiei (442) este simplă și constituie un bun exercițiu pentru student.

S-a constatat că la mașinile asincrone de puteri medii și mari neglijarea termenului $2\xi s_k$ nu conduce la erori prea mari (sub 10 % în cazurile cele mai defavorabile), astfel că o răspîndire mare în aplicații a căpătat-o în special formula mai simplă simetrică dedusă din (442) și anume:

$$\boxed{\frac{M}{M_m} \cong \frac{2}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s}}} \tag{444}$$

Relația (444) are numeroase aplicații practice și teoretice. In particular ea permite construirea curbei M = f(s) la un motor dat, la care cunoaștem din datele nominale puterea P_n, viteza n_n (rot/min), viteza de sincronism (determinată așa cum s-a arătat la pag.163) n_1 iar din datele din pașaportul tehnic sau prospectul mașinii aflăm capacitatea de suprasarcină λ_M. Pentru acest lucru determinăm:

$$\Omega_n = \frac{\pi \cdot n_n}{30} \quad \text{și} \quad M_n = \frac{P_n}{\Omega_n} \qquad s_n = \frac{n_1 - n_n}{n_1}$$

Inlocuind în (444) aceste date împreună cu λ_M, găsim o ecuație care ne permite calculul lui s_k:

(445) $$s_K = s_n \left(\lambda_m + \sqrt{\lambda_m^2 - 1}\,\right)$$

(ecuația are două rădăcini, din care se alege cea de mai sus).

Avînd acum mărimile:

$$s_K \quad \text{și} \quad M_m = \lambda_m \cdot M_n$$

putem pe baza expresiei (444) construi punct cu punct caracteristica M = f(s).

Tot pe baza relației (444) se poate cerceta relația dintre cuplul nominal și cuplul de pornire al motorului fără reostat de pornire. Astfel pentru a avea $M_n < M_p$ (deci pentru a putea porni direct motorul, fără reostat de pornire, chiar la sarcină nominală la arbore), trebuie îndeplinită relația:

(446) $$s_K^2 > s_n$$

sau echivalent:

(447) $$s_n > \frac{1}{\left(\lambda_m + \sqrt{\lambda_m^2 - 1}\,\right)^2}$$

Pentru $\lambda_M = 2$ rezultă de exemplu $s_n > 0{,}072$ ceea ce este o valoare destul de mare. Rezultă în general că la motoare cu λ_M mici avem de cele mai multe ori $M_n > M_p$ și pornirea, mai ales la sarcină nominală, trebuie făcută totuși cu reostat de pornire, măsură recomandată totdeauna la pornirea mașinilor asincrone cu rotor bobinat.

In final, trebuie remarcat că de fapt caracteristica mecanică a unui motor reprezintă viteza sa funcție de cuplul util disponibil la arborele mașinii și nu în funcție de cuplul electromagnetic care este ceva mai mare (acoperă pierderile mecanice și suplimentare

din rotor).Diferența este mică și practic cele două caracteristici se confundă în zona de funcționare motor.

3.2.8. Stabilitatea în funcționarea ca motor asincron.

Una din condițiile necesare stabilirii unui regim staționar de funcționare a mașinii asincrone este îndeplinirea la arborele motor a egalității:

(448) $$M_a = M_r$$

dintre cuplul (sau suma cuplurilor) activ și cuplul (suma cuplurilor) rezistent.Indeplinirea la orice momente de timp a relației (448) are ca urmare conform ecuației mișcării rotorului:

(449) $$M_a = J \cdot \frac{d\Omega_2}{dt} + M_r$$

consecința că $\frac{d\Omega_2}{dt} = 0$, adică viteza este constantă.

Cuplurile din (448) depind însă diferit de diversele mărimi caracteristice sistemului considerat (ex.viteză,timp..etc),astfel că la apariția unor perturbații accidentale (întîmplătoare) sau voite, relația considerată nu se mai îndeplinește și apar variații de viteză precum și a altor mărimi.Comportarea mașinii la apariția și dispariția perturbațiilor este descrisă de așa numita stabilitate a mașinii.

Există două concepte de stabilitate folosite la mașinile electrice:

a) Stabilitatea statică - caracterizează funcționarea la variații mici,lente, care au loc în vecinătatea unui punct staționar;ca urmare a valorilor mici ale perturbațiilor sistemul poate fi liniarizat în zona cercetată,ceea ce permite tratarea teoretică simplă pe baza metodelor teoretice ale sistemelor liniare.Ca urmare a caracterului lent,se pot folosi expresii stabilite în regimurile staționare.

b) Stabilitatea dinamică - caracterizează funcționarea la variații mari,bruște (în salt),ce au loc în general în zone extinse ale funcționării mașinii,pentru care sistemul nu mai poate fi liniarizat.Neliniaritățile joacă în acest caz un rol preponderent și comportarea depinde de amplitudinea,durata precum și de alte caracteristici ale perturbației.

La mașina asincronă vom numi perturbație orice cauză care are ca urmare variația unuia din cei doi membri ai egalității (448).

Apariția unei perturbații determină de fapt o modificare în ansamblu a uneia din cele două caracteristici mecanice, cea a motorului, sau cea a sarcinii, a cărăr intretăiere determină posibilele puncte de funcționare stabilă (fig.149). Pe figură s-au trasat în funcție de viteza Ω (s-a renunțat la indicele 2), caracteristica mecanică a motorului asincron M_a și două tipuri de caracteristici mecanice ale sarcinii M_{r1}, M_{r2}, dintre care una taie pe cea a motorului într-un singur punct, iar cealaltă în două puncte.

-fig.149-

Inainte de a aborda studiul stabilității statice a motorului asincron, să observăm că cunoașterea caracteristicii mecanice a sarcinii, permite împreună cu caracteristica motorului să se determine univoc starea de mișcare staționară a motorului, deci viteza sa, deci alunecarea s, funcție de care este elaborată teoria mașinii. In afară de aceasta, intersecția celor două caracteristici ne dă și valoarea cuplului desvoltat de mașină.

Revenind la fig.149, să observăm că în principiu sînt posibile mai multe puncte în care să fie îndeplinită condiția necesară (448). Acest fapt nu înseamnă însă că funcționarea se poate face stabil în oricare din aceste puncte. Pentru cercetarea stabilității statice în unul din puncte, vom presupune o perturbație de scurtă durată și vom cerceta ce se întîmplă cu motorul după dispariția perturbației. Dacă el tinde să revină la starea inițială, dinaintea apariției perturbației, se zice că punctul considerat este un punct stabil static. Perturbația este în acest caz de mică valoare și poate fi considerată în concret, de exemplu ca o variație a tensiunii de alimentare, un șoc mic de cuplu rezistent la ax, o modificare a unui parametru etc...

Ca urmare a perturbației relația (448) nu mai este îndeplinită fiind înlocuită prin ecuația (449). Deoarece avem de a face cu un regim variabil este preferabil să notăm mărimile cu litere mici, corespunzătoare valorilor lor instantanee:

$$m_a = J \cdot \frac{d\omega}{dt} + m_r \tag{450}$$

Deoarece studiem stabilitatea statică, putem considera mici variații în jurul unui punct staționar, care în cazul considerat este regimul staționar anterior apariției perturbației, astfel că în ecuația (450)

(450) vom pune:

$$m_a = M_a + \Delta m_a$$

(451) $$m_r = M_r + \Delta m_r$$

$$\omega = \Omega + \Delta\Omega$$

(a nu se confunda valoarea instantanee ω a lui Ω ,cu pulsaţiile curenţilor din motor!)

Deoarece fenomenele au caracter lent,vom presupune că micile variaţii Δm_a , Δm_r , $\Delta\Omega$, sînt determinate conform relaţiilor valabile pentru regimul staţionar.

Inlocuind (451) în (450) şi scăzînd (448) din (450),se ajunge la ecuaţia în mici variaţii valabilă după dispariţia perturbaţiei dar înainte de "liniştirea" fenomenelor:

(452) $$\Delta m_a = J\cdot\frac{d}{dt}(\Delta\Omega) + \Delta m_r$$

Neglijînd infiniţi mici de ordin superior se poate scrie:

(453) $$\Delta m_a \approx \frac{\partial M_a}{\partial\Omega}\Delta\Omega \qquad \Delta m_r \approx \frac{\partial M_r}{\partial\Omega}\cdot\Delta\Omega$$

astfel că se ajunge la ecuaţia:

(454) $$J\cdot\frac{d}{dt}(\Delta\Omega) + \left(\frac{\partial M_r}{\partial\Omega} - \frac{\partial M_a}{\partial\Omega}\right)\Delta\Omega = 0$$

Dacă în vecinătatea punctului studiat se îndeplinesc condiţiile:

(455) $$\frac{\partial M_a}{\partial\Omega} = \text{const} \qquad \frac{\partial M_r}{\partial\Omega} = \text{const.}$$

ecuaţia are coeficienţi constanţi şi pentru ca abaterea $\Delta\Omega$ să se reducă la zero în timp, este nevoie ca rădăcina caracteristică a ecuaţiei să fie negativă,ceea ce conduce la condiţia de stabilitate statică sub forma:

(456) $$\boxed{\frac{\partial M_a}{\partial\Omega} < \frac{\partial M_r}{\partial\Omega}}$$

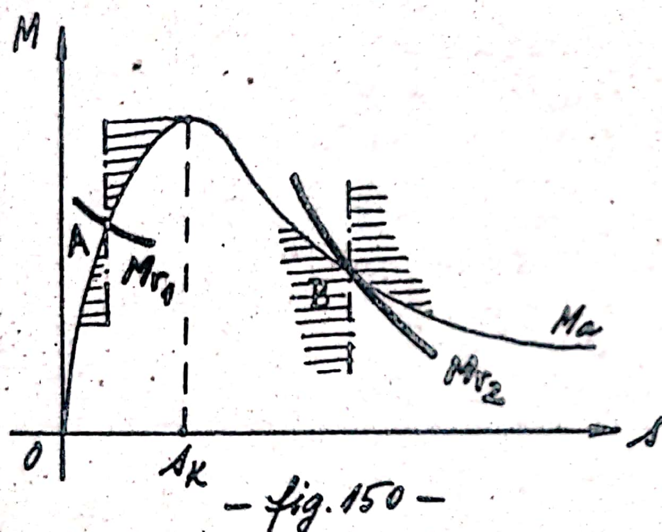
Se vede imediat,că puncte ca A,A' de pe fig.149 sînt puncte de funcţionare stabilă,în timp ce punctul C este sigur nestabil.

Condiţia (456) reprezintă condiţia suficientă de stabilitate statică ce trebuie adăugată condiţiei iniţiale necesare (448), pentru determinarea punctelor stabile de funcţionare.

Indeplinirea relaţiilor (448) şi (456) constituie <u>criteriul de stabilitate statică</u> a maşinii asincrone. Ţinînd seama de relaţia dintre viteză şi alunecare, se poate pune (456) şi sub forma:

$$\frac{\partial M_a}{\partial s} > \frac{\partial M_r}{\partial s} \tag{457}$$

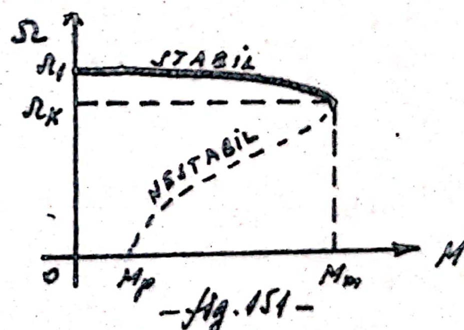
Deoarece caracteristica cuplului activ a motorului asincron are două zone distincte de pante cu semne diferite (fig.146), se pot întîmpla situaţii diferite de întretăiere cu caracteristicile sarcinii, aşa cum se arată în fig.150.



- fig.150 -

Caracteristici ale sarcinii aşa cum sînt M_{r1} şi M_{r2}, care taie curba motorului în punctele A, respectiv B, conform figurii, corespund unor funcţionări static stabile. Alte caracteristici care ar trece prin aceleaşi puncte A, B, dar prin zonele haşurate de pe fig.150, ar corespunde unor funcţionări instabile.

In cazul motoarelor cu cuplu rezistent la ax de valoare constantă (cum este de exemplu cazul maşinilor de ridicat), s-a desenat pe fig.151 zona de funcţionare stabilă şi nestabilă în regim motor. După cum se vede, limita de funcţionare stabilă este dat de punctul de coordonate (Ω_K, M_m) ce corespunde alunecării critice şi cuplului maxim. Dacă în exploatare cuplul rezistent la arborele motorului depăşeşte valoarea cuplului maxim,



-fig.151-

sau cuplul maxim scade, de exemplu ca urmare a unei scăderi accidentale a tensiunii la borne, devenind mai mic ca cel rezistent, din relaţia (450) rezultă $\frac{d\omega}{dt} < 0$ adică viteza scade în timp şi motorul

se oprește trecînd într-un regim de avarie (la s=1 avem curenți de valoare ridicată periculoși pentru izolația mașinii, dacă rămîne conectată la rețea). De aceea nu este indicată funcționarea la valori apropiate de punctul de desprindere (s_K, M_m) a mașinii (pe de o parte alunecarea ar fi prea mare și deci un randament slab al conversiei electromecanice, pe de altă parte chiar șocuri mici de cuplu la ax ar putea produce desprinderea motorului și oprirea sa.). Din aceste motive este necesară o rezervă de stabilitate, apreciată prin capacitatea de suprasarcină λ_m introdusă la paragraful precedent. Pentru motoare care lucrează în condiții grele cu șocuri de cuplu însemnate, este necesară o valoare mare a lui λ_m, iar pentru cele cu funcționare liniștită, o valoare redusă.

3.2.9. Diagrama cercului.

Diagrama cercului stabilită de Heyland în 1894 și completată de Ossanna, reprezintă un mijloc auxiliar de studiere pe cale geometrică a proprietăților și relațiilor principale din mașina asincronă, în anumite ipoteze simplificatoare. Avantajul folosirii diagramei rezultă din caracterul său intuitiv, care face ca anumite proprietăți "să se vadă" din examinarea directă a sa. Deasemenea ea permite aflarea unor mărimi fără efectuare de calcule, prin folosirea construcțiilor grafice executate la scară.

Diagrama cercului reprezintă locul geometric al vîrfului fazorului curentului statorului $\underline{I}_1$, la variația alunecării s de la $-\infty$ la $+\infty$, presupunînd U_1 și f_1 date, constante și parametrii mașinii de valori constante. In aceste condiții, se arată că acest loc geometric este un cerc.

Punctul de plecare îl constituie schema echivalentă în "Γ" din fig.143, în care curentul statoric $\underline{I}_1$ este dat de relația:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{10} - \frac{\underline{I}_2'}{\underline{c}_1} = \underline{I}_{10} + \underline{I}_2'' \tag{458}$$

în care s-a introdus curentul $\underline{I}_2''$ din motive de comoditate a expunerii ulterioare.

Dacă se scrie prima relație (400) sub forma:

$$\underline{c}_1 = c_1 \cdot e^{j\gamma_1} \tag{459}$$

unghiul γ_1 fiind în general negativ (cam 2°...5°) și dacă se ține

seama de impedanțele (398) și de schema din fig.143,se poate scrie tensiunea sub forma:

$$(460)\quad \underline{U}_1 = (\underline{c}_1 \underline{Z}_1 + \underline{c}_1^2 \underline{Z}'_{2s})\underline{I}''_2 = (R_{KS} + j\cdot X_K)\, e^{j\gamma_1} \cdot \underline{I}''_2$$

în care:

$$(461)\quad \begin{cases} R_{KS} = c_1 (R_1 \cdot \cos\gamma_1 + X_{1\sigma} \sin\gamma_1) + c_1^2 \dfrac{R'_2}{s} \\ X_K = c_1 (X_{1\sigma} \cos\gamma_1 - R_1 \sin\gamma_1) + c_1^2 \cdot X'_{2\sigma} \end{cases}$$

Impărțind cu $j\cdot X_K \cdot e^{j\gamma_1}$ relația (460) se ajunge la relația de bază a diagramei cercului:

$$(462)\quad \boxed{-j \cdot \frac{\underline{U}_1}{X_K} \cdot e^{-j\gamma_1} = \underline{I}''_2 - j\cdot\left(\frac{R_{KS}}{X_K}\right)\underline{I}''_2}$$

în care membrul stîng este un fazor constant (OD pe figura nr.152) egal cu suma a doi fazori ortogonali (curentul $\underline{I}'_2$ reprezentat de OL, și termenul al doilea din (462) membrul drept,reprezentat de LD).

La variația alunecării s, locul lui L de unde OD se vede sub 90°, este cercul cu diametrul:

$$(463)\quad OD = \frac{U_1}{X_K} \approx \frac{U_1}{X_{1\sigma} + X'_{2\sigma}}$$

-fig.152-

Tinînd seama de (458) și de faptul că în condițiile date $\underline{I}_{10}$ este constant și el,fiind mult defazat față de $\underline{U}_1$, se ajunge la diagrama din fig.152 alăturată,în care vîrful fazorului $O_1L = \underline{I}_1$ descrie cercul cu centrul C și diametru înclinat la $2\gamma_1$ față de perpendiculara pe fazorul tensiunii $\underline{U}_1$.

Din expresiile (461) se obțin pentru alunecările de mai jos, pozițiile diferitelor puncte de pe cerc de interes pentru ceea ce urmează:

- pentru s=0 punctul L se confundă cu O,vîrful lui $\underline{I}_{10}$
- pentru s =1 (rotor calat) punctul curent L ajunge pe cerc într-un punct K,determinat prin:

(464) $$tg\,\alpha_1 = \frac{c_1(R_1\cos\gamma_1 + X_{1\sigma}\sin\gamma_1) + c_1^2 \cdot R_2'}{c_1(X_{1\sigma}\cos\gamma_1 - R_1 \cdot \sin\gamma_1) + c_1^2 \cdot X_{2\sigma}'}$$

- pentru $s = \infty$ punctul curent L ajunge pe cerc într-un punct B determinat prin:

(465) $$tg\,\alpha_\infty = \frac{c_1(R_1\cos\gamma_1 + X_{1\sigma}\sin\gamma_1)}{c_1(X_{1\sigma}\cos\gamma_1 - R_1\sin\gamma_1) + c_1^2 X_{1\sigma}'}$$

Dacă ducem pe diametrul OD din O, un segment care să fie proporțional cu reactanța X_k din (461), atunci ca urmare a asemănării triunghiurilor OQM cu OLD, rezultă că MQ va reprezenta la aceeași scară pe R_{ks} din (461). Fie M, N, P, punctele în care perpendiculara din Q pe OD taie dreptele OL, OK și OB. In acest caz se arată imediat că avem:

(466) $$MQ = MN + NP + PQ$$

în care:

$$MN = c_1^2 R_2' \frac{1-s}{s}$$

(467) $$NP = c_1^2 \cdot R_2'$$

$$PQ = c_1(R_1\cos\gamma_1 + X_{1\sigma}\sin\gamma_1)$$

Pentru folosirea practică a diagramei, ea trebuie gradată după valorile alunecării s. Pe baza expresiilor anterioare se vede imediat că alunecarea rezultă:

(468) $$s = \frac{NP}{MP}$$

însă folosirea directă a acestei relații este dezavantajoasă din cauza caracterului său hiperbolic și datorită erorii de determinare prin metodele grafice bazate pe (468). De aceea se caută determinarea alunecării pe o scară uniformă și care să nu introducă erori, mai ales în zona alunecărilor mici ce corespund regimului motor de funcționare. Pentru a se ajunge la aceasta, se consideră pe fig.153 perpendiculara HG pe raza CB a cercului. Se constată ușor asemănarea triunghiurilor OPM cu HGB, din care rezultă:

— fig.153 —

$$\frac{HG}{GB} = \frac{OP}{MP} \qquad (469)$$

Din (468) și (469) rezultă că dacă se alege segmentul GB egal la scară cu:

$$GB = 100 \cdot \frac{NP}{OP} = 100 \cdot \frac{KF}{OF} \quad \text{(fig.152)} \qquad (470)$$

atunci HG în cm.va fi identic cu alunecarea s în % ! In acest mod determinarea alunecării pentru un punct dat de pe cerc devine o problemă simplă grafică.

– fig.154 –

Să arătăm importanța acestei diagrame în determinarea unor mărimi importante pentru regimul de funcționare al mașinii asincrone.

Mai întîi să observăm că regimurilor motor, frînă și generator le corespund porțiuni bine determinate ale cercului astfel: arcul OLK corespunde funcționării în regim motor, arcul mic de cerc KB corespunde regimului de frînă, iar arcul cel mai mare BDO corespunde funcționării în regim generator.

Pentru o alunecare s dată putem determina punctul L de pe cerc și deci curentul statoric absorbit I_1 ca mărime și defazaj ($\cos\varphi_1$) față de tensiunea $\underline{U}_1$. Segmentul LT este proporțional cu puterea absorbită P_1 din rețea:

$$P_1 = 3U_1 \cdot LT \qquad (471)$$

dacă T este piciorul perpendicularei din L pe dreapta d_3 din fig. 154 de mai sus, la rîndul ei perpendiculară în O_1 pe $\underline{U}_1$. Din acest motiv dreapta d_3 se numește <u>dreapta puterii absorbite</u>.

Să ducem acum perpendiculara din L pe diametrul OD al cercului, care taie dreptele OK și OB în punctele U și V (fig.154). Din asemănarea triunghiurilor OLU și OMN (din fig.153) rezultă:

$$\frac{LU}{MN} = \frac{OL}{OM} = \frac{I''_2}{Z_K} \cdot \text{const} \qquad (472)$$

în care $Z_K = \sqrt{R_{KS}^2 + X_K^2} = \frac{U_1}{I''_2}$. Dacă se ține seama de expresia lui I''_2 în funcție de I'_2, care rezultă din (458), atunci

avem cu considerarea relației prime (467) expresia:

(473) $$3U_1 \cdot LU = 3R_2' I_2'^2 \frac{1-s}{s} = P_m$$

care ne arată că segmentul LU măsoară la scară puterea mecanică P_m cedată rotorului. Din acest motiv drepta d_1 se numește dreapta puterii mecanice (fig.154).

Pe o cale asemănătoare se stabilește dreapta puterii electromagnetice d_2, definită de punctele O și B, astfel că:

(474) $$3U_1 \cdot LV = P$$

Segmentul UV măsoară la scară pierderile în cupru în rotor, P_{cu2}. Datorită relației (418), drepta d_2 se mai numește și dreapta cuplului electromagnetic M, segmentul LV măsurînd la altă scară, cuplul electromagnetic desvoltat de mașină.

Diagrama poate fi completată și cu alte drepte și segmente ce măsoară și alte mărimi. Ea se poate completa și cu alte construcții auxiliare pentru dterminarea randamentului, a factorului de putere, etc...

Folosirea ei permite stabilirea simplă a unor proprietăți ale mașinii, pe cale geometrică. De exemplu, se vede clar existența unei alunecări optime la care cos φ_1 este maxim și care corespunde situației cînd drepta OL este tangentă la cerc în zona superioară a acestuia. Se mai vede că funcționarea mașinii în zona optimă nu conduce la variații mari ale lui cos φ_1, ceea ce prezintă importanță în exploatare.

Este important faptul că elementele necesare construirii diagramei cercului se pot obține prin încercări experimentale simple ale mașinii (încercarea de mers în gol și cea de mers în scurtcircuit, expuse mai departe).

Totuși în ultima vreme importanța folosirii practice a diagramei a scăzut din cauza următoarelor motive:

a) ipotezele admise referitoare la păstrarea unor valori constante a parametrilor mașinii nu sînt îndeplinite; în adevăr:

- la valori mari ale curenților prin mașină cresc fluxurile de scăpări și are loc o saturație locală a dinților armăturilor ceea ce conduce la micșorarea reactanțelor de scăpări și deci la mărirea diametrului cercului (fenomenul se manifestă la valori peste 15o % ale curenților nominali)
- la valori mari ale curenților din cauza încălzirii înfășurărilor variază valorile rezistențelor acestora (cresc)

- la valori mari ale alunecării cărora le corespund valori mari ale curenţilor, fluxul magnetic scade (cu oarecare aproximaţie raportul dintre fluxul la mers în gol şi fluxul la mers în sarcină este acelaş cu raportul dintre U_1 şi E_1 : din schema echivalentă rezultă atunci scăderea raportului E_1/U_1 cu creşterea alunecării, putînd ajunge la cca.$0,5 \cdot \Phi_n$ la $s = \infty$) ; ca urmare a modoficării fluxului parametrii R_w şi X_μ (fig.140) se modifică cu alunecarea, deci $\underline{Z}_\infty$ variază şi prin urmare $\underline{C}_1$ dat de (400) se modifică, nefiind constant.

- la motoarele cu înfăşurare rotorică din bare, la alunecări mari apare fenomenul de refulare a curentului, produs de curenţi turbionari (efect pelicular de refulare), care produce mărirea lui R_2' şi micşorarea lui $X_{2\sigma}'$.

b) teoria diagramei cercului nu ia în considerare fenomenele produse de armonici superioare spaţiale ale cîmpului învîrtitor, cum ar fi cuplurile parazite.

c) teoria diagramei cercului se bazează pe liniarizarea ecuaţiilor şi nu ia în consideraţie caracteristica de magnetizare neliniară a maşinii.

d) metodele de determinare experimentală a diagramei cercului comportă unele aproximaţii şi ipoteze suplimentare, care fac ca poziţia cercului să nu poată fi determinată cu exactitate.

Datorită acestor motive există două tendinţe:

I - aplicarea diagramei se face doar la motoarele cu rotor bobinat, sau în colivie simplă cu bare rotunde şi numai pentru alunecări $0 \leq s \leq s_k$;

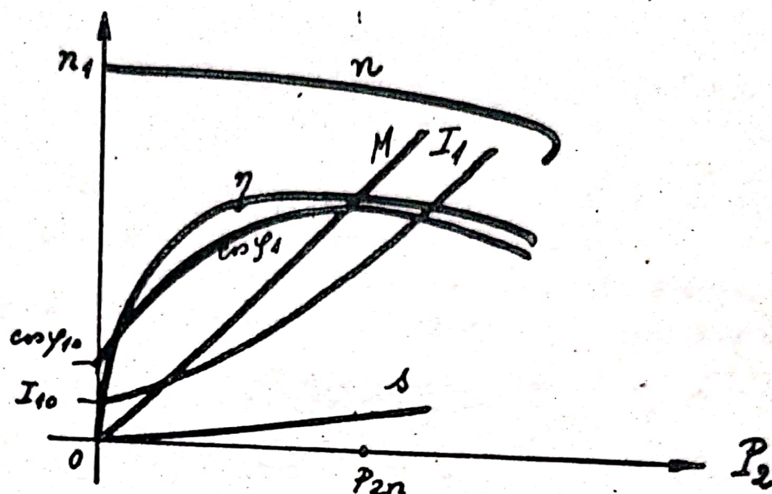
II - se folosesc diagrame simplificate (de exemplu neglijînd ungniul γ_1), ceea ce este indicat mai ales la puteri mari şi mijlocii; în acest scop s-au propus diferite variante simplificate ale construcţiei diagramei, pe care nu le redăm aci.

3.2.10. Caracteristicile de funcţionare ale motorului asincron.

La funcţionarea în sarcină a motorului asincron prezintă importanţă cunoaşterea modului în care variază cu sarcina (cuplul la ax, sau puterea utilă desvoltată) diferite mărimi caracteristice cum ar fi: curentul absorbit din reţea I_1 , factorul de putere $\cos \varphi_1$, randamentul η , viteza de rotaţie n , cuplul M ; toate aceste mărimi se determină considerînd tensiunea şi frecvenţa reţelei constan-

te, iar temperatura de regim a înfăşurărilor de 75°C (clasele A, E, B).

Caracteristicile determinate pe baza diagramei cercului, au alura celor reprezentate pe fig. 155 alăturată şi se apropie de cele determinate pe cale experimentală prin încercare directă a maşinii.



-fig. 155-

Reţine atenţia modul de variaţie al randamentului şi factorului de putere, care la o sarcină redusă a motorului au valori scăzute, iar la sarcini peste & 50 % din cea nominală variază foarte puţin cu sarcina. De altfel produsul $\eta \cdot \cos\varphi_1$ este un factor de calitate al motorului din punct de vedere energetic, la fel ca în cazul transformatorului. Acest factor scade neadmisibil de mult la sarcini mici ale motorului, de aceea este cu totul neindicat să lăsăm în funcţiune motoarele asincrone neîncărcate suficient.

Deoarece în zona de funcţionare ca motor $0 < s < s_m$ punctele corespunzătoare din diagrama cercului formează un arc de cerc destul de redus, precizia de determinare grafică a mărimilor este redusă de aceea tot mai mult în ultima vreme se foloseşte calculul caracteristicilor cu ajutorul schemei echivalente în -Γ-, cunoscînd parametrii maşinii determinaţi în procesul de proiectare sau din datele experimentale.

3.2.11. Incercări experimentale.

Incercările efectuate pe cale experimentală asupra maşinilor asincrone urmăresc multiple aspecte precum:

- verificarea corectitudinii execuţiei constructiv-tehnologice a maşinii
- aflarea prin măsurare a unor parametri şi a unor mărimi importante (ex. pierderile)
- predeterminarea comportării în sarcină prin determinări făcute în

te în situații particulare avantajoase,cum ar fi mersul în gol și cu rotorul calat (scurtcircuit)

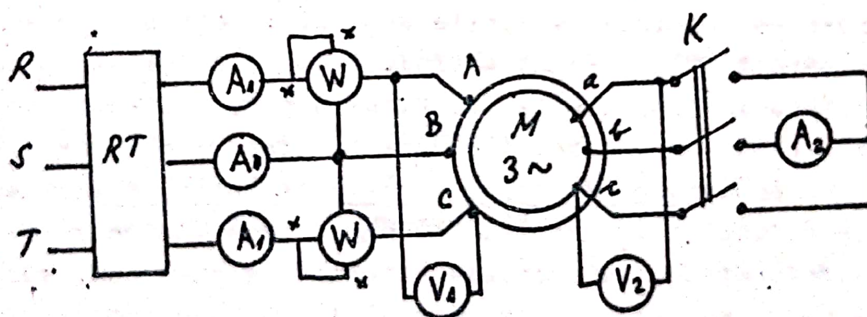
- determinarea unor performanțe
- verificarea comportării mașinii în anumite regimuri cu solicitări mărite (suprasarcini,supraturații etc..)

Fundamentale pentru predeterminarea performanțeolor în sarcină greu de determinat prin încercare directă (mai ales la puteri ridicate),sînt două încercări: încercarea de mers în gol și cea de mers în scurtcircuit (rotor calat).Efectuarea acestor încercări este simplă,deoarece nu necesită mijloace de încărcare la arbore a motorului. In plus,în aceste situații consumul de putere este redus.

Inaintea efectuării acestor încercări se determină rezistențele electrice ale fazelor statorice și rotorice în stare rece a mașinii,recalculîndu-se pentru temperatura convențională de regim de 75° corespunzînd stării calde a mașinii.Metodele de măsurare sînt studiate la cursul de Măsurări electrice și magnetice,cele mai folosite fiind metoda voltmetrului și ampermetrului în montaj "aval",sau metoda punții simple sau duble (de preferat).Rotorul mașinii trebuie să fie în repaus

(a) Incercarea de mers în gol.

Schema experimentală de montaj este cea din fig.156,regulatorul de tensiune trifazat RT fiind fie un regulator de inducție (cap. mai departe),fie un autotransformator trifazat cu raport de transformare reglabil continuu (vol.I pag.307).



-fig.156-

Mai întîi se determină raportul de transformare :

$$k_t = \frac{k_{w_1} W_1}{k_{w_2} W_2} = \frac{E_1}{E_{20}} \cong \frac{U_1}{U_{20}} \qquad (475)$$

alimentînd schema la o tensiune redusă (pentru a asigura funcționarea

nesaturată a circuitului magnetic) şi avînd întrerupătorul K deschis, deci rotorul imobil. Tensiunile măsurate sînt cele de linie (preferabil toate trei), dar cele din (475) sînt de fază, obţinute prin calcul funcţie de conexiunea statorului şi rotorului. Relaţia de calcul ar fi precisă dacă curenţii absorbiţi ar fi nuli, de aceea reducerea tensiunii de alimentare are drept scop şi asigurarea unor valori mici a curenţilor. Pentru mărirea preciziei se mai poate efectua şi o probă de alimentare inversă prin rotor, statorul fiind deschis, luînd apoi pentru k_t media aritmetică a celor două determinări.

Dacă se cunosc datele celor două înfăşurări k_{w1}, k_{w2}, W_1 şi W_2 (de exemplu din proiectul maşinii, sau din fişa tehnică a acesteia) atunci se poate ridica experimental şi caracteristica de magnetizare a maşinii observînd că:

$$\phi = \frac{\sqrt{2}\cdot E_2}{2\pi f_1 \cdot k_{w2} W_2} = \frac{\sqrt{2}\cdot U_{20}}{2\pi \cdot f_1 \cdot k_{w2} W_2}$$

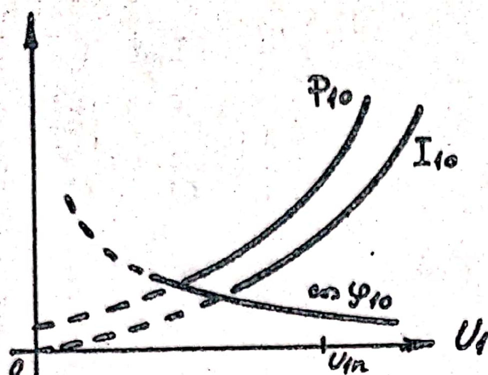
(476)

$$\frac{3}{2}\cdot V = \frac{3\sqrt{2}}{p\cdot\pi} k_{w1} W_1 I_{10}$$

deci curba $U_{20} = f(I_{10})$ reprezintă la scările ce rezultă din (476) chiar caracteristica de magnetizare (pentru determinare este bine ca rotorul să fie antrenat în mişcare în sensul cîmpului învîrtitor de către alt motor exterior, la alunecare apropiată de cea nominală pentru a evita erorile datorate pierderilor în fier în rotor).

După efectuarea acestor încercări se aduce regulatorul la o tensiune redusă (cam 50 % U_{1n}) şi se închide întrerupătorul K pornind motorul în gol şi lăsîndu-l să ruleze cca.10....210 minute, funcţie de puterea acestuia (valorile mari sînt pentru cele mai mari puteri, peste 1 MW). In cazul maşinilor cu rulmenţi, se poate reduce acest timp la jumătate. La maşini de putere mai mare este recomandabilă folosirea în montaj a unui reostat de pornire.

Se ridică apoi caracteristicile de funcţionare în gol date de dependenţa mărimilor I_{1o}, P_{1o} şi $\cos\varphi_{10}$ în funcţie de tensiunea U_1 (fig.157), determinînd cu precizie valorile ce corespund tensiunii nominale de alimentare U_{1n}. In general la U_{1n} avem pentru maşini în execuţii normale valorile: $I_{1o} = (0,25....0,5) I_{1n}$; $\cos\varphi_{10} = 0,09....0,18$. Simultan se măsoară şi valorile alunecării, folosind metoda ampermetrului A_2 de curent continuu, cu zero la mijlocul scării gradate, aşa cum s-a arătat. Factorul de putere se determină cu expresia:



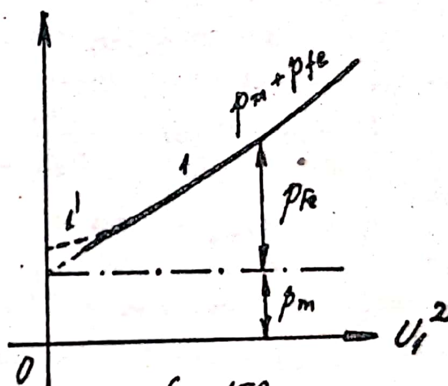
-fig.157-

(477) $$\cos\varphi_{10} = \frac{P_{10}}{\sqrt{3}\,U_{1l}\,I_{1l}}$$

Puterea P_{1o} absorbită la mersul în gol din rețea este consumată în pierderi Joule în înfășurări, în pierderi în fier și în pierderi mecanice. Deoarece pierderile Joule în rotor sînt neglijabile, iar cele în stator se pot calcula, rezultă:

(478) $$P_{10} - 3R_1I_{10}^2 = p_{fe} + p_m$$

Pe baza acestei relații se pot separa pierderile în fier de cele mecanice, observînd că primele depind de tensiunea de alimentare (aproximativ cu pătratul ei) în timp ce celelalte nu depind. Trasînd pe o diagramă variația sumei din (478) funcție de U_1^2 (fig.158) și extrapolînd curba pînă la intersecția cu axa ordonatelor, se determină p_m, la U_1=0 p_{fe} fiind nul. Nu se recomandă ridicarea curbei sub 0,5 U_{1n} deoarece din cauza creșterii alunecării (de ce ?) pierderile pot să devină ceva mai mari (porțiunea notată cu 1' pe fig.158), conducînd la valori exagerate ale lui p_m.



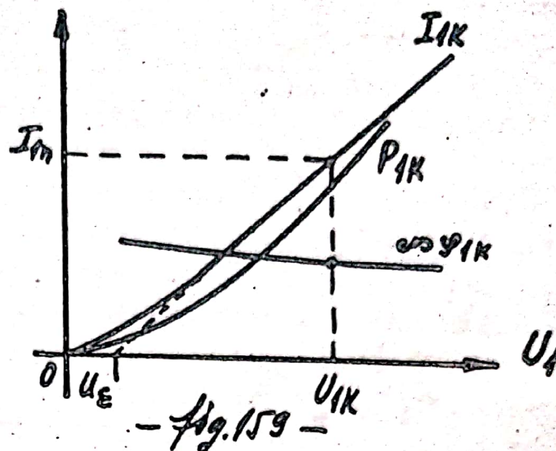
-fig.158-

(b) Incercarea de scurtcircuit.

Se folosește aceeași schemă de montaj ca în fig.156, dar cu scări diferite de măsurare ale aparatelor de măsurat, cu trei ampermetre identice de curent alternativ montate pe fazele rotorului (la cele trei inele de contact, întrerupătorul K fiind închis). Rotorul motorului este calat, adică înțepenit cu ajutorul unui sistem de fixare în repaus, iar regulatorul de tensiune RT este pe poziția de tensiune nulă.

Crescînd treptat tensiunea se ridică <u>caracteristicile de funcționare în scurtcircuit</u>, adică dependența mărimilor I_{1k}, P_{1k} și $\cos\varphi_{1K}$ în funcție de U_1 (fig.159), mergînd pînă la valori ale curenților ce nu depășesc 1,2.I_{1n}. Mărimea analogă tensiunii de scurtcircuit de la transformator este în acest caz mai mare, fiind cuprin-

să în limitele 0,15..0,3 U_{1n}, notată cu U_{1K} pe fig.159.



-fig.159-

Factorul de putere cos φ_{1K} se determină cu o relaţie analoagă lui (477).Curentul de la mersul în scurtcircuit I_{1k} variază aci altfel ca în cazul transformatorului,din cauza saturaţiei zonelor dentare,ceea ce face ca parametrii să varieze cu tensiunea aplicată.Fenomenul este mai pregnant în cazul crestăturilor statorice semideschiseşi al crestăturilor rotorice închise.Acest lucru determină zona iniţială curbată a caracteristicii curentului I_{1k}.

Pentru determinarea valorilor ce ar corespunde aplicării tensiunii nominale,se folosesc expresiile:

$$(479)\quad \begin{cases} I_{1K} = I_{1n}\cdot \dfrac{U_{1n}-U_\varepsilon}{U_{1K}-U_\varepsilon} \\ \cos\varphi_{1K_n} \cong \cos\varphi_{1K} \\ P_{1K_n} = P_{1K}\cdot\left(I_{1K}/I_{1n}\right)^2 \end{cases}$$

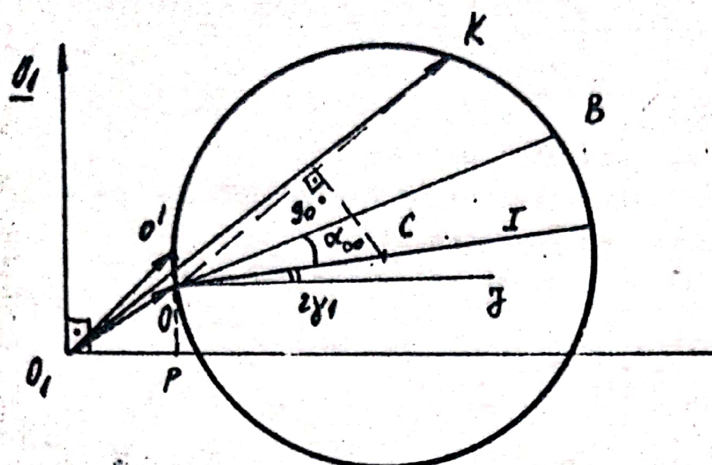
O precizie mai bună se obţine din încercarea făcută chiar la valori $U_1 = U_{1n}$,dar într-un timp foarte scurt (sub 10 secunde) din cauza curenţilor foarte mari care pot supraîncălzi considerabil înfăşurările.

Datorită scăderii tensiunii de alimentare şi valorilor ridicate ale curenţilor,practic toată puterea absorbită P_{1k} este consumată în pierderi prin efect Joule în înfăşurări:

$$(480)\quad P_{1K} = 3R_1I_{1K}^2 + 3R_2I_{2K}^2 = p_{cu_1} + p_{cu_2}$$

(c) Construcţia diagramei cercului.

Pe baza datelor de la proba de mers în gol şi cea de mers în scurtcircuit şi anume I_{10} , cos φ_{10} ,I_{1k} şi cos φ_{1K} ,toate corespunzătoare tensiunii nominale U_{1n},avem două puncte ale cercului: cel de mers în gol real şi cel de mers în scurtcircuit (punctele O^{I} şi K din fig.160).



-fig.160-

Pentru a determina curentul de mers în gol ideal (la sincronism) vom remarca că în cazul sincronismului pierderile mecanice p_m nu mai sînt acoperite de rețea, ci de către motorul exterior necesar aducerii exacte la sincronism a mașinii încercate. Singurele pierderi la mersul în gol ideal sînt p_{culo} și p_{fe}.

De aceea punctul O de mers în gol ideal se va afla sub O' la o distanță pe verticală dată de $p_m/3.U_{1n}$ (la scara curenților) astfel ca $O_1O = I_{1o}$. Deci OP din fig.160 va reprezenta la scară $P_{1o} - p_m$. Din vîrful O ducem la un unghi:

$$\sin 2\gamma_1 \approx \frac{2I_{1o}R_1}{U_{1n}} \qquad (2\gamma_1 = \widehat{1OJ}) \tag{481}$$

(OJ $\perp$ $\underline{U}_1$) dreapta OI pe care se află centrul cercului C, determinat prin intersecția mediatoarei segmentului OK cu OI. Valoarea (481) este aproximativă, bazată pe presupunerea că la mers în gol între $-\underline{E}_1$ și $\underline{I}_{1o}$ avem un unghi de 90^0.

Pentru determinarea poziției punctului B pe cerc (pt. $s = \infty$), se determină cu aproximație din (463) și (465) unghiul α_∞ pe baza relației:

$$tg\,\alpha_\infty \approx \frac{2R_1 \cdot OC}{U_{1n}} \tag{482}$$

în care OC este raza cercului.

Cu aceasta elementele fundamentale sînt construite.

3.3. Mașini asincrone cu rotoare în scurtcircuit.

3.3.1. Rotorul în colivie simplă.

Mașinile asincrone cu rotoare bobinate sînt mai complicate din punct de vedere constructiv-tehnologic decît cele cu rotor în scurtcircuit, din cauza înfășurării trifazate ce trebuie realizată pe rotor și din cuza sistemului de contacte inele-perii, incluzînd și dis-

pozitivul de scurtcircuitare a inelelor şi ridicare a periilor. Din aceste motive necesită manoperă considerabilă ,întreţinere corespunzătoare şi prezintă siguranţă mai mică în funcţionare. Preţul lor este mai ridicat decît al unei maşini cu rotor în scurtcircuit,mai ales dacă se ia în consideraţie şi reostatul de pornire.

Maşinile cu rotoare în scurtcircuit sînt mai simple,mai robuste şi mai sigure în exploatare (nu au contacte alunecătoare,înfăşurarea este din bare fiind realizată dintrodată prin turnare),mai ieftine şi necesită întreţinere minimă.Din aceste motive sînt cele mai răspîndite motoare,mai ales la puteri sub 100 kW.

Aspectul înfăşurării în colivie simplă este redat în fig.111, pag.143,iar aspectul general al motorului este cel din fig.161 alăturată.Realizarea înfăşurării se face prin turnare sub presiune cu maşini specializate a unui aliaj de aluminiu,în crestăturile pachetului de tole al rotorului,realizîndu-se simultan şi presarea acestora.Se foloseşte procedeul de turnare sub presiune în cochilă,care este un procedeu modern cu multe avantaje tehnico-economice.La turnare se asigură şi paletele de ventilator centrifugal (5 pe fig.161) care asigură răcirea mai bună a capetelor de bobine statorice,adăugîndu-se ca efect ventilatorului general de pe axul rotorului.

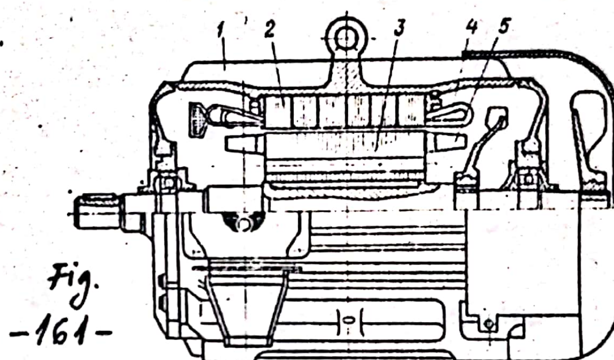


Fig. -161-

Funcţionarea maşinii asincrone cu rotorul în colivie nu se deosebeşte de cea corespunzătoare rotorului bobinat în aspectele esenţiale.Există comparativ unele avantaje,dar şi unele dezavantaje care au condus la crearea şi altor tipuri de rotoare în scurtcircuit.

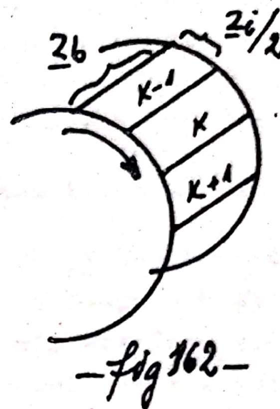
Înfăşurarea rotorică în colivie se poate echivala cu o înfăşurare polifazată simetrică din punctul de vedere al armonicilor fundamentale ale t.e.m. şi tensiunilor magnetice în întrefier.

O proprietate fundamentală a înfăşurării în colivie este faptul că ea se acomodează automat cîmpurilor magnetice învîrtitoare exterioare,realizînd un acelaş număr de poli ai cîmpului de reacţie cu cel al cîmpului inductor,adică indiferent de valoarea lui p_1,avem în cazul coliviei $p_2=p_1$.

Pentru a vedea acest lucru şi pentru a stabili condiţiile de

echivalare, să considerăm o colivie cu Z_2 bare, avînd secțiuni transversale rotunde sau ovale, deci crestături ca cele din fig.124. Să numerotăm barele în sensul rotației cîmpului magnetic exterior învîrtitor, de la 1 la Z_2 (fig.162).

a) T.e.m. induse în bare.



—fig 162—

Dacă colivia este simetrică, t.e.m. induse în bare (în inelele de scurtcircuitare nu avem t.e.m. induse) de către un cîmp magnetic învîrtitor circular cu repartiție sinusoidală spațială vor avea valori efective egale, care după cele spuse la cap.3.2.1 pag. 107 sînt:

(483) $$E = \frac{1}{\sqrt{2}} E_m = \frac{1}{\sqrt{2}} v_r l B_m$$

v_r fiind viteza relativă dintre rotor și cîmp. Ținînd seama de expresiile cunoscute:

(484) $$\begin{cases} v_r = \frac{D}{2}(\Omega_1 - \Omega_2) = \frac{D}{2}\Omega_r \\ \phi_\tau = \frac{2}{\pi} \cdot \tau \cdot l \cdot B_m = \frac{2}{\pi}\left(\frac{\pi D}{2p}\right) l B_m \\ \omega_2 = 2\pi f_2 = p(\Omega_1 - \Omega_2) = p\Omega_r \end{cases}$$

se obține valoarea efectivă a t.e.m. din bare:

(485) $$E = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f_2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \phi_\tau$$

care ne arată că din acest punct de vedere al t.e.m. dacă se consideră fiecare bară ca făcînd parte dintr-o fază, trebuie ca pentru colivie să considerăm:

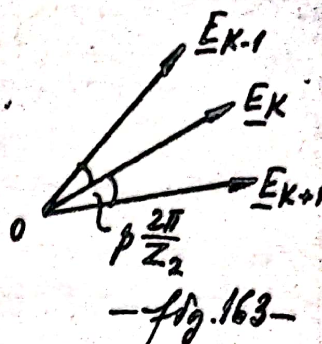
(486) $$k_{w_2} W_2 = \frac{1}{2}$$

(a se compara cu expresia (215) care este valabilă și pt.t.e.m. de mișcare).

Defazajul reciproc al t.e.m. rezultă din unghiul la centru al barelor vecine, fiind transformat în grade electrice:

(487) $$\widehat{\underline{E}_K, \underline{E}_{K+1}} = p\left(\frac{2\pi}{Z_2}\right)$$

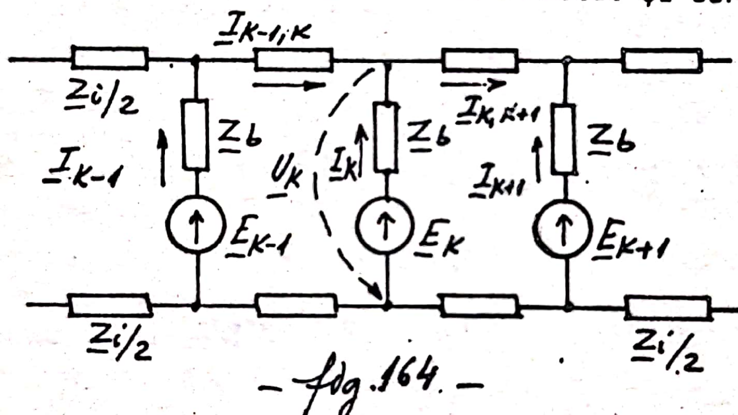
Rezultă că fazorii t.e.m.din bare formează o stea simetrică care se închide după unul sau mai multe parcursuri,funcţie de relaţia dintre numerele p de perechi de poli ai cîmpului inductor şi Z_2 numărul de bare ale coliviei. Pe fig.163 s-au reprezentat trei t.e.m. din trei bare succesive.



– fig.163 –

b) Calculul curenţilor.

Să notăm cu $\underline{Z}_b$ şi $\frac{1}{2}\underline{Z}_i$ impedanţele barei şi porţiunii de inel dintre două bare succesive.Deoarece considerăm t.e.m. din bare ca efecte exclusiv ale cîmpului inductor exterior,în impedanţele considerate intră inductanţele proprii (a se revedea cele spuse la pag.136).Schema echivalentă desfăşurată a coliviei în aceste condiţii este cea din fig.164,pe care s-au notat şi curenţii prin ba-



– fig.164. –

re şi prin inele,precum şi tensiunile la capetele barelor.Prin aplicarea teoremelor I şi II ale lui Kirchoff se obţin relaţiile:

(488) $$\underline{I}_K = \underline{I}_{K,K+1} - \underline{I}_{K-1,K}$$

(489) $$\underline{I}_{K,K+1} = \frac{\underline{U}_K - \underline{U}_{K+1}}{\underline{Z}_i}$$

Pe de altă parte avem evident:

(490) $$\underline{I}_K = \frac{\underline{E}_K - \underline{U}_K}{\underline{Z}_b}$$

Inlocuind (489) şi (49o) în (488) şi ordonînd termenii avem următorul sistem de Z_2 ecuaţii cu necunoscutele $\underline{U}_i$ $(i=1,2,..Z_2)$:

(491) $$\underline{E}_K = -\frac{\underline{Z}_b}{\underline{Z}_i}\underline{U}_{K+1} + \left(1+2\frac{\underline{Z}_b}{\underline{Z}_i}\right)\underline{U}_K - \frac{\underline{Z}_b}{\underline{Z}_i}\underline{U}_{K-1}$$

Tinînd seama de cele spuse mai înainte și observînd că avem:

(492) $$\underline{E}_K = \underline{E}_1 \cdot e^{-j(K-1)\frac{2\pi p}{Z_2}}$$

rezultă soluțiile sistemului (491) sub forma:

(493) $$\underline{U}_K = \frac{\underline{E}_K}{1+2\left(1-\cos\frac{2\pi p}{Z_2}\right)\frac{\underline{Z}_b}{\underline{Z}_i}}$$

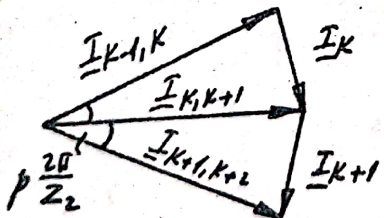
cu ajutorul cărora din (489) se determină curenții prin bare:

(494) $$\underline{I}_K = \frac{\underline{E}_K}{\underline{Z}_b + \frac{1}{\left(2\sin\frac{p\pi}{Z_2}\right)^2}\underline{Z}_i} = \frac{\underline{E}_K}{\underline{Z}_{ech}}$$

Parametrii fazelor echivalente rezultă din această expresie egali cu:

(495) $$\begin{cases} R_{ech} = R_b + \dfrac{R_i}{\left(2\sin\frac{p\pi}{Z_2}\right)^2} \\ X_{ech} = X_b + \dfrac{X_i}{\left(2\sin\frac{p\pi}{Z_2}\right)^2} \end{cases}$$

Curenții din inele formează la fel ca și cei din bare un sistem simetric (fig.165), avînd valori efective ce rezultă din figură, egale cu:



- fig.165 -

(496) $$I_{in} = \frac{I_b}{2\sin\frac{p\pi}{Z_2}}$$

In concluzie, atît curenții cît și t.e.m. formează sisteme simetrice de mărimi polifazate.

c) Tensiunea magnetică produsă.

Fie expresiile instantanee ale curenților prin cele Z_2 bare:

(497)

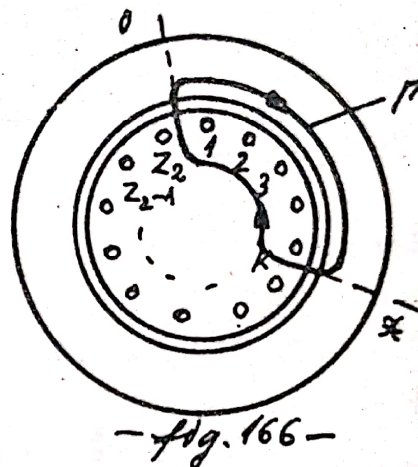
$$(497)\quad \begin{cases} i_1 = I_2\sqrt{2}\cos\omega_2 t \\ i_2 = I_2\sqrt{2}\cos\left[\omega_2 t - p\frac{2\pi}{Z_2}\right] \\ - - - - \\ i_{Z_2} = I_2\sqrt{2}\cos\left[\omega_2 t - (Z_2-1)p\frac{2\pi}{Z_2}\right] \end{cases}$$

Tensiunea magnetică produsă de acești curenți în întrefier se poate calcula pe baza expresiilor (45) și (48) de la pag.26, mașina fiind cu întrefier constant.

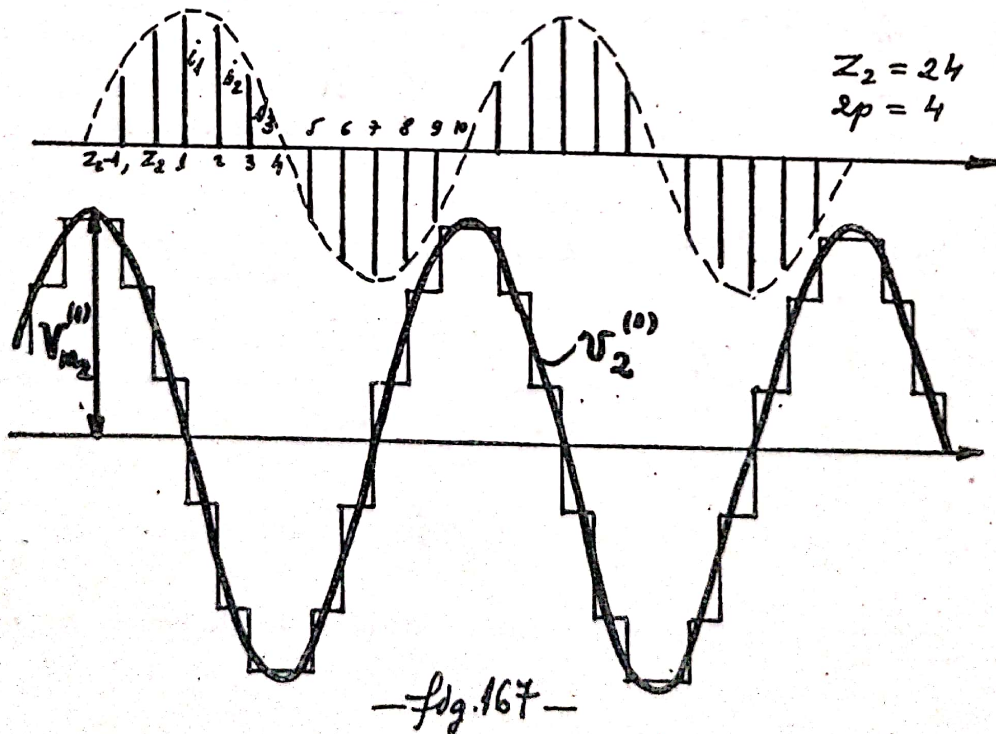
Rezultă:

$$(498)\quad v_\delta(0) - v_\delta(x) = \theta_{0x} = \sum_{k=1}^{n} i_k$$

în care indicele superior este funcție de coordonata x. Se observă că valorile curenților (497) sînt toate date de ordonatele unei singure curbe (fig.167 sus), dacă se consideră timpul t fixat (în fig.167 s-a considerat t=0).



-fig.166-



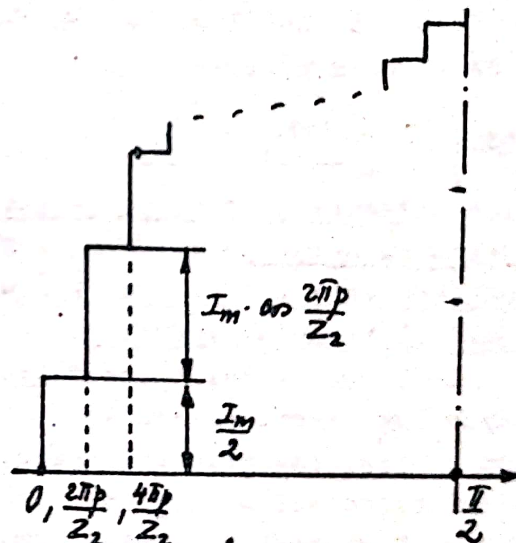
-fig.167-

Pentru valoarea fixată a lui t se poate construi curba de repartiție a tensiunii magnetice în întrefier (fig.167 jos), care este o curbă <u>în trepte inegale</u>, deci un caz diferit de cele studiate la capitolul de producere a cîmpului magnetic în întrefier. Pe figură s-a desenat cu linie îngroșată curba armonicii fundamentale a tensiunii magnetice rotorice $v_2^{(1)}(x)$ care după cum se vede <u>realizează automat acelaș număr de perechi de poli ai cîmpului ca și cîmpul inductor care produce t.e.m. în bare</u>.

Deci din punct de vedere al cîmpului magnetic de reacție a indusului, înfășurarea în colivie se acomodează automat oricărui cîmp învîrtitor exterior, realizînd $p_2 = p_1$ pentru orice $p = p_1$, ceea ce reprezintă o proprietate remarcabilă a acesteia.

Pentru alte momente de timp curba de repartiție a curenților se deplasează "în sensul succesiunii fazelor" (de exemplu pentru $t = 2\pi p/\omega_2 Z_2$ se deplasează cu un pas spre dreapta), astfel că și curba tensiunii magnetice se va deplasa corespunzător. Se vede imediat că teorema reacției indusului rămîne valabilă, cele două cîmpuri învîrtitoare cel inductor exterior și cel indus de reacție fiind în repaus relativ.

Pentru determinarea amplitudinii tensiunii magnetice fundamentale nu mai putem însă aplica formulele cunoscute, de aceea vom pleca de la curba în trepte inegale din fig.168 și vom determina direct fundamentala. Conform formulelor lui Fourier avem:



— fig.168 —

$$(499)\quad V_{m_2}^{(1)} = \frac{4}{\pi}\int_0^{\pi/2} v(\alpha)\sin\alpha\, d\alpha =$$

$$= \frac{4}{\pi}\int_0^{\pi/2} \frac{I_m}{2}\sin\alpha \cdot d\alpha \; +$$

$$+ \frac{4}{\pi}\int_{\frac{2\pi p}{Z_2}}^{\pi/2} I_m \cos\frac{2\pi p}{Z_2}\sin\alpha\, d\alpha + \ldots + \frac{4}{\pi}\int_{\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi p}{Z_2}}^{\pi/2} I_m \cos\left[\left(\frac{Z_2}{4p}-1\right)\frac{2\pi p}{Z_2}\right] \times$$

$$\times \sin\alpha \cdot d\alpha$$

Calculînd integralele se obţine:

$$V_{m_2}^{(1)} = \frac{4}{\pi}\left\{\frac{I_m}{2} + I_m \cos\frac{2\pi p}{Z_2}\cos\frac{2\pi p}{Z_2} + I_{2m}\cos\frac{4\pi p}{Z_2}\cdot\right. \tag{500}$$

$$\left.\cos\frac{4\pi p}{Z_2} + \cdots\cdots + I_m\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi p}{Z_2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi p}{Z_2}\right)\right\}$$

Transformînd produsele de cosinuşi, se obţine în final:

$$V_{m_2}^{(1)} = \frac{Z_2 I_m}{2p\pi} = \frac{\sqrt{2}\cdot Z_2\cdot I_2}{2p\pi} \tag{501}$$

Pentru o înfăşurare polifazată simetrică cu m_2 faze parcursă de un sistem polifazat m_2-fazat de curenţi, simetric, expresia amplitudinii tensiunii magnetice se obţine analog cu calea urmată la pagina 64 (expresiile (128)) fiind:

$$V_{m_2}^{(1)} = \frac{m_2}{2}\left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi}\cdot\frac{k_{w_2} W_2}{p}\cdot I_2\right) \tag{502}$$

Luînd în considerare (486) şi comparînd (501) cu (502), rezultă că trebuie să avem:

$$m_2 = Z_2 \tag{503}$$

adică înfăşurarea în colivie este echivalentă cu o înfăşurare simetrică cu număr de faze $m_2 = Z_2$ egal cu numărul de bare, cu un număr echivalent de spire $k_{w2}.W_2 = 1/2$ şi cu un număr de poli egal cu cel al cîmpului inductor.

Cele două tensiuni magnetice, cea statorică şi cea rotorică se compun (ca fazori spaţiali rotitori) într-una rezultantă, care produce un cîmp magnetic util rezultant învîrtitor în întrefier, numit cîmpul principal al maşinii.

Dacă considerăm t.e.m. induse în bare ca fiind produse de acest cîmp rezultant, trebuie ca în impedanţele $\underline{Z}_b$ şi $\underline{Z}_1$ să considerăm numai inductanţele de scăpări (pag.136) şi atunci parametrii echivalenţi din (495) se referă în ceea ce priveşte reactanţele, la cele de scăpări.

d) Echivalarea coliviei printr-o înfăşurare trifazată.

Această echivalare se face astfel ca fenomenele din maşina echivalată şi din cea reală să fie identice din punctul de vedere al armonicilor fundamentale (ea nu este posibilă dacă se consideră şi

influența armonicilor superioare).Condițiile de echivalare rezultă pe de o parte din bilanțul energetic (par.3.2.6 de la acest capitol) pe de altă parte din efectul magnetic de reacție al rotorului.

Astfel la o putere mecanică dată,pentru a echivala rotorul în colivie cu unul trifazat,trebuie conform (410) și (412) să se conserve mărimile p_{cu2} și $q_{\sigma 2}$. Asta înseamnă între altele,că la o alunecare dată s ,cele două rotoare trebuie să desvolte acelaș cuplu electromagnetic,ceea ce rezultă din (415).Rezultă relațiile:

$$(504)\quad \begin{cases} Z_2 \cdot R_{ech} \cdot I_b^2 = 3 R_2 I_2^2 \\ Z_2 \cdot X_{ech} \cdot I_b^2 = 3 X_{2\sigma} I_2^2 \end{cases}$$

Din condiția de amplitudini egale ale tensiunii magnetice fundamentale din întrefier,avem pe de altă parte relația:

$$(505)\quad \frac{\sqrt{2} \cdot Z_2 \cdot I_b}{2p\pi} = \frac{3}{2}\left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi}\,\frac{k_{w2} W_2}{p}\right) I_2$$

Din relațiile precedente rezultă valorile parametrilor echivalenți:

$$(506)\quad \begin{cases} R_2 = 12\,\dfrac{k_{w2}^2 W_2^2}{Z_2} R_{ech} \\ X_{2\sigma} = 12\,\dfrac{k_{w2}^2 W_2^2}{Z_2} X_{ech} \end{cases}$$

Valorile raportate la stator rezultă :

$$(507)\quad \begin{cases} R_2' = 12\,\dfrac{k_{w1}^2 W_1^2}{Z_2} \cdot R_{ech} \\ X_{2\sigma}' = 12\,\dfrac{k_{w1}^2 W_1^2}{Z_2} \cdot X_{ech} \end{cases}$$

Infășurarea rotorică trifazată care are parametrii egali cu cei dați de relațiile (507),este echivalentă din punct de vedere al fundamentalei cîmpului,cu înfășurarea în colivie.In acest mod fenomenele studiate mai înainte pe cazul mașinii cu rotorul bobinat,rămîn valabile,atît timp cît se consideră doar armonicile fundamentale,și în cazul mașinii cu rotor în colivie.

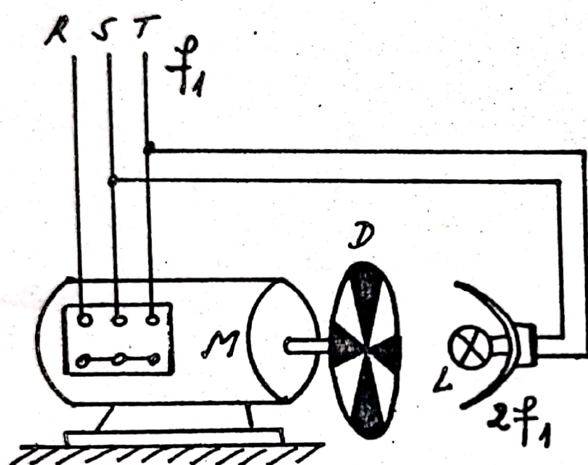
Diferența esențială dintre rotorul bobinat și cel în colivie constă în imposibilitatea modificării din exteriorul mașinii a parametrilor rotorici,în cazul celui din urmă.Din acest motiv nu se poate folosi reostatul de pornire și nu se pot măsura curenții și t.e.m.

din barele coliviei.

Din acest motiv nu mai putem folosi pentru măsurarea alunecării metoda ampermetrului de curent continuu cu zero la mijloc expusă la pag.163.De aceea,la maşinile asincrone cu rotorul în colivie, se folosesc alte metode de determinare a alunecării:

1) - metoda stroboscopică

Pe capătul de arbore al motorului,între acesta şi sarcină, se fixează un disc circular D (fig.169) pe care sînt trasate un număr de sectoare alternative albe şi negre egal cu dublul numărului de poli ai cîmpului învîrtitor (pe desen corespunde lui 2p = 4).Discul în mişcare este iluminat din apropiere de o lampă cu bec de neon,alimentată direct de la reţeaua de care este conectat statorul maşinii.Ca urmare a micii inerţii luminoase a becului cu neon,variaţiile de intensitate ale luminii,urmăresc variaţiile valorii instantanee ale tensiunii reţelei şi cum becul se aprinde la fel în alternanţa pozitivă ca şi în cea negativă,rezultă că frecvenţa impulsurilor luminoase este dublă faţă de cea a reţelei, deci $2f_1$.



– fig.169 –

Dacă rotorul s-ar roti exact la sincronism,viteza sa ar fi în rot/s egală cu:

$$n_1 = \frac{f_1}{p} \qquad (508)$$

ceea ce înseamnă că o rotaţie se efectuează în p/f_1 secunde,iar timpul în care un sector negru ia locul celui imediat următor ar fi de 2p ori mai mic adică $1/2f_1$,exact cît timpul dintre două aprinderi succesive ale becului cu neon.In acest caz se obţine impresia unei imagini nemişcate a discului.

In realitate rotorul se mişcă cu o viteză puţin mai mică ca cea de sincronism,fapt ce are ca rezultat o uşoară rămînere în urmă de la o aprindere a becului la alta,a sectoarelor negre.Impresia care se obţine în acest caz,este cea a unei imagini care aparent se roteşte în

sens contrar sensului real de rotaţie şi este uşor de văzut că dacă se determină viteza de rotaţie a imaginii aparente Ω_{im} alunecarea va fi dată de raportul:

$$s = \frac{\Omega_{im}}{\Omega_1} = \frac{n_{im}}{n_1} \qquad (509)$$

dintre viteza aparentă a imaginii şi viteza de sincronism, măsurate în aceleaşi unităţi de măsură.

Practic dacă se numără N sectoare negre care se perindă în timpul T prin dreptul unui reper fix în spaţiu, avem alunecarea dată de formula:

$$s = \frac{N}{2f_1 \cdot T} \qquad (510)$$

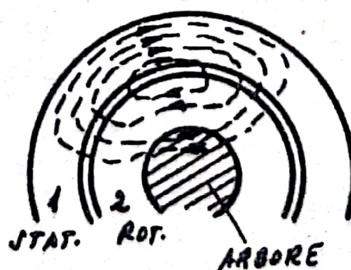
La alunecări foarte mici măsurarea devine nesigură din cauza timpului exagerat de trecere a sectoarelor prin dreptul reperului fix.

Metoda prezintă avantajul că permite măsurarea alunecării fără să introducă cupluri de sarcină care să perturbe starea maşinii, de aceea este singura indicată la încercările maşinilor de mică putere. (în cazul micromaşinilor este totuşi necesară o corecţie datorită cuplului de frecare vîscoasă aerodinamică dintre disc şi aer).

Metoda stroboscopică are numeroase variante, unele din ele fiind realizate sub formă de aparate de măsurat viteza de rotaţie, comercializate sub diferite denumiri ("Oristrob", "Stroboflash" etc...), în care becul de neon este alimentat de la un generator interior de frecvenţă reglabilă continuu, etalonat în rot/min.

2) - metoda milivoltmetrului de curent continuu

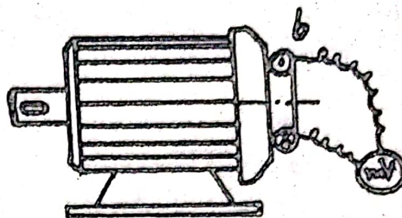
Această metodă se bazează pe faptul că întotdeauna o parte mică a liniilor de cîmp învîrtitor trec parţial şi prin arborele rotoric aşa cum se arată pe fig. 170 alăturată, deci produc în arbore t.e.m. şi curenţi, care se închid în circuitul milivoltmetrului conectat pe capetele arborelui. Acul acestuia va oscila exact cu frecvenţa curenţilor rotorici (deci este indicat un aparat cu zero la mijloc), şi putem folosi aceiaşi metodă de aflare a



- fig. 170 -

alunecării ca cea de la mașinile cu rotorul bobinat.

O variantă a acestei metode, aplicabilă în special la mașinile asincrone cu carcasă nemagnetică și cu rotor cu crestături înclinate, este cea din fig.171, în care se folosește o bobină cu multe spire și cu un diametru de ordinul diametrului pachetului de tole rotoric, legată la un milivoltmetru de curent continuu cu zero la mijlocul scării gradate.



-fig.171-

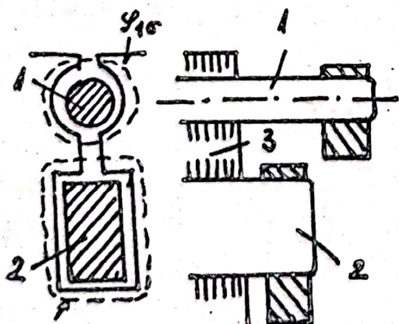
Dezavantajul principal al motorului asincron cu rotor în simplă colivie, este dificultatea asigurării simultane a două condiții contradictorii:

- asigurarea unei alunecări nominale reduse, pentru a avea un randament ridicat de conversie;
- asigurarea unui cuplu ridicat de pornire, deci a unor alunecări mari s_n și s_k.

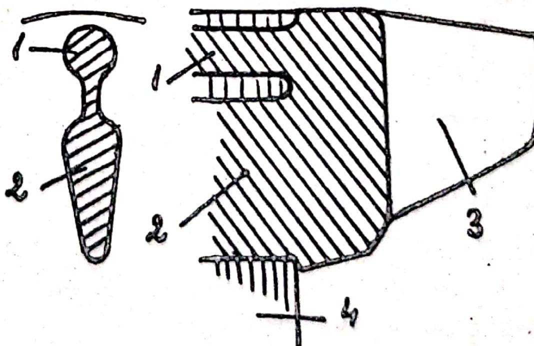
Din acest motiv s-au elaborat alte tipuri de rotoare în scurtcircuit, la care înlăturarea contradicției menționate se face prin folosirea efectelor de refulare a curenților rotorici în perioada pornirii și care sînt descrise în continuare.

3.3.2. Rotorul în dublă colivie.

Pe rotorul mașinii sînt prevăzute două colivii independente (fig.172), sau în legătură galvanică (fig.173) și anume: colivia 1 de pornire și colivia 2 de lucru, pentru regimul staționar normal.



-fig.172-



-fig.173-

Cele două colivii pot fi realizate în principiu şi cu barele plasate în crestături diferite, iar inelele de scurtcircuitare pot fi separate sau comune.

Colivia 1 de pornire are bare de secţiune redusă şi este realizată din material conductor de rezistivitate mărită (alamă, bronz sau aluminiu), astfel că rezistenţa echivalentă rezultă relativ ridicată. Fiind dispusă mai aproape de întrefier şi prezentînd două istmuri în calea liniilor de cîmp magnetic de dispersie (fig.172) are o inductanţă de scăpări mai mică ca cealaltă.

Colivia 2 de lucru are bare de secţiune mărită şi este realizată din material conductor de mică rezistivitate (cupru), astfel că are o rezistenţă echivalentă mică. In schimb inductanţa de scăpări este mai mare ca cea a coliviei 1, în principal datorită fluxului de scăpări care se închide prin zona dintre cele două colivii.

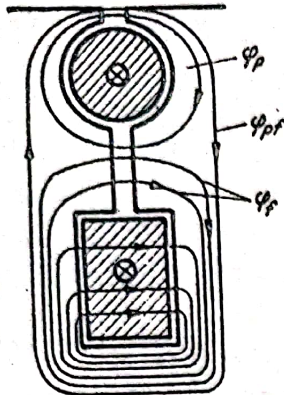
La pornire, alunecarea s avînd valori mari, frecvenţa curenţilor din rotor este apropiată de cea a curenţilor statorici, deci mare faţă de funcţionarea normală, astfel că repartiţia curenţilor în cele două colivii este determinată mai ales de reactanţele lor echivalente. Cum colivia 1 are reactanţă de scăpări mai mică, rezultă că curentul la pornire va fi mult mai mare prin această colivie, decît cel din colivia de lucru 2. Cuplul de pornire va fi practic asigurat doar de colivia de pornire, care are rezistenţă relativ mărită R_2'', deci ca şi cînd am înseria reostatul de pornire cu fazele rotorice la rotorul bobinat, obţinînd astfel valori ridicate ale cuplului de pornire.

In regim normal de funcţionare, alunecarea s este de valoare redusă, deci avem frecvenţe mici, reactanţele de scăpări fiind mici în raport cu rezistenţele coliviilor, astfel că repartiţia curenţilor va fi acum dictată de rezistenţe. Cum colivia 2 are rezistenţă mai mică, practic tot curentul de lucru este dat de colivia aceasta, care are R_2' redus, deci totul se petrece ca şi cînd am fi scurtcircuitat reostatul de pornire.

După cum se vede, la pornire practic tot curentul din rotor se strînge în barele 1 exterioare, iar în regim normal circulă practic numai prin barele 2 interioare. Se zice că la pornire are loc un efect de refulare a curentului (împingere spre întrefier).

Pentru ca efectele descrise să fie cît mai accentuate se adoptă pentru barele coliviei 1 forma rotundă, de minimă reactanţă de scăpări, iar barele coliviei 2 se fac ovale, sau dreptunghiulare (trapezoidale), istmul dintre ele jucînd un rol esenţial.

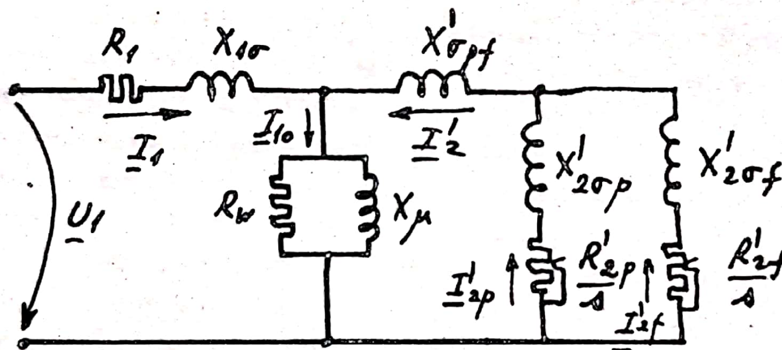
Aspectul simplificat al distribuţiei liniilor de cîmp magnetic



-fig.174-

de scăpări pentru cele două bare este redat pe fig.174 alăturată. Datorită reluctanţei mai mici întîlnită în cale, fluxul φ_{pf} este mult mai mare ca φ_p dar comparabil cu φ_f astfel că se realizează încă un efect de refulare mutuală şi anume: crestătura inferioară 2 este înlănţuită de cea mai mare parte a fluxului crestăturii superioare 1, pe cînd crestătura superioară 1 este înlănţuită doar de o mică parte a fluxului crestăturii inferioare 2 !

Din punct de vedere electric ambele colivii apar legate în paralel, dacă nu ar exista fluxul comun φ_{pf} care este produs de acţiunea ambilor curenţi. De aceea schema echivalentă în raport cu bornele statorice a motorului asincron cu dublă colivie este cea din fig.175.

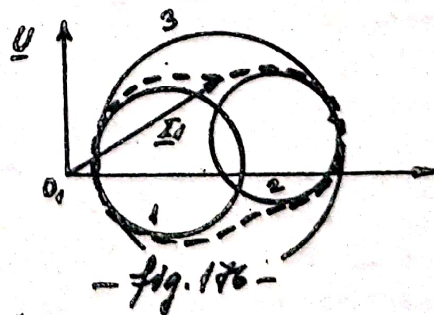


-fig.175-

Locul geometric al curentului $\underline{I}_1$ nu mai este în acest caz un cerc, ci o curbă care se apropie asimptotic de cercurile particulare care rezultă pentru alunecări mici, respectiv mari, din fig.176. Astfel, la $s \approx 1$ dacă se ţine seama că:

$$X'_{2\sigma f} > X'_{2\sigma p} > R'_{2p} > R'_{2f}$$

şi dacă se scrie impedanţa echivalentă celor două braţe în paralel din rotor neglijînd unii termeni, se capătă pentru parametrii rotorului expresiile următoare:



-fig.176-

$$(511)\begin{cases}(R'_2)_e = R'_{2p}\cdot\dfrac{X'_{2\sigma f}}{X'_{2\sigma f}+X'_{2\sigma p}}\\[2ex](X'_{2\sigma})_e = X'_{\sigma pf} + X'_{2\sigma f}\cdot\dfrac{X'_{2\sigma p}}{X'_{2\sigma f}+X'_{2\sigma p}}\end{cases}$$

La $s \approx 0{,}01\ldots0{,}08$, ţinînd seama de aceleaşi inegalităţi,se obţin parametrii:

$$(512)\begin{cases}(R'_2)_{e0} = R'_{2p}\cdot\dfrac{R'_{2f}}{R'_{2f}+R'_{2p}}\\[2ex](X'_{2\sigma})_{e0} = X'_{\sigma pf} + X'_{2\sigma f}\cdot\dfrac{R'_{2p}}{R'_{2f}+R'_{2p}}\end{cases}$$

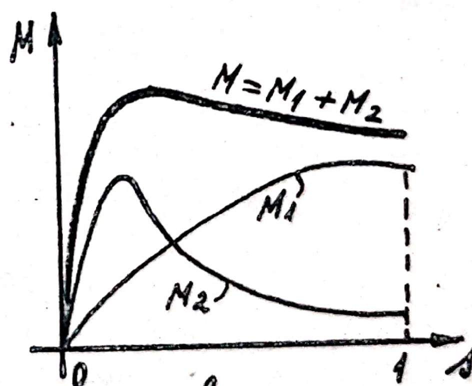
Se observă că avem următoarele relaţii:

$$(513)\begin{cases}(R'_2)_{e0} \ll (R'_2)_e\\(X'_{2\sigma})_{e0} \gg (X'_{2\sigma})_e\end{cases}$$

Acestor cazuri extreme le corespund cercurile 1 pentru alunecări mici şi 3 pentru alunecări mari,care sînt cercuri asimptotice între care se situează curba reală loc geometric.Se poate arăta că între cele două cercuri există un al treilea cerc 2 asimptotic.

Diagrama loc geometric arată că la alunecări mari motorul cu dublă colivie are cos φ_1 mai scăzut din cauza măririi componentei reactive,magnetizante a curentului absorbit.Faţă de motorul în simplă colivie de aceeaşi putere,el are un factor de putere mai scăzut dar realizează performanţe de pornire mai bune (cuplu de pornire mai mare şi curent de pornire mai mic).

Caracteristica cuplului electromagnetic funcţie de alunecare se obţine prin însumarea cuplurilor produse separat de către fiecare colivie în parte,ea avînd aspectul din fig.177.

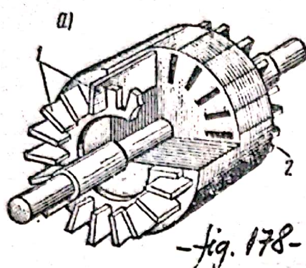


- fig.177 -

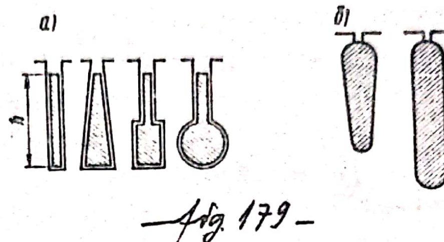
In încheiere trebuie remarcat că parametrii din schema echivalentă nu rămîn riguros constanţi datorită efectului pelicular ce se manifestă la valori mari ale alunecării,precum şi datorită saturaţiei magnetice locale a zonei dentare.

3.3.3. Rotorul cu bare înalte (adînci)

Fenomenul de refulare a curentului spre periferia rotorului care apare la pornire din cauza frecvenței mărite a curenților induși în bare, descris anterior, poate fi folosit într-o manieră continuă la motorul asincron cu bare adînci, al cărui rotor arată ca în fig.178. Crestăturile rotorice sînt de forme diferite (fig.179), dar



-fig. 178-

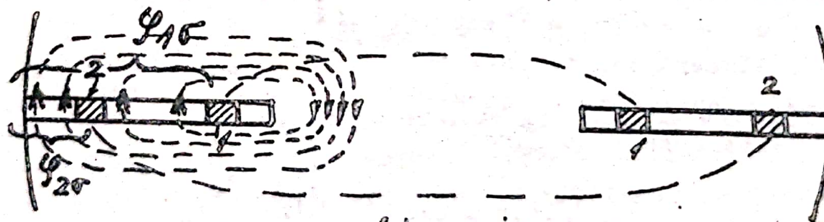


-fig. 179-

în toate cazurile se remarcă o diferență accentuată între dimensiunile secțiunii transversale (lățimi de cîtiva mm, înălțimi de zeci de mm), ceea ce favorizează producerea efectului pelicular care stă la baza funcționării acestui tip de rotor.

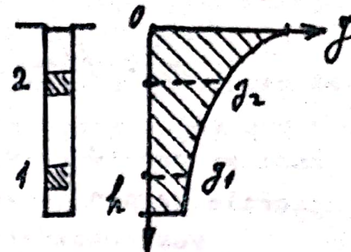
Efectul pelicular se manifestă pregnant la frecvențe mari, deci la pornirea motorului și are ca urmare o repartizare inegală a curentului pe secțiunea transversală a barelor, ceea ce conduce la o modificare a parametrilor echivalenți ai coliviei: rezistența crește iar reactanța scade din cauza scăderii inductanței.

O explicație simplă fizică a fenomenului se poate obține dacă se consideră două bare diametral opuse, ca făcînd parte dintr-o aceeași spiră (fig.180) și dacă se presupune fiecare bară subdivizată în mai multe bare în paralel, formînd diferite spire concentrice inegale, așa cum sînt spira 1-1 și 2-2 din figură. T.e.m. induse în spire sînt evident aceleași, dar impedanțele lor diferă. Din spectrul simplificat al cîmpului magnetic de dispersie (s-a figurat doar cel din crestătură), se vede că fluxul $\varphi_{1\sigma}$ înlănțuit cu spira 1-1 este mai mare evident ca $\varphi_{2\sigma}$ înlănțuit cu spira 2-2, ceea ce are ca urmare faptul că inductanța spirei 1-1 este mai mare ca cea a spirei 2-2.



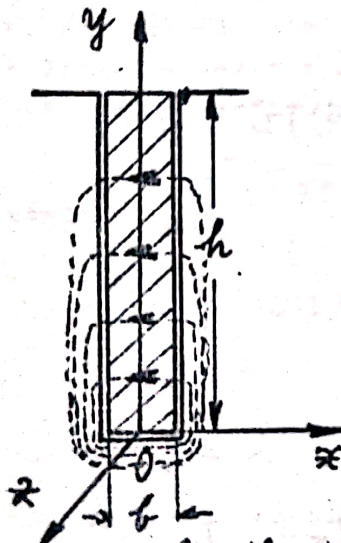
-fig. 180-

Ca urmare a faptului că spira elementară 1-1 are impedanța mai mare ca spira 2-2, curentul elementar ce o străbate este mai mic ca cel din spira elementară 2-2, astfel că densitatea de curent se va distribui pe înălțimea barei așa cum se arată pe fig.181, unde s-au reprezentat și cele două bare elementare ce reprezintă laturi ale spirelor 1-1 și 2-2. Efectul este cu atît mai puternic cu cît este mai mare reactanța inductivă în raport cu rezistența activă a spirelor elementare, adică cu cît este mai mare frecvența curenților rotorici.



- fig.181 -

Concluzii mai precise asupra fenomenului sînt date de teoria matematică bazată pe integrarea ecuațiilor cîmpului electromagnetic în conductoare. Pentru aceasta să considerăm o bară dreptunghiulară cu dimensiunile date în fig.182, plasată în crestătura de aceeași formă. Ipotezele simplificatoare pe care le admitem sînt următoarele:



- fig.182 -

- presupunem bara de grosime foarte mică în raport cu înălțimea, astfel că fenomenele nu depind de coordonata x, a sistemului de coordonate cartezian, ales ca în figură ;
- pereții crestăturii au permeabilitatea magnetică infinit de mare ;
- liniile de cîmp sînt drepte, paralele cu Ox
- nu avem spații de aer (umplere perfectă, deci se neglijează izolația)

Curentul electric prin bară este în sensul pozitiv al axei Oz, producînd cîmpul $\overline{H}$ orientat după regula burghiului drept, așa cum se arată pe fig.182, prin sensul liniilor de cîmp.

Ecuațiile fenomenului sînt:

$$(514)\quad \begin{cases} \mathrm{rot}\,\overline{H} = \overline{J} & \overline{B} = \mu_0 \overline{H} \\ \mathrm{rot}\,\overline{E} = -\dfrac{\partial \overline{B}}{\partial t} & \overline{J} = \dfrac{1}{\rho}\overline{E} \end{cases}$$

mărimile ce intervin fiind exprimate pe componente în modul următor:

(527) $$\underline{J_z}(y) = (\alpha h)\frac{I}{bh}\cdot\frac{ch\,\alpha y}{sh\,\alpha h} = \alpha h\,\underline{J_0}\,\frac{ch\,\alpha y}{sh\,\alpha h}$$

$\underline{J_0}$ fiind densitatea uniformă de curent ce corespunde curentului continuu (condiția $\omega \to 0$, $\alpha \to 0$).Curba de repartiție pe înălțime a acestei densități este cea din fig.181.

Puterea totală aparentă primită de bara considerată se calculează pe baza teoremei Poynting:

(528) $$\underline{S} = P + jQ = \oint_{\Sigma}(\underline{E}\times\underline{H}^{*})\,d\overline{A} = -b\cdot l\left[\underline{E_z}(h)\cdot\underline{H_x}^{*}(h)\right]$$

cîmpul electric fiind:

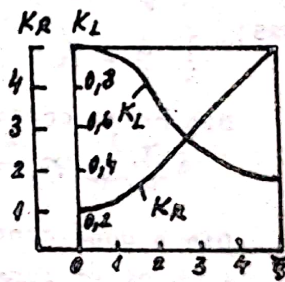
(529) $$\underline{E_z}(y) = \rho\cdot\underline{J_z}(y)$$

Calculînd $\underline{S}$ și scriind părțile reală și imaginară sub forma:

(530) $$\begin{cases} P = K_R R\cdot I^2 \\ Q = K_L\cdot X\cdot I^2 \end{cases}$$

în funcție de factorii de corecție K_R și K_L ai rezistenței și inductanței,se obține;

(531) $$\begin{cases} K_R = \xi\cdot\dfrac{sh\,2\xi + \sin 2\xi}{ch\,2\xi - \cos 2\xi} \\ K_L = \dfrac{3}{2\xi}\cdot\dfrac{sh\,2\xi - \sin 2\xi}{ch\,2\xi - \cos 2\xi} \end{cases}$$



-fig.183-

In fig.183 sînt date curbele de variație ale factorilor de majorare în funcție de variabila adimensională $\xi = \alpha\cdot h$ numită "înălțime redusă" a barei.

Pentru valori mari ($\xi > 2,2$) avem următoarele aproximații:

(532) $$\begin{cases} K_R \approx \xi = h\sqrt{\dfrac{\mu_0\omega}{\rho}} \\ K_L \approx \dfrac{3}{2\xi} \end{cases}$$

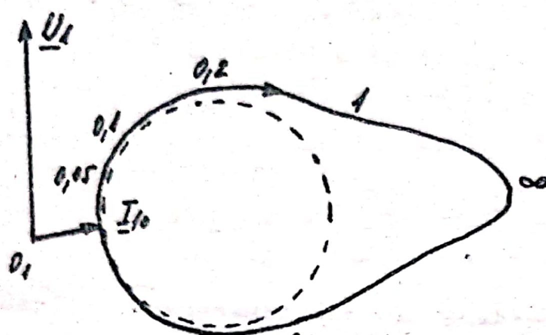
a doua fiind mai puțin precisă pt. $\xi < 4$.

Din aceste considerente rezultă că parametrii rotorului cu bare adînci sînt funcții continue de frecvență,deci de alunecare

avînd aspectul următor:

$$(533) \quad \begin{cases} R_{2e} = R_b\sqrt{s} + R_f \\ X_{2\sigma e} = X_{\sigma b}\dfrac{1}{\sqrt{s}} + X_{\sigma f} \end{cases}$$

Curba loc geometric a curentului statoric I_1 rezultă aplatisată (seamănă la început cu o elipsă),ca în fig.184.Ca urmare a valorii mai mari a componentei magnetizante a curentului,factorul de putere este mai slab ca la rotorul cu simplă sau dublă colivie.



-fig.184-

Pentru a mai reduce din dimensiunea h (adîncimea crestăturii) s-au realizat variante constructive cu alte forme decît cea dreptunghiulară a barei,aşa cum sînt cele din fig.179 (bara trapezoidală şi barele cu baze îngroşate din fig.179 a prezintă caracteristici favorabile).

Datorită simplităţii realizării şi performanţelor bune de pornire,marea majoritate a motoarelor asincrone de mică şi medie putere se realizează cu bare adînci.

Compararea celor trei tipuri fundamentale de rotoare în scurtcircuit se va face mai departe la capitolul în care se studiază procesele de pornire ale motoarelor asincrone.

3.4. Influenţa armonicelor superioare asupra funcţionării maşinii asincrone.

Fenomenele studiate pînă acum în cadrul acestui capitol,au presupus în mod esenţial luarea în consideraţie doar a armonicilor fundamnentale ale mărimilor cu variaţie sinusoidală în spaţiu şi timp (cazul maşinii asincrone ideale).

In cele ce urmează vom lua în consideraţie şi cazul fenomeneloe produse datorită prezenţei acestor armonici.Cauzele apariţiei armonicelor sînt multiple şi anume:

a) - repartizarea discretă la periferia armăturilor a curenţilor electrici,ceea ce face ca curba tensiunii magnetice în întrefier să fie o curbă în salturi

b) - efectele de crestare ale celor două armături

c) - luarea în considerație a saturației magnetice, în special în zona dinților celor două armături

d) - nesinusoidalitatea tensiunilor sau curenților de alimentare

Ca urmare a armonicelor în mașină apar cupluri parazite și forțe de vibrație cu efecte nefavorabile asupra funcționării (blocarea la pornire a rotorului, funcționare la viteze mai mici ca cele normale, înrăutățirea performanțelor ,zgomote și vibrații etc..)

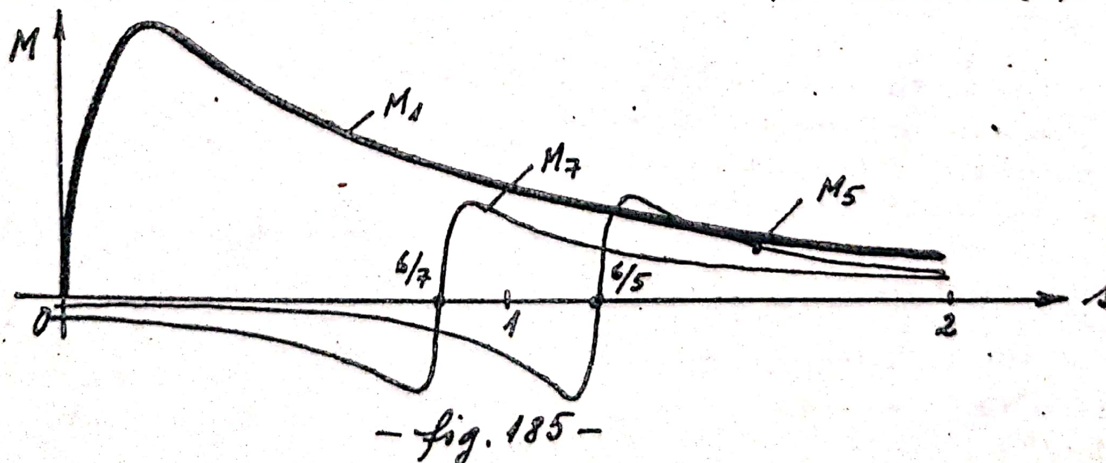
Cupluri parazite apar și din alte motive cum ar fi fenomenele de histerezis magnetic, curenții turbionari etc..

3.4.1. Cupluri parazite asincrone.

Aceste cupluri iau naștere întocmai ca cel care apare din cauza fundamentalei cîmpului învîrtitor rezultant util, dar au amplitudini mai mici și viteze de sincronism diferite.

După cum s-a arătat la cap.2.4.3. din "Probleme generale ale mașinilor rotative de curent alternativ", în afara cîmpului magnetic învîrtitor fundamental (λ = 1 și ν = 1) în mașină pot apare și alte cîmpuri magnetice învîrtitoare <u>directe</u> (în acelaș sens cu cel fundamental) sau <u>inverse</u> (în sensuri opuse). Dacă luăm în considerație numai cauza a) menționată anterior avem λ = 1 iar ν este impar. Din expresiile (180) de la pag.91 rezultă că pentru ν = 5 se obține un <u>cîmp invers</u>, cu viteza de sincronism 1/5 din cea corespunzătoare fundamentalei iar pentru ν =7 se obține un <u>cîmp direct</u> cu viteza de sincronism 1/7 din cea fundamentală.

Cuplurilea asincrone ce corespund acestor armonici variază în raport cu alunecarea s definită față de cîmpul fundamental, așa



- fig. 185 -

cum se arată pe fig.185.In adevăr,alunecarea față de fundamentală și alunecarea față de armonica ν ,au expresiile:

$$s = \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\Omega_1}$$

(534)
$$s_\nu = \frac{\Omega_\nu - \Omega_2}{\Omega_\nu} = \frac{\Omega_1 \mp \Omega_2 \cdot \nu}{\Omega_1}$$

din care rezultă următoarele relații pentru cîmpuri directe,respectiv inverse:

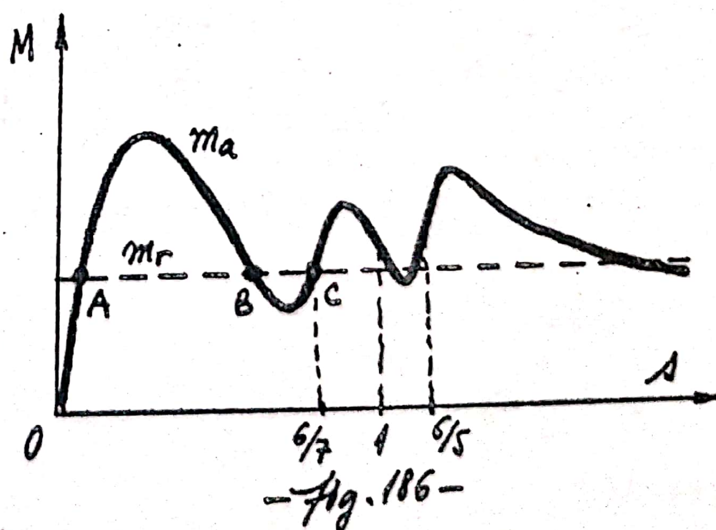
(535)
$$\begin{cases} s_{\nu d} = \nu\left(s - \frac{\nu - 1}{\nu}\right) \\ s_{\nu i} = \nu\left(\frac{\nu + 1}{\nu} - s\right) \end{cases}$$

Din aceste expresii rezultă că vitezele de sincronism pentru cele două cîmpuri considerate ($\nu = 7$ și $\nu = 5$) sînt corespunzătoare valorilor alunecării de 6/7 și respectiv 6/5.In timp ce cuplul M_5 are în zona de lucru a motorului asincron o valoare permanent negativă (se opune cuplului fundamental),cuplul M_7 are la pornire o acțiune favorabilă (este accelerator) dar la alunecări sub 6/7 devine și el frînant.

Cuplul rezultant al mașinii în aceste condiții este o sumă a cuplurilor produse de toate armonicile de cîmp directe și inverse:

(536)
$$M = M_1 + M_5 + M_7 + M_{11} + \cdots$$

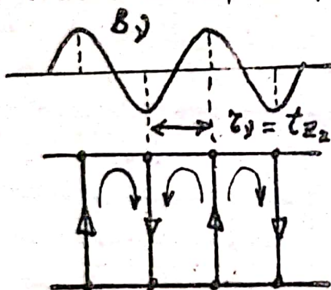
In fig.186 s-a reprezentat curba rezultantă a celor trei cupluri considerate pe fig.185 care rezultă deformată,cu mai multe maxime și minime.Dacă aceste înșeuări sînt relativ importante iar cuplul rezistent are valori ridicate,constante, așa ca în figură,se poate întîmpla ca mașina să funcționeze stabil static,la valori ale vitezei mai mici ca cele normale (de exemplu în punctul C și nu în



-fig.186-

punctul A de funcționare normală).In astfel de situații motorul va funcționa defectuos deoarece va desvolta o viteză micșorată la un curent absorbit mai mare ca cel normal (din cauza creșterii alunecării în mod substanțial !).Va exista pericolul supraîncălzirii înfășurărilor,mergînd pînă la "arderea" izolației cu toate consecințele nefaste ale acesteia.In plus funcționarea este nestabilă,căci la o scădere accidentală a cuplului rezistent la arbore,mașina va fi din nou accelerată trecînd în zona normală de lucru,la alunecări reduse.

Pentru reducerea efectelor acestor armonici trebuie micșorate mult amplitudinile lor,printr-o alegere adecvată a înfășurărilor (dublu strat,pasul scurtat la cca. $y = 0{,}8 \cdot \tau$).In general efectele sînt mici la mașinile cu rotorul bobinat și pot deveni importante la mașinile cu rotorul în scurtcircuit,din cauza închiderii curenților de armonică superioară prin bare alăturate sau apropiate,deci pe trasee de impedanță mică,așa cum se arată pe fig.187,în care s-a presupus că pasul coliviei este egal cu pasul polar al armonicii de cîmp considerate.



-fig.187-

Din acest punct de vedere sînt deosebit de periculoase armonicile dentare produse de existența crestăturilor pe armături.

Dacă se consideră doar una din armături crestată,curba reală de repartiție a cîmpului pe un pas polar va fi ca cea din fig.79.Ordinul armonicilor dentare este evident raportul dintre pașii polari corespunzători fundamentalei τ și armonicii dentare τ_{ν_Z} ,acesta din urmă fiind:

537) $$\tau_{\nu_Z} = \frac{\tau}{2t_d} = \frac{\tau}{2(Z/2p)} = \frac{p\tau}{Z}$$

Rezultă ordinul armonicii dentare:

(538) $$\nu_Z = \frac{Z}{p}$$

Datorită efectului de modulare, ecuația unei curbe ca cea din fig.79 este de forma:

(539) $$b_r(x) = \left(B_m \cdot \cos\frac{\pi x}{\tau}\right)\cos\frac{\nu_Z \pi x}{\tau}$$

O astfel de expresie se descompune în sumă de două componente:

(540) $$b_r(x) = \frac{B_m}{2}\cos(\nu_z+1)\frac{\pi x}{\tau} + \frac{B_m}{2}\cos(\nu_z-1)\frac{\pi x}{\tau}$$

Considerînd un sistem trifazat,sau mai general m-fazat, și însumînd la fel ca la producerea cîmpului învîrtitor pe cale electrică termenii cu aceeași perioadă spațială,se obțin unde directe și inverse de forma:

(541) $$b_d(x,t) = \frac{m}{4}B_m\cos\left[\omega t - (\nu_z+1)\frac{\pi x}{\tau}\right]$$
$$b_i(x,t) = \frac{m}{4}B_m\cos\left[\omega t + (\nu_z-1)\frac{\pi x}{\tau}\right]$$

de unde rezultă vitezele de sincronism ale cîmpurilor învîrtitoare de dantură:

(542) $$\Omega_{\nu_z} = \frac{\Omega_1}{\nu_z \pm 1}$$

Rezultă că ordinele armonicelor de dantură sînt:

(543) $$\frac{Z}{p} \pm 1$$

deci de valori ridicate,comparabile cu ordinele ce rezultă din analiza situației reprezentate pe fig.187. dacă Z_2 (numărul de crestături rotorice la rotorul în colivie) este mare.

Analize mai aprofundate arată că este bine să avem $Z_2 < Z_1$, dar Z_2/Z_1 să fie mai mare ca 1/2.

3.4.2. Cupluri parazite sincrone.

Conform celor arătate la cap.4.1. aplicația nr.2,condițiile de apariție a cuplului între două cîmpuri produse fiecare de către o armătură diferită,sînt:

- egalitatea numărului de poli
- egalitatea vitezelor ca mărime și sens,față de un acelaș sistem de referință
- existența unui decalaj spațial reciproc

Aceste condiții se îndeplinesc în două moduri posibile:

1. - fie cîmpul rotorului este produs de armonica de curent rotorică indusă de către cîmpul statoric,la fel ca în cazul funda-

mentalei, satisfăcînd teorema reacției indusului indiferent de viteza rotorului ;

2. - fie se poate ca armonica de curent rotoric indusă de o armonică a cîmpului statoric, să producă un cîmp rotoric cu un număr de poli egal cu cel al altei armonici a cîmpului statoric și în acest caz cuplul se exercită cu o valoare constantă doar la o anumită viteză a rotorului .

Primul caz corespunde cuplurilor parazite asincrone, în timp ce al doilea corespunde cuplurilor sincrone parazite.

Cele mai importante armonici care produc cupluri parazite sincrone sînt cele de dantură. Să considerăm următorul exemplu al unei mașini cu p=2, m_1=3 faze statorice, m_2=Z_2 = 28 faze rotorice (în colivie) iar numărul de crestături statorice Z_1 = 24.

Armonicile fundamentale dentare ale statorului vor avea ordinele conform (543), egale cu:

(544) $$\nu_{sd} = \frac{Z_1}{p} + 1 = 13 \qquad \nu_{si} = \frac{Z_1}{p} - 1 = 11$$

produse de fundamentala de frecvență f_1 = 50 Hz; curenții rotorici de frecvență f_2 = s.f_1 vor produce fundamentale dentare ale rotorului de ordine:

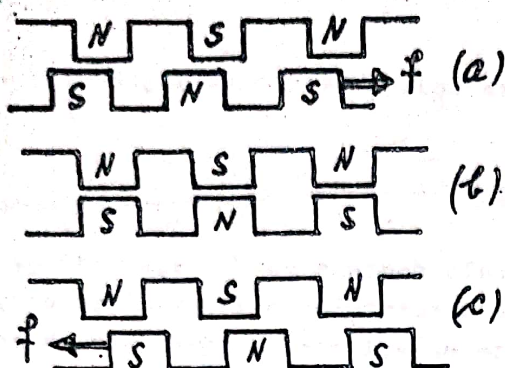
(545) $$\nu_{Rd} = \frac{Z_2}{p} + 1 = 15 \qquad \nu_{Ri} = \frac{Z_2}{p} - 1 = 13$$

După cum se vede armonica directă statorică și cea inversă rotorică au acelaș ordin, deci corespund unui număr identic de poli ai cîmpului. Vitezele lor față de acelaș referențial statoric sînt:

(546) $$\begin{cases} \dfrac{\Omega_1}{13} \\ \Omega_2 + \left(-1 \cdot \dfrac{\Omega_1}{13}\right) = \Omega_2 - \dfrac{\Omega_1 - \Omega_2}{13} \end{cases}$$

deci diferă în general, ceea ce face ca cuplul produs de interacțiunea lor să varieze sinusoidal în timp, avînd o valoare medie nulă.

La o anumită viteză a rotorului , cele două cîmpuri dentare pot fi în repaus relativ unul față de altul, avînd poziții recipro-



- fig.188 -

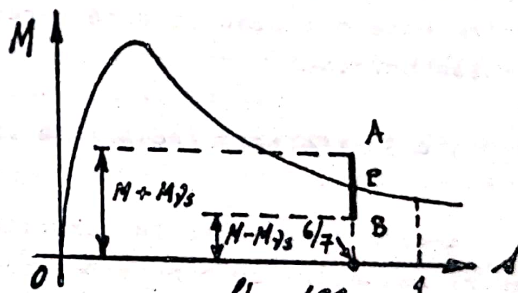
ce posibile ca cele din fig.188 a,b,c, din care rezultă că forțele dintre polii magnetici fictivi corespunzători celor două cîmpuri dentare pot fi nule (cazul b), active (în sensul mișcării) sau rezistente (în sens opus mișcării), ca în cazurile a) și c).

Cuplul sincron ce se manifestă la viteza rotorului Ω_2 pentru care cele două expresii (546) sînt egale, adică $\Omega_2 = \Omega_1/7$, variază deci între două limite:

$$-M_{\gamma s} \leq M_s \leq +M_{\gamma s} \tag{547}$$

în care $M_{\gamma s}$ corespunde cuplului sincron maxim, realizat atunci cînd polii magnetici fictivi sînt decalați spațial la 90° electrice (axa unui pol rotoric se află în axa neutră a polilor statorici).

Cuplul sincron se adaugă cuplului asincron fundamental la alunecarea ce corespunde vitezei critice $\Omega_2 = \Omega_1/7$, deformînd curba cuplului ca în fig.189, unde în dreptul punctului P ce corespunde alunecării respective cuplul capătă valori ce se abat sensibil de cele obișnuite. Segmentul vertical AB reprezintă o sinusoidă foarte turtită în raport cu alunecarea (la cea mai mică variație a acesteia, se ajunge în poziția b) din fig.188, în care cuplul sincron se anulează).



- fig.189 -

Dacă avem:

$$Z_2 - Z_1 = \pm 2p \tag{548}$$

atunci vom avea întotdeauna $\nu_{sd} = \nu_{ri} = \nu_1$, prima rotindu-se cu viteza Ω_1/ν_1 față de stator, iar a doua cu viteza $-(\Omega_1-\Omega_2)/\nu_1$ față de rotor (în sens invers acestuia), deci $\Omega_2-(\Omega_1-\Omega_2)/\nu_1$ față de stator. Aceste două viteze devin egale cînd rotorul se rotește cu vite-

za dată de expresia:

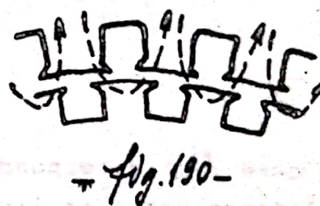
(549) $$\Omega_{z_1} = \frac{2\Omega_1}{1+\nu_1}$$

deci se manifestă în general la viteze destul de reduse,îngreunînd procesul pornirii motorului.

Dacă avem:

(550) $$Z_1 = Z_2$$

atunci ordinele armonicelor fundamentale dentare vor fi egale și se vor roti sincron chiar la viteză nulă a rotorului;atît cele directe, cît și cele inverse!Cuplurile sincrone desvoltate în acest caz chiar în momentul pornirii,pot îngreuna considerabil deplasarea din repaus a rotorului.Acest fenomen de "lipire" a rotorului se înțelege fizic simplu din fig.190,unde poziția reciprocă a dinților celor două armături favorizează pe lîngă efectul de cuplu sincron descris și un alt fenomen,de "ecranare" a rotorului.In adevăr,în poziția indicată liniile de cîmp statorice tind să treacă în special prin dinți (mai ales la pornire, unde amperspirele statorice și cele rotorice sînt în opoziție),întorcîndu-se în stator fără a tăia conductoarele rotorice,deci fără a produce t.e.m. și deci cuplu.Intr-un astfel de "punct mort" cuplul de pornire este mai slab și dacă sarcina este considerabilă mașina nu va putea porni.

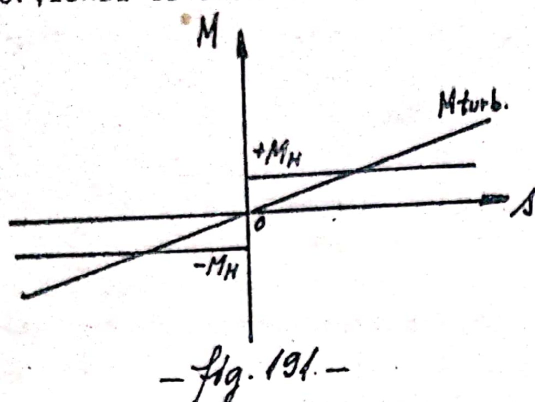

- fig.190 -

3.4.3. Forțele radiale de vibrație. Alte cupluri.

Aceste forțe apar în cazurile cînd în întrefierul mașinii .avem cîmpuri magnetice cu numere de poli $2p_1$ și $2p_2$ apropiate.In acest caz curba cîmpului rezultant are zone în care cîmpul este mult mai puternic ca în rest,fapt ce conduce la apariția de forțe magnetice unilatere,orientate radial,care tind să atragă rotorul de stator.Cum aceste zone se rotesc în lungul periferiei mașinii,ele produc vibrații ale arborelui mașinii,deci uzură accentuată a lagărelor plus producere de zgomot în funcționare.

Din cauza interacțiunii cîmpului magnetic principal învîrtitor cu curenții turbionari induși în tolele rotorului,apare și un cuplu slab,asemănător celui principal,numit cuplu turbionar,avînd acelaș sens cu cel principal,deci avînd caracter activ.Cum rezistența circuitului magnetic al tolelor este ridicată,acest cuplu depinde pro-

porţional de alunecare,avînd însă o pantă foarte redusă (fig.191).



-fig.191-

Un alt cuplu suplimentar este cuplul de histerezis,ale cărui baze fizice au fost expuse în vol.I pag.28.Acest cuplu este neafectat de starea de mişcare a rotorului şi depinde esenţial de unghiul de histerezis α_H al materialului tolelor,în general destul de mic (fig.191).

Efectele pronunţate de crestare a armăturilor conduc şi la apariţia de cupluri reactive,mai ales în cazul cînd $Z_1 = Z_2$ (număr egal de dinţi pe cele două armături).Nu trebuie să confundăm aceste cupluri cu cele sincrone amintite anterior. Esenţa fizică a producerii cuplurilor reactive,este apariţia forţelor electromagnetice care tind să aducă rotorul într-o astfel de poziţie faţă de stator,încît reluctanţa magnetică a spaţiului dintre ele să fie minimă.

3.4.4. Metode de reducere a efectelor parazite.

In vederea reducerii la minim a efectelor cuplurilor parazite, se preconizează următoarele măsuri:

a) - proiectarea corectă a înfăşurării statorice,în vederea reducerii la minim a conţinutului de armonici spaţiale

b) - alegerea corectă a numărului de crestături pe cele două armături şi a corelării corecte a lor,pentru a evita cazurile defavorabile (cum ar fi cele din relaţiile (548),(550))

c) - mărirea întrefierului (nerecomandată,deoarece conduce la mărirea componentei magnetizante a curentului şi deci la înrăutăţirea factorului de putere)

d) - înclinarea crestăturilor cu un pas dentar pe lungime,aşa cum s-a arătat la par.3.2.4.c) pag.121

4. Procese de pornire,frînare,reversare şi reglarea vitezei.

4.1. Pornirea motoarelor asincrone.

4.1.1. Problemele fundamentale ale pornirii motoarelor.

Motorul asincron trifazat conectat la tensiunea trifazată de valoare efectivă constantă nu ajunge dintr-odată la viteza staționară,ci după un anumit interval de timp necesar accelerării maselor rotitoare ale motorului și sarcinii cuplate la ax.In acest interval de timp numit perioadă de pornire,au loc procese tranzitorii suprapuse și anume:

- prin conectarea la tensiune a înfășurărilor motorului apare un regim tranzitoriu electromagnetic al mărimilor electrice și magnetice,peste componentele de regim staționar suprapunîndu-se componente de regim liber ce se amortizează în timp destul de repede; în mașină apare un cîmp unidirecțional descrescător în timp suprapus cîmpului învîrtitor normal
- prin apariția cuplului de pornire începe un regim tranzitoriu electromecanic de accelerare a rotorului

Cele două procese se desfășoară însă cu viteze diferite în timp,din cauza constantelor de timp diferite : procesele electromagnetice sînt determinate de raportul inductanțelor pe rezistențe în timp ce procesele de accelerare sînt determinate de inerția maselor rotitoare și de cuplul excedentar de accelerare,acestea din urmă fiind cu mult mai lente decît primele.Practic procesul electric tranzitoriu este atît de scurt față de cel mecanic,încît putem considera aceste procese ca fenomene independente,în sensul că:

a) la studiul fenomenelor din înfășurări și armături putem considera că rotorul nu a avut timp să capete o viteză sezizabilă, deci putem considera rotorul în repaus (Ω_2 = 0);

b) la studiul fenomenului de accelerare putem considera că fenomenele din mașină au intrat deja în starea staționară,astfel că mărimile respective se determină cu expresiile cunoscute de la studiul regimului staționar,corespunzătoare stării de mișcare curente a rotorului.

In perioada de pornire a motoarelor electrice au loc o serie de fenomene de care trebuie ținut seamă în proiectarea și exploatarea acestora,motoarele și procedeele de pornire trebuind să îndeplinească anumite condiții.Cerințele de calitate referitoare la procesul de pornire se reflectă în anumiți parametrii și date de catalog suplimentare ale motoarelor,precum și în limitările impuse de către rețeaua de alimentare sau mecanismele puse în mișcare.Ele privesc cu deosebire următoarele aspecte tehnico-economice:

1) - cuplul de pornire -

O condiție fundamentală a oricărui motor electric este ca la

pornire cuplul electromagnetic să fie suficient de mare pentru a depăşi pe toată durata pornirii cuplul rezistent rezultant la arbore. Acest cuplu de pornire nu trebuie să fie nici prea mic, nici prea mare, din următoarele motive:

-dacă ar fi prea mic, diferenţa dintre cuplul activ şi cel rezistent numită cuplu de accelerare, fiind mică, ar rezulta o acceleraţie mică şi deci un timp exagerat de mare de pornire, ceea ce are dezavantaje din punct de vedere al productivităţii muhcii şi al încălzirii aşa cum se va vedea mai departe;

-dacă ar fi prea mare, acceleraţiile rezultă mari, incompatibile cu cerinţele proceselor tehnologice (la antrenarea vehiculelor se pot produce alunecări şi patinări, apar forţe de inerţie importante în mecanisme etc...); în plus se pot produce şocuri mecanice în instalaţii (de ex. din cauza jocurilor în angrenaje sau curelelor moarte) şi solicitări la torsiune ale arborilor şi cuplelor.

Raportul:

$$m_p = \frac{M_p}{M_n} = \frac{\text{cuplul de pornire}}{\text{cuplul nominal}} \tag{551}$$

numit <u>ordin de multiplicitate al cuplului de pornire</u> este o dată de catalog importantă a motorului cu rotorul în scurtcircuit (la cel bobinat depinde de reostatul de pornire folosit) şi are valorile în intervalele următoare:

-colivie simplă: 0,9...1,4
-bare adînci: 1,4...1,8
-dublă colivie: 1,5...2,5

2) - <u>curentul la pornire</u> -

Toate motoarele electrice absorb în perioada pornirii curenţi mai mari decît cei de regim staţionar, pe de o parte din cauza regimului tranzitoriu electromagnetic din înfăşurări, pe de altă parte din cauză că în perioada pornirii trebuie să desvolte cupluri mai mari, necesare accelerării maselor în rotaţie (la pornire trebuie să fie învins şi cuplul $J \cdot \frac{d\Omega}{dt}$ care este nul în regim staţionar). Socul de curent la pornire are efecte nedorite şi anume:

- în cazul unei reţele de alimentare slabe (cu impedanţă echivalentă, în raport cu barele de alimentare ale motorului, mare), la pornirea motorului avem o scădere importantă a tensiunii barelor, cu reducerea corespunzătoare a cuplului de pornire a motorului şi cu efecte neplăcute asupra celorlalţi consumatori cuplaţi la aceleaşi bare

cu motorul;

- produce efecte termice însemnate,ca urmare a pierderilor în cupru prin efect Joule de valoare mult mărită față de regimul normal (depind de patratul valorii efective !) ;ca urmare a acestui fapt se înregistrează creșteri însemnate de temperatură ale înfășurărilor motorului,ale conductelor electrice și ale aparatelor înseriate (bobine de reactanță,transformatoare etc..) cu efecte negative asupra izolației,rezistenței mecanice și stabilității termice.

- înrăutățește randamentul energetic (scade randamentul din cauza pierderilor și scade și factorul de putere din cauză că curentul la pornire este practic un curent de magnetizare,reactiv)

Din aceste motive este de dorit ca șocul de curent la pornire să fie cît mai redus.Raportul:

$$i_p = \frac{I_p}{I_n} = \frac{\text{valoarea efectivă maximă a curentului la pornire}}{\text{val.ef. a curentului nominal}} \qquad (552)$$

numit ordin de multiplicitate al curentului de pornire este o altă dată de catalog importantă a motorului cu rotorul în scurtcircuit (la cel bobinat depinde de reostatul de pornire) și are valori de:

-colivie simplă: 5...7
-bare adînci: 4...6
-dublă colivie: 3...6

3) - durata pornirii -

Timpul necesar accelerării rotorului din repaus pînă la o valoare apropiată de viteza normală de regim staționar (deobicei 95%) definește durata pornirii motorului și depinde în principal de momentul de inerție rezultant raportat la axul motorului și de cuplul de accelerare.Este de dorit ca timpul de pornire să fie cît mai redus,pentru a nu se produce încălziri însemnate ale înfășurării statorice și pentru o productivitate mai mare a acționării mecanismelor. In unele cazuri acest lucru contravine limitării accelerației din considerente tehnologice.

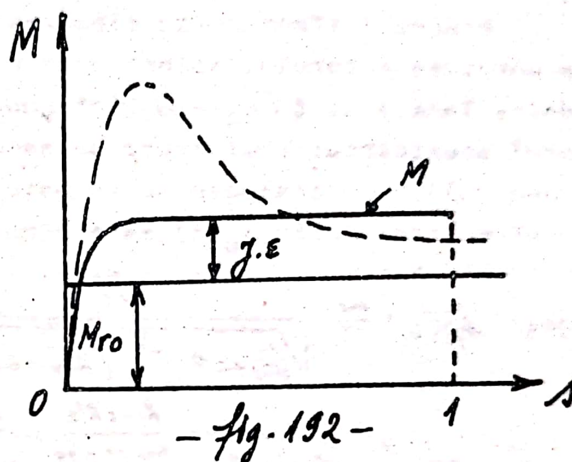
4) - variația cu alunecarea a cuplului activ -

In anumite procese de pornire se impun anumite cerințe referitoare la variația în timp a vitezei la pornire,cerințe care nu se pot asigura decît printr-o corelare judicioasă a caracteristicilor mecanice ale motorului și ale mecanismului acționat ; de exemplu se poate cere ca accelerația la pornire să fie constantă și de o anu-

mită valoare impusă. Dacă cuplul rezistent al mecanismului este constant, nedepinzînd de viteză, așa cum se întîmplă la mecanismele de ridicat, această condiție necesită o valoare constantă a cuplului motorului pe durata pornirii, după cum rezultă din ecuația:

$$M = J \cdot \frac{d\Omega_2}{dt} + M_{ro} = J \cdot \varepsilon + M_{ro} \tag{553}$$

adică curba M = M (s) trebuie să aibă aspectul indicat în fig.192. cu linie plină. Este evident că un motor "normal" cu o caracteristică ca cea desenată punctat pe aceeași figură, nu poate să asigure cerința impusă. Acest tip de caracteristică se poate realiza cu aproximație, de motoare cu bare adînci sau cu dublă colivie, sau de către motoare bobinate cu pornire în trepte, așa cum se va vedea mai departe.



- fig. 192 -

Corelația dintre cele două caracteristici, a cuplului activ, electromagnetic și a cuplului rezistent, funcție de alunecarea s, influențează alura curbei de accelerare $\Omega_2 = f(t)$ și durata de pornire, după cum vom vedea.

5) - <u>economicitatea schemei de pornire</u> -

Cu cît pierderile la pornire sînt mai reduse, cu atît randamentul schemei de pornire este mai ridicat, fapt ce are deosebită importanță d.p.v. energetic, mai ales în schemele cu porniri multiple, repetate.

Simplitatea schemei are deasemenea rol important, putînd conduce la micșorarea cheltuielilor de investiții și la mărirea siguranței în funcționare. Din acest punct de vedere pornirea directă prin cuplare la rețea este cea mai avantajoasă și oridecîte ori este cu putință, trebuie preferată.

6) - <u>posibilitatea de automatizare</u> -

In stadiul actual al desvoltării tehnicii, pornirea motoarelor electrice nu se mai face prin comandă manuală, ci automatizat, folosind scheme de comandă magnetică (cu relee și contactoare), sau electronică. De aceea posibilitățile de automatizare ale unei scheme de pornire re-

prezintă o calitate importantă a schemei de pornire.De regulă automatizarea ţine seama şi de diversele tipuri de protecţii (la suprasarcină,la supratensiuni,la scurtcircuite,protecţia contra rămînerii în două faze etc..).

Inainte de a trece în revistă principalele metode de pornire ale motoarelor asincrone,să reluăm pe scurt unele aspecte ale pornirii,enunţate mai înainte la modul general.

4.1.2. Curentul de pornire şi impedanţa motorului.

Procesul tranzitoriu electromagnetic al curentului statoric la pornirea motorului asincron,se poate determina în baza ipotezei admise la 4.1.1. (Ω_2 = 0),într-un mod cu totul asemănător ca în cazul scurtcircuitului brusc pe secundarul transformatorului (vol. I pag.263).Prin analogie cu transformatorul,expresia curentului de pornire tranzitoriu $i_p(t)$,este următoarea:

$$(554)\quad i_p(t) \cong \frac{U_1}{\sqrt{(R_1+cR_2')^2+(X_{1\sigma}+cX_{2\sigma}')^2}}\left\{\sin(\omega_1 t+\beta-\varphi_K) - \sin(\beta-\varphi_K)\cdot e^{-\frac{R_1+cR_2'}{X_{1\sigma}+cX_{2\sigma}'}\omega_1 t}\right\}$$

Componenta aperiodică are constantă mică de timp şi dispare practic,înainte de o accelerare sensibilă a rotorului,astfel că în continuare curentul corespunde regimului staţionar,variind cu alunecarea s conform curbei loc geometric respective.

Cea mai mare valoare efectivă instantanee definită pentru regimul tranzitoriu considerat prin relaţia:

$$(555)\quad I(t) = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} i_p^2(t)\,dt}$$

este considerată drept curent de pornire I_p (cel ce apare şi în relaţia (552)) ; la fel ca la transformator se poate determina această valoare din (554),dar este de preferat o determinare experimentală,rezultată ca medie statistică a mai multor porniri la intervale rare de timp,pentru a evita modificări ale parametrilor din cau-

za încălzirii.

In toată perioada pornirii, motorul apare față de rețeua de alimentare ca o impedanță echivalentă trifazată, simetrică, variabilă cu starea de mișcare a rotorului, notată cu ZM și definită prin:

$$Z_M = \frac{U_1}{I_1(s)} \qquad (556)$$

In primele momente ce urmează cuplării la rețea, se poate determina valoarea inițială a impedanței motorului, prin relația:

$$Z_{M0} = \frac{U_1}{I_p} \qquad (557)$$

Dacă se definește impedanța de bază a motorului prin:

$$Z_b = \frac{U_{1n}}{I_{1n}} \qquad (558)$$

și dacă se ține seama de (552), rezultă:

$$Z_{M0} = \frac{Z_b}{i_p} \qquad (559)$$

pentru modulul impedanței.

Pentru celelalte momente de timp ce corespund perioadei de accelerare, adică regimului tranzitoriu electromecanic, se poate determina variația impedanței motorului cu alunecarea dacă se admit ipotezele simplificatoare următoare:

- neglijarea curentului de mers în gol I_{10}
- se presupun valabile expresiile ce corespund formulei Kloss simplificate, pentru cuplul electromagnetic

In aceste condiții, din relațiile:

$$M = \frac{3R_2' I_2'^2}{s\Omega_1} = \frac{2M_m}{\frac{s}{s_K} + \frac{s_K}{s}}$$

(560)

$$M_p = \frac{3R_2' I_{2K}'^2}{\Omega_1} = \frac{2M_m}{1/s_K + s_K}$$

rezultă cu $I_1 = I_2' = I_1(s)$ și $I_{2k}' = I_p$, relația:

$$I_1(s) \cong I_p \cdot \sqrt{\frac{1+s_K^2}{1+\left(\frac{s_K}{s}\right)^2}} \qquad (561)$$

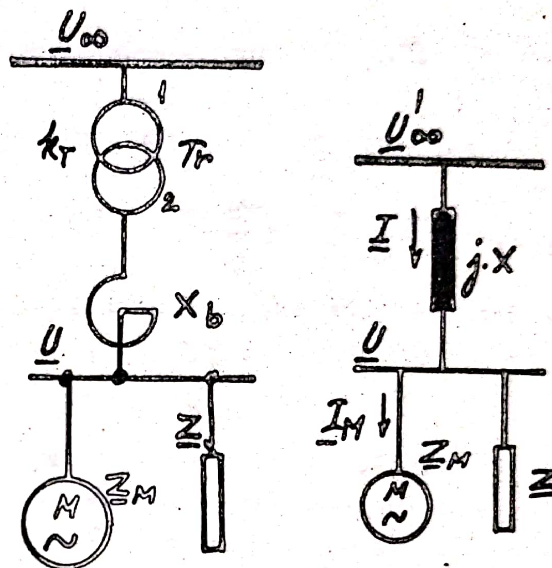
Ținînd seama de aceste relații, rezultă pentru impedanța motorului expresia :

$$(562)\quad Z_M(s) = \frac{Z_b}{i_p}\sqrt{\frac{1+\left(\frac{s_k}{s}\right)^2}{1+s_k^2}}$$

(s-au luat în considerație expresiile (556),(557) și (559)).

Fără a face prea mari erori, se poate considera că impedanța motorului este o reactanță inductivă pură $Z_M = j \cdot X_M$.

O schemă tipică de conectare a motorului asincron este de exemplu cea din fig. 193, în care avem figurate barele de putere infinită și de tensiune constantă U_∞, un transformator coborîtor de tensiune, o reactanță limitatoare de curenți de scurtcircuit X_b, precum și impedanța echivalentă a altor consumatori cuplați în paralel cu motorul, la barele de tensiune secundară U.



- fig.193 -

In dreapta figurii se indică schema echivalentă redusă la secundar, în care mărimile reduse au valorile:

$$(563)\quad U'_\infty = \frac{1}{k_T}\cdot U_\infty \qquad X = X_{Tr} + X_b .$$

$$(564)\quad X_{Tr} = \frac{u_{sc}(\%)}{100\cdot k_T^2}\cdot\frac{U_{1n}^2}{S_n}$$

$$(565)\quad X_b = \frac{x_b(\%)}{100}\cdot\frac{U_n}{\sqrt{3}\cdot I_n}$$

$$(566)\quad Z_M = j\cdot X_M$$

calculate funcție de datele nominale ale transformatorului (U_{1n} în kV, S_n în MVA) și ale bobinei de reactanță (U_n în kV, I_n în kA și x_B în % egală cu căderea nominală de tensiune $100.\Delta U_n/U_n$).

Impedanţa echivalentă $\underline{Z}$ a consumatorilor în paralel se poate determina cu expresia:

$$\underline{Z} = \frac{U_n^2}{S_n}(\cos\varphi_n + j\cdot\sin\varphi_n) \quad (567)$$

pentru fiecare consumator, calculînd apoi impedanţa echivalentă a tuturor consumatorilor în paralel cu formula binecunoscută.

Cunoscînd datele schemei se poate determina curentul prin motor şi cel luat din reţea la pornire, precum şi tensiunea la barele secundare de alimentare ale motorului:

$$(568)\quad \begin{cases} \underline{I}_M = \dfrac{\underline{U}'_\infty}{\underline{Z}_M + j\cdot X(1 + \underline{Z}_M/\underline{Z})} \\[2ex] \underline{I} = \dfrac{\underline{U}'_\infty}{j\cdot X + (\underline{Z}_M /\!/ \underline{Z})} \\[2ex] \underline{U} = \dfrac{\underline{U}'_\infty}{1 + j\cdot \dfrac{X}{\underline{Z}_M /\!/ \underline{Z}}} \end{cases}$$

Cu ajutorul expresiilor precedente se verifică:

a) - căderea de tensiune a barelor de alimentare produsă de şocul de curent de pornire să fie limitată:

$$\Delta U \leq (10...15\,\%)\,U_n$$

b) - cuplul de pornire desvoltat de motor în condiţiile tensiunii scăzute a barelor de la pct.a) anterior, să fie mai mare ca cel rezistent la ax, cu o rezervă de cel puţin 20...30 %. De obicei se cere ca:

$$\frac{M_p - M_r}{M_n} \geq 0,35$$

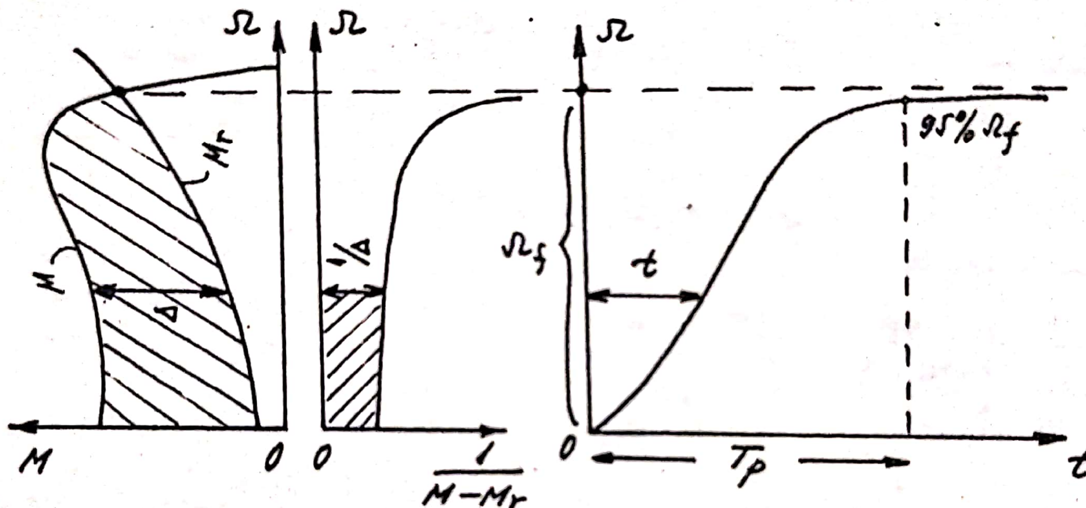
c) - cuplul de pornire să fie suficient de mare, pentru ca timpul de pornire să nu fie prea lung, caz în care există pericolul apariţiei de rezonanţe la viteze critice ale arborelui maşinii sub cea de sincronism, precum şi depăşiri ale stabilităţii termice ale maşinii, sau altor elemente componente ale schemei aflate în serie.

4.1.3. Determinarea timpului de pornire.

Vom presupune că cuplurile activ și rezistent, depind numai de viteză, deci doar de alunecarea s. In acest caz ecuația de mișcare a rotorului:

(569) $$M = J \cdot \frac{d\Omega}{dt} + M_r \qquad (\Omega \equiv \Omega_2)$$

în care momentul de inerție J și cuplul rezistent M_r sînt mărimile globale, rezultante, reduse la axul motorului (a se vedea ANEXA nr.1)



-fig. 194 -

se poate scrie:

(570) $$dt = J \cdot \frac{d\Omega}{M_a(\Omega) - M_r(\Omega)} = J \cdot \frac{d\Omega}{M - M_r} = J \cdot \frac{d\Omega}{\Delta}$$

adică în ipoteza adoptată, permite prin integrare aflarea timpului ca funcție de viteză, sau alunecare:

(571) $$t_{12} = J \cdot \int_{\Omega_i}^{\Omega_f} \frac{d\Omega}{M - M_r} = J \cdot \int_{\Omega_i}^{\Omega_f} \frac{d\Omega}{\Delta}$$

Integrarea se poate face analitic, sau prin metode grafice și grafo-analitice în cele mai generale cazuri.

Astfel,dacă se știe $M = M(s)$ și $M_r = M_r(s)$ ca în fig.194 stînga, se poate trasa punct cu punct curba $1/(M - M_r) = f(s)$ reprezentată la mijloc (pe figură s-au trasat curbele funcție nu de alunecare că de viteză).Atunci aria hașurată, reprezintă prin înmulțire cu J, chiar timpul necesar accelerării din repaus,pînă la viteza curentă considerată,t reprezentat în dreapta figurii.

Deoarece timpul necesar atingerii vitezei de regim staționar este teoretic infinit,se consideră ca terminare a procesului de pornire momentul cînd viteza este 95% din valoarea staționară,deci valoarea T_p din fig.194.

Calculul analitic se poate face numai în puține cazuri,de exemplu pentru pornirea în gol a motoarelor la care este valabilă formula lui Kloss.In acest caz (571) exprimată în funcție de alunecare este :

$$t = -\frac{J\Omega_1}{2M_m}\cdot\int_1^s \frac{s^2+s_k^2}{s s_k}\,ds \tag{572}$$

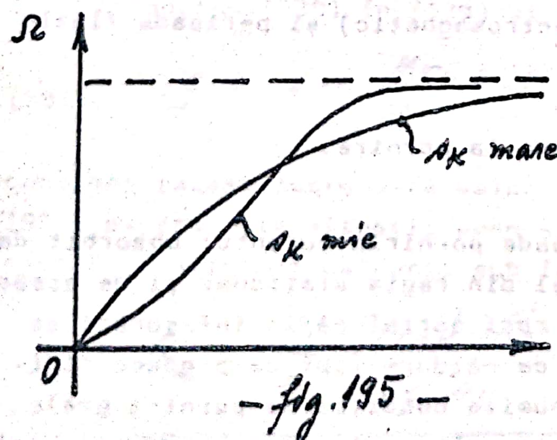
Efectuînd integrarea și notînd constanta de timp electromecanică prin:

$$T_m = \frac{J\Omega_1}{M_m} \approx \frac{2}{3}\cdot\frac{J\Omega_1^2(X_{1\sigma}+X'_{2\sigma})}{U_1^2} \tag{573}$$

se obține soluția:

$$t = T_m\left[\frac{1-s^2}{4s_k} + \frac{s_k}{2}\ln\frac{1}{s}\right] \tag{574}$$

In fig.195 sînt trasate două curbe de accelerare $\Omega = f(t)$,din care se vede că aspectul depinde de valorile alunecării critice s_k ,atît pentru valori mici cît și pentru valori mari ale lui s_k rezultînd durate T_p de pornire mari.



-fig.195-

Se poate arăta că alunecarea critică optimă și durata de pornire minimă care rezultă,sînt date de expresiile:

Să determinăm acum căldura la pornire în rotor, pe o altă cale, folosind relațiile energetice stabilite la par.3.2.6. referitor la bilanțul de puteri. Avem:

(583) $$Q_2 = \int p_{cu_2}\, dt = \int \Delta P\, dt = \int \Delta (M\Omega_1)\, dt =$$

$$= \int \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\Omega_1} \cdot \Omega_1 M\, dt = \int (\Omega_1 - \Omega_2) M\, dt$$

iar din (569) avem:

(584) $$M = \frac{J}{1 - \frac{M_r}{M}} \cdot \frac{d\Omega_2}{dt} = \frac{J}{\xi} \cdot \frac{d\Omega_2}{dt}$$

deci (583) devine:

(585) $$Q_2 \cong \frac{J}{\xi} \int_0^{\Omega_1} (\Omega_1 - \Omega_2)\, d\Omega_2$$

adică:

(586) $$Q_2 = \frac{1}{\xi}\left(\frac{J\Omega_1^2}{2}\right)$$

Pe baza expresiilor (582) și (586) se pot trage concluziile următoare:

- căldura desvoltată la pornire este determinată de energia cinetică acumulată în masele puse în mișcare (la pornire în gol ξ = 1 și este chiar egală cu energia cinetică ; la pornire în sarcină, din cauză că $\xi < 1$, este ceva mai mare)
- căldura desvoltată nu depinde de tensiune, sau de parametrii mașinii; aparent expresia (582) pare să contrazică acest lucru, dar dacă se ține seama că $I_p = U_1/(X_{1\sigma} + X'_{2\sigma})$, $s_k = R'_2/(X_{1\sigma} + X'_{2\sigma})$, dacă neglijăm s_k^2 față de 1 și dacă se ia în considerație expresia (573), se ajunge de la (582) la (586) pe altă cale !
- dacă se ține seama de (574), precum și de faptul și mai general al proporționalității timpului de pornire cu constanta T_m, se ajunge la concluzia bazată pe (582), că în perioada pornirii căldura este proporțională cu mărimea $I_p^2 \cdot T_p$. Cum curentul de pornire nu variază prea mult pe durata pornirii, rezultă necesitatea de asigurare a unei durate mici de pornire a motorului.

Din cele spuse rezultă că dacă se inseriază cu rotorul o rezistență exterioară (cazul reostatului de pornire la mașina cu rotor bobinat), pierderile la pornire se vor împărți între înfășurare și reostat la fel ca rezistențele lor, deci cea mai mare parte a căldurii desvoltate se va degaja în rezistența exterioară (evident cu condiția $R_{2ext} \gg R_2$) și nu în înfășurare, ceea ce reprezintă un avantaj considerabil al motorului cu rotor bobinat în raport cu cel cu rotor în scurtcircuit. Din acest motiv, la sarcini cu inerții considerabile, antrenate la viteze mari, este recomandată expres folosirea motoarelor cu rotor bobinat!

De multe ori, pentru a reduce solicitarea termică, se folosesc în locul unei singure mașini două mașini identice pe acelaș ax, cu puteri pe jumătate, care au împreună un moment de inerție rezultant mai mic decît cel al mașinii singure (soluția se recomandă doar la acționări în regimuri foarte variate, cu multe reversări și cu mecanisme antrenate avînd inerții reduse în raport cu motorul).

Problemele cele mai dificile din punct de vedere al solicitării termice, se pun la motoarele cu rotor în scurtcircuit, la care nu există posibilitatea reducerii șocului de curent la pornire cu ajutorul unui reostat exterior și nici posibilitatea disipării în acesta a unei mari părți din căldura produsă.

Dacă se admite că procesul încălzirii este adiabatic (toată căldura produsă servește la încălzirea înfășurărilor, netransmițîndu-se nimic mediului), creșterea de temperatură rezultă din:

(587) $$Q_2 = M \cdot c \cdot \Delta\vartheta$$

în care masa se poate exprima prin densitate și volumul coliviei cu expresia:

(588) $$M = \rho_m \cdot V = \rho_m (l \cdot s)$$

iar rezistența electrică fiind $R_2 = l/(\sigma . s)$ rezultă:

(589) $$\Delta\vartheta = \left(\frac{\sigma}{\rho_m c}\right) \cdot \frac{R_2 Q_2}{l^2}$$

Mărimile R_2, l și Q_2 sînt cunoscute la o mașină dată, deci pentru a limita creșterea temperaturii trebuie să asigurăm o valoare mică a grupului de factori:

(590) $$\frac{\sigma}{\rho_m c}$$

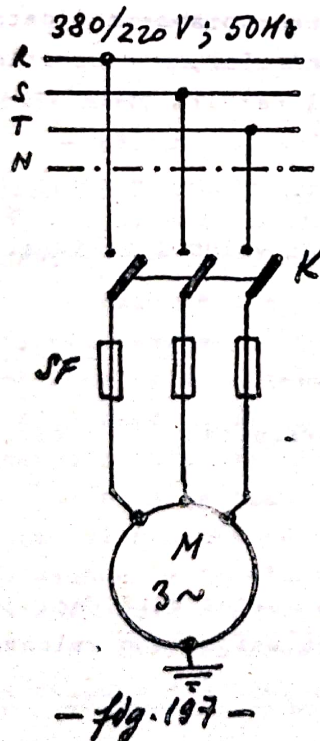
Pentru materialele cele mai folosite în realizarea coliviilor, șirul ordonat în sensul micșorării raportului (59o7) este : cupru--aluminiu-alamă-bronz fosforos.

Un efect important asupra reducerii temperaturii îl are lungirea mașinii (mărirea lui l în (589)).In acest caz pentru o putere dată produsul $D^2.l$ trebuind să rămînă acelaș,va rezulta o scădere a diametrului mașinii deci și o scădere a lui J,deci a lui Q_2! Pentru a nu varia rezistența rotorică R_2 va trebui ca odată cu creșterea lui l să crească și a ,secțiunea barelor coliviei,deci va crește volumul de cupru al coliviei în schimb.In general mașinile folosite la acționări rapide reversibile,specifice aplicațiilor metalurgice,sînt de acest tip,adică lungi și cu diametre mai reduse ca tipurile normale.

4.2. Procedee de pornire a motoarelor asincrone.

4.2.1. Pornirea directă.

Acest procedeu simplu de pornire este din ce în ce mai folosit,acolo unde rețeaua de alimentare este suficient de puternică pentru ca să suporte șocul de curent.



-fig.197-

El are avantajul că necesită un minim de aparate de comandă,schema fiind simplă și sigură (fig.197) și în plus, are durata pornirii T_p cea mai scurtă dintre toate procedeele de pornire.

Dezavantajele procedeului sînt legate de șocul de curent exagerat de la pornire,care poate deranja funcționarea altor receptoare conectate la aceeași rețea.Din această cauză procedeul se aplică doar la puteri ale motoarelor de cel mult cîțiva kW (cazul motoarelor care acționează pompe,ventilatoare,polizoare, strunguri și freze,mașini de găurit).

Siguranțele fuzibile SF se aleg astfel încît curentul nominal I_{nf} să fie imediat superior valorii:

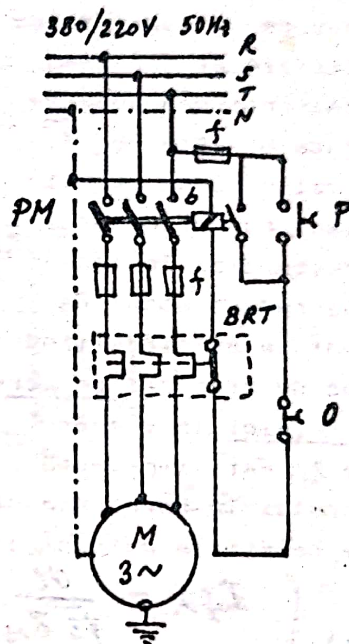
(591) $$I_{nf} \geq \frac{i_p \cdot I_n}{K}$$

în care i_p este cel definit în (552), I_n este curentul nominal, iar K un coeficient de siguranță cu valorile:

- 2,5 pentru porniri rare și ușoare
- 1,6...2 pentru porniri grele, cu durate mari
- 1 pentru porniri cu reostat de pornire

În cazul cînd I_n nu este cunoscut, el poate fi determinat funcție de datele nominale de pe plăcuța indicatoare a mașinii, pe baza bilanțului energetic, cu formula:

(592) $$I_n = \frac{P_n}{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot \eta_n \cdot \cos\varphi_n}$$



-fig.198-

De cele mai multe ori se preferă comanda automată a pornirii, în locul celei manuale, folosind așa numitele pornitoare magnetice (fig.198) cu butoane pornit-oprit, care sînt prevăzute și cu sisteme de protecție la scurtcircuite (siguranțe fuzibile, sau întrerupătoare automate electromagnetice) și la suprasarcini de durată (relee termice cu bimetale). Reglarea valorilor nominale ale releelor electromagnetice și termice se face funcție de I_n al motorului prin relațiile:

(593) $$\begin{cases} I_{nem} = (1,2 \ldots 1,4) I_n i_p \\ I_{nt} = (1,1 \ldots 1,5) I_n \end{cases}$$

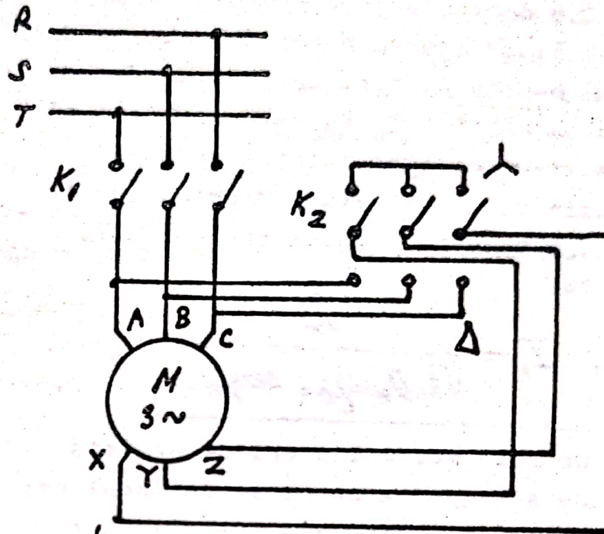
Aceste valori nu trebuie să depășească de trei ori valoarea curentului maxim admisibil pentru conductoarele rețelei de alimentare (prescripții de exploatare).

4.2.2. Pornirea cu comutator stea-triunghi.

Această metodă se poate aplica numai motoarelor cu rotorul în scurtcircuit, la care tensiunea nominală pe fază corespunde tensiunii nominale (de linie totdeauna) a rețelei. In funcționarea norma-

lă motorul are deci conexiunea triunghi.Toate cele şase borne ale înfăşurărilor statorice trebuie să fie accesibile la cutia de borne a maşinii.O schemă simplă de realizare prin comandă manuală a acestui tip de pornire este dată în fig.199 alăturată.

La pornire întrerupătoarele K_1,K_2 fiind deschise,se închide K_1 şi apoi K_2 pe poziţia de sus ce corespunde legării fazelor în stea, adică tensiunea aplicată fazelor este de $\sqrt{3}$ ori mai mică ca cea din regimul normal.Motorul porneşte deci la tensiune redusă,şocul de curent la pornire fiind redus de trei ori pe partea reţelei.In adevăr, dacă Z_M este impedanţa motorului la pornire,pentru cele două conexiuni stea şi triunghi avem relaţiile evidente:



-fig-199-

$$(594)\quad \begin{cases} I_{f\lambda} = \dfrac{U_l}{\sqrt{3}\cdot Z_M} = I_{l\lambda} \\ I_{f\Delta} = \dfrac{U_l}{Z_M} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} I_{l\Delta} \end{cases}$$

din care rezultă pentru curenţii de linie în cele două cazuri:

$$(595)\quad I_{l\lambda} = \frac{1}{3} I_{l\Delta}$$

iar pentru curenţii din înfăşurări:

$$(596)\quad I_{f\lambda} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_{f\Delta}$$

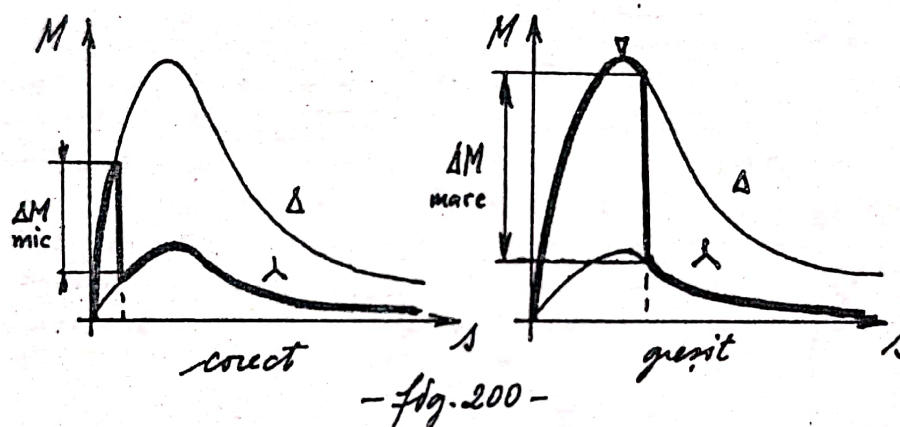
Metoda permite deci o reducere substanţială a şocului de curent la pornire,indicată în cazul reţelelor slabe.Ea are însă dezavantajul că simultan cu reducerea curentului are loc şi o reducere a cuplului de pornire.In adevăr,cuplul desvoltat de motor este proporţional cu pataatul tensiunii de fază şi cum aceasta scade

la conectarea în stea de $\sqrt{3}$ ori în raport cu conectarea în triunghi, rezultă că cuplul desvoltat va scădea şi el de trei ori:

$$M_{p\lambda} = \frac{1}{3} \cdot M_{p\Delta} \qquad (597)$$

astfel că metoda poate fi aplicată doar la porniri uşoare (sarcini reduse sub 1/3 din cea nominală) şi la motoare cu curenţi nominali de cel mult 250 A.

Momentul comutării de pe poziţia stea pe poziţia triunghi se alege numai după ce motorul s-a accelerat pînă la o viteză apropiată de cea de regim staţionar, altfel sînt posibile şocuri mari de cuplu şi de curebt (fig.200).



-fig.200-

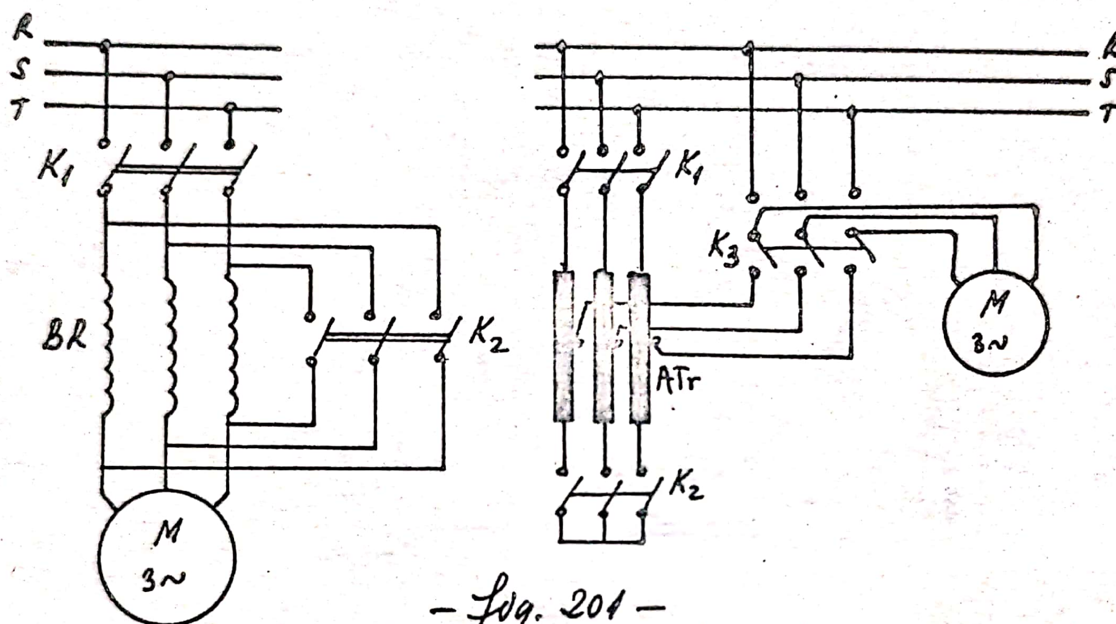
Un pericol deosebit îl prezintă întreruperea circuitului celor trei faze la trecerea comutatorului de pe o poziţie pe alta precum şi conectarea ulterioară nesimultană a celor trei faze, care provoacă un regim tranzitoriu periculos electric şi mecanic pentru motor.

Există întrerupătoare automate stea-triunghi, la care comanda comutării se face cu releu temporizat. Sînt realizate deasemenea scheme cu contactoare şi relee care realizează aceleaşi funcţii.

4.2.3. Pornirea cu bobine de reactanţă sau autotransformatoare înseriate.

Aceste procedee de pornire urmăresc la fel ca cel precedent, să reducă şocul de curent la pornire prin reducerea tensiunii la bornele motorului în momentul pornirii. Acest lucru se poate rea-

liza prin înseriere cu fazele statorice a unor impedanțe,sau folosind alte metode de reducere a tensiunii (transformatoare,autotransformatoare).Deoarece la pornire curentul luat de motor din rețea este puternic inductiv,efectul cel mai eficient de reducere a tensiunii la borne va fi dat de înserierea cu bornele statorice a unor reactanțe inductive,deci a unor <u>bobine de reactanță</u> trifazate (fig.201 - stînga).Deoarece tensiunea nu trebuie redusă



-fig. 201-

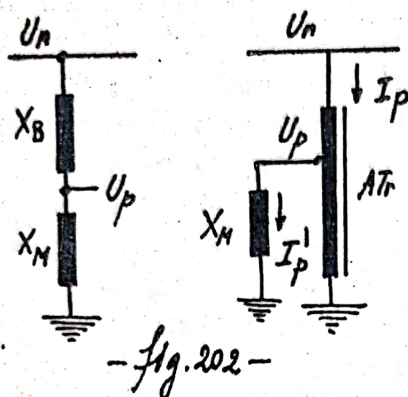
prea mult (din cauza reducerii substanțiale a cuplului),este mai economică folosirea <u>autotransformatorului</u> trifazat (fig.201 - dreapta) (vol.I,pag.296).

Folosirea schemelor se face în modul următor:

a) pentru schema cu bobină de reactanță,întrerupătoarele K_1 și K_2 fiind deschise,se închide K_1 pornind motorul cu bobina în serie,deci la tensiune redusă.După accelerarea la o viteză cît mai apropiată de cea de regim staționar,se închide K_2,motorul fiind conectat la tensiunea nominală.

b) pentru a folosi schema cu autotransformator (toate întrerupătoarele sînt inițial deschise),se închide K_1,apoi K_2 și K_3 pe poziția de jos (conectarea motorului la prizele de tensiune redusă ale autotransformatorului).După accelerarea motorului pînă la viteza de regim staționar,se trece brusc comutatorul K_3 pe rețeaua de alimentare,desfăcînd K_2 și apoi K_1 (se scoate Atr de sub tensiune).

Proprietăţile cele mai importante ale celor două scheme din fig.201 rezultă din analiza schemelor echivalente simplificate din fig.202 în care s-au presupus impedanţele motorului şi ale bobinei pur reactive,inductive.



-fig.202-

Tensiunea U_p aplicată motorului la pornire pentru cele două scheme este:

$$(598)\quad \begin{cases} U_p = \dfrac{X_M}{X_M + X_B} U_n = \dfrac{1}{k_B} U_n \\ U_p = \dfrac{1}{k_{AT}} \cdot U_n \end{cases}$$

S-a presupus că puterea autotransformatorului este suficient de ridicată,neglijînd căderea de tensiune produsă de curentul de sarcină al motorului.S-a notat cu k_{AT} raportul de transformare al tensiunilor de linie al autotransformatorului (de regulă legat în stea),supraunitar în cazul considerat ($U_p < U_n$) şi prin k_B raportul echivalent de transformare din cazul bobinei.

Dacă se notează cu M_{pn} cuplul de pornire în condiţii de cuplare directă la tensiunea U_n ,cuplul de pornire pentru cele două scheme M_p va fi dat de relaţiile:

$$(599)\quad \begin{cases} M_p = \left(\dfrac{U_p}{U_n}\right)^2 M_{pn} = \dfrac{1}{k_B^2} \cdot M_{pn} \\ M_p = \left(\dfrac{U_p}{U_n}\right)^2 M_{pn} = \dfrac{1}{k_{AT}^2} \cdot M_{pn} \end{cases}$$

Curenţii de pornire absorbiţi din reţea se pot determina funcţie de valorile corespunzătoare cuplării directe I_{pn} în următorul mod:

$$(600)\quad \begin{cases} I_p = \dfrac{U_n}{X_M + X_B} = \dfrac{U_n}{X_M} \cdot \dfrac{X_M}{X_M + X_B} = \dfrac{1}{k_B} \cdot I_{pn} \\ I_p = \dfrac{1}{k_{AT}} \cdot I'_p = \dfrac{1}{k_{AT}} \cdot \dfrac{U_p}{X_M} = \dfrac{U_n}{X_M} \cdot \dfrac{1}{k_{AT}^2} = \dfrac{1}{k_{AT}^2} \cdot I_{pn} \end{cases}$$

Comparînd expresiile stabilite,se observă că dacă se impune în ambele cazuri considerate o aceeaşi scădere a cuplului de pornire,schema cu autotransformator va avea o valoare mai redusă a şocului de curent la pornire,deci este mai indicată în cazul re-

ţelelor slabe.Se mai observă invers,că dacă dorim în ambele scheme să reducem curentul de pornire din reţea cu aceeaşi valoare, cuplul de pornire va scădea mai puţin la schema cu autotransformator,decît la cea cu bobină de reactanţă.

Să comparăm şi din alte puncte de vedere cele două scheme.

Pe lîngă dezavantajul arătat,schema cu bobină de reactanţă înrăutăţeşte mult factorul de putere la pornire,iar solicitarea termică este mai mare ca la autotransformator.In schimb schema de utilizare este cu mult mai simplă şi mai sigură,avînd şi un alt avantaj: în timpul procesului de accelerare a motorului tensiunea la bornele acestuia nu rămîne constantă ci creşte uşor în timp,ca urmare a creşterii cu viteza a impedanţei motorului şi deci a scăderii căderii de tensiune X_B.I în bobină.Din acest motiv şocurile de curent şi cuplu la trecerea motorului pe reţea în mod direct sînt mai reduse ca la autotransformator.

In cazul schemei cu autotransformator,avem dezavantajul preţului de cost mai ridicat şi al schemei de utilizare mult mai complexe,deci mai puţin sigure în exploatare.

Ambele scheme se folosesc la puteri mari,peste 100 kW,dar numai la sarcini reduse,sau de tip ventilator (cuplul rezistent variază parabolic cu viteza) datorită reducerii cuplului de pornire.

La puteri foarte mari,se preferă schema cu autotransformator şi din alt punct de vedere şi anume posibilitatea de a folosi o pornire în mai multe trepte.Pentru aceasta se porneşte motorul în prima fază,la fel cum s-a arătat mai înainte,prin închidere succesivă a lui K_1,K_2 şi K_3 pe priza Atr de tensiune redusă.După accelerarea rotorului se deschide K_2,motorul rămînînd conectat la reţea prin secţiunea superioară a Atr. funcţionînd ca o bobină de reactanţă! După noua accelerare a rotorului se trece K_3 pe reţea şi se decuplează autotransformatorul.In acest mod,se realizează o pornire în trei trepte,cu caracter combinat.

In anumite cazuri se pot folosi în locul bobinei de reactanţă trei rezistenţe conectate direct în circuit,sau în secundarele a trei transformatoare coborîtoare de tensiune,avînd primarele înseriate cu motorul.Eficacitatea reducerii tensiunii este mai slabă şi în plus apar pierderi importante de putere activă pe perioada pornirii.

Pentru alegerea puterii autotransformatorului se recomandă în funcţie de datele nominale ale motorului,expresia:

(601) $s_n \cong 0{,}7 \cdot U_n i_n' i_p$

4.2.4. Pornirea cu reostat de pornire.

Pentru motoarele asincrone cu rotorul bobinat, cel mai bun procedeu de pornire este cel care folosește un reostat trifazat reglabil, înseriat cu circuitul rotoric, numit reostat de pornire.

Schema de conectare este cea din fig.127, modificarea valorii rezistenței reostatului făcîndu-se în trepte, prin comandă manuală sau automată. Spre deosebire de metodele de pornire expuse anterior, la care reducerea șocului de curent la pornire era însoțită și de o reducere nedorită a cuplului pe perioada pornirii, metoda aceasta permite realizarea simultană a celor două cerințe fundamentale impuse pornirii motoarelor:

- reducerea șocului de curent pe perioada pornirii
- asigurarea unui cuplu de pornire mărit

Acest lucru reiese cu claritate din expresiile (404) pentru o alunecare s = 1, din care se vede că curenții prin înfășurări scad monoton cu creșterea rezistenței rotorice R_2', putînd fi reduși deci în limite largi. Pe de altă parte din expresia (435) a cuplului de pornire, rezultă că în anumite limite, creșterea rezistenței R_2' va conduce la o mărire a cuplului de pornire mergînd chiar pînă la valoarea cuplului maxim M_m. Acest lucru rezultă și din familia de caracteristici din fig.147 dreapta, trasată pentru valori din ce în ce mai mari ale rezistenței rotorice. Din (435) rezultă că în intervalul:

(602) $$R_2' \leq R_{2\sigma}' = \frac{1}{c}\sqrt{R_1^2 + (X_{1\sigma} + c X_{2\sigma}')^2}$$

creșterea rezistenței rotorice pe fază conduce simultan la micșorarea curentului de pornire și la mărirea cuplului de pornire, pentru limita superioară din (602) obținînd chiar cuplul maxim ($M_{pmax} = M_m$).

Ținînd seama de expresia alunecării critice (433) și de valoarea optimă (602) a rezistenței totale, se obține pentru rezistența suplimentară din rotor care asigură la pornire cuplul maxim (deci valoarea maximă a reostatului de pronire), expresia:

(603) $$R_{2p} = R_2 \cdot \frac{1 - s_K}{s_K}$$

Alunecarea critică se determină funcție de capacitatea de suprasarcină λ_m, cu (445). In ceea ce privește rezistența fazei ro-

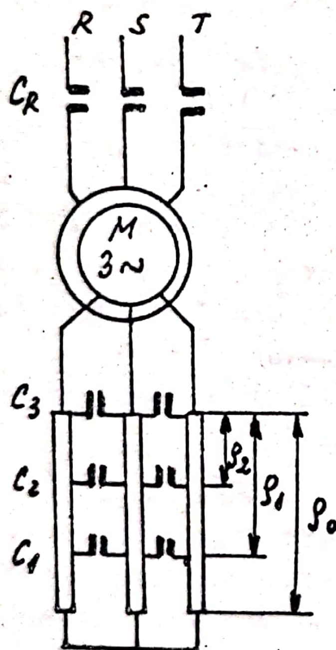
torice R_2 ,ea nu este indicată nici în catalog,nici pe plăcuța cu datele nominale ale mașinii,dar se poate determina cu aproximație din datele nominale rotorice:

- tensiunea între două inele,măsurată în regim de alimentare normală a statorului,rotorul fiind deschis și în repaus E_{20} (V);
- curentul nominal pe faza rotorică,la funcționare în regim nominal I_{2n} (A):
- schema de conexiune a înfășurării rotorice (de obicei triunghi se folosește rar,astfel că vom considera conexiune <u>stea</u>)

In acest caz,din diagrama fazorială din fig.134,dacă se neglijează la regim nominal căderea inductivă, rezultă relația:

(604) $$R_2 \cong \frac{s_n \cdot E_{20}}{\sqrt{3} \cdot I_{2n}}$$

Pentru a asigura o valoare ridicată a cuplului de pornire <u>pe toată durata pornirii</u> este necesară variația continuă,în sensul scăderii,a rezistenței rotorice echivalente (înfășurare plus reostat),ceea ce se face în mod discontinuu (în trepte),prin scurtcircuitare succesivă a unor porțiuni ale reostatului de pornire,cu ajutorul contactelor C_1,C_2,C_3 (fig.203) ale unor contactoare.



-fig.203-

Cu ajutorul acestei metode de pornire se poate realiza cerința de pornire cu o accelerație impusă constantă,discutată la pct.4) pag.240,realizînd o curbă a cuplului activ electromagnetic,cu valoare medie constantă (ca în fig.192),valorile curente variind între două limite apropiate, de o parte și de alta a cuplului necesar.

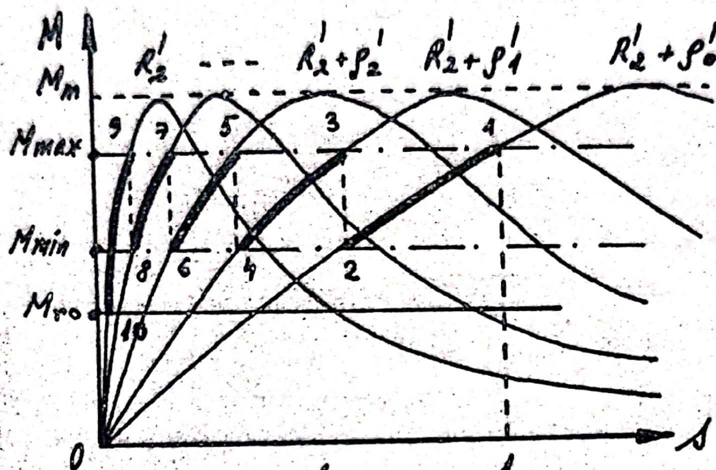
Astfel,dacă se cunosc mărimile cuplului rezistent total M_{ro} și momentul de inerție total,reudse la axul mașinii ca în <u>ANEXA Nr.1</u> , și dacă știm accelerația impusă ε ,determinăm cu relația (553) valoarea necesară a cuplului de pornire.Alegem apoi limitele M_{max} și M_{min} între care să varieze cuplul real la pornire,astfel încît să avem :

(604) $$M_{min} = (1,1 .. 1,2) M_{ro}$$

$$M_{max} = (0,8..0,9) M_m$$

(604) $$M = J \cdot \varepsilon + M_{ro} = \frac{1}{2}(M_{max} + M_{min})$$

Prin punctele M_{max} şi M_{min} se duc paralele la axa alunecării (fig.204) trasînd şi curba cuplului electromagnetic fubcţie de alunecare, naturală (adică pentru R_2' corespunzînd exclusiv înfăşurării).



-fig.204-

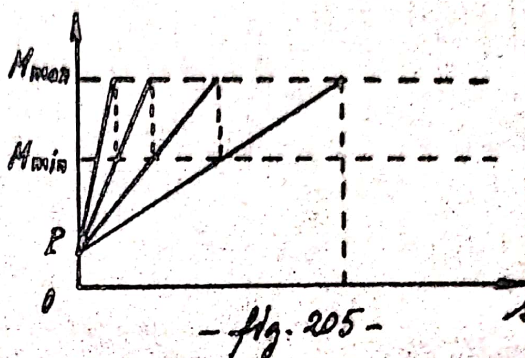
Se determină apoi rezistenţele suplimentare necesare $\rho_n .. \rho_2$, ρ_1, ρ_0 de introdus în serie cu fazele rotorului, astfel ca noile caracteristici (artificiale, sau reostatice) să aibe astfel de poziţii, încît punctele lor de intersecţie cu cele două paralele duse prin M_{max} şi M_{min}, să îndeplinească condiţia ca perechile de puncte 9-8 , 7-6 , 5-4 , 3-2 să fie pe aceeaşi verticală, iar punctul 1 să corespundă alunecării iniţiale s = 1, aşa cum se arată în fig.204 de mai sus. Construcţia din fig.204 rezultă prin încercări succesive, variind convenabil limitele alese M_{max} şi M_{min} cu păstrarea relaţiilor (604).

Numărul de trepte rezultate nu trebuie să fie prea mare din motive economice (el scade cu cît diferenţa $M_{max} - M_{min}$ creşte). Se recomandă un număr de 3..4 trepte.

La pornire, motorul are întreaga rezistenţă a reostatului în circuit (contactele $C_{1..3}$ deschise), accelerarea făcîndu-se cu o variaţie a cuplului de pornire funcţie de alunecare dată de caracteristica ce corespunde rezistenţei rotorice totale raportate dată de $R_2' + \rho_0'$ .In momentul scăderii alunecării (creşterii vitezei) pînă la valoarea ce corespunde punctului 2, se închid con-

tactele C_1 noua rezistență totală a rotorului devenind $R_2' + \rho_1'$. Din cauza inerției mecanice viteza nu poate varia în salt, astfel că punctl de funcționare de pe prima caracteristică (2) "sare" în punctul (3) al noii caracteristici accelerîndu-se pînă în punctul (4) cînd are loc o nouă comutare prin închiderea contactelor C_2 etc.. Procesul se încheie pe caracteristica naturală la intersecția acesteia cu caracteristica cuplului rezistent M_{ro} ce se presupune constant.

Construcția grafică corespunzătoare fig.204 se poate simplifica observînd (omitem demonstrația) că punctele 8-7, 6-5, 4-3 și 2-1 se află pe drepte ce trec prin acelaș punct P de pe axa cuplurilor (fig.205).



-fig. 205-

Comanda automată a comutării treptelor se face cu ajutorul unor relee, în funcție de viteză, de curentul prin motor sau în funcție de timp și se studiază la cursurile de acționări electrice.

Se constată că variațiile de cuplu fiind practic liniare pe porțiunile 1-2, 3-4, 5-6, 7-8 și 9-10, cuplul mediu pe perioada pornirii este semisuma cuplurilor M_{max} și M_{min}, deci corespunde cerințelor impuse.

Variației în trepte a cuplului electromagnetic, îi corespunde și o variație în trepte a curentului rotoric, care rezultă în funcție de alunecare din expresia (428) și din formula lui Kloss:

$$I_2 = \sqrt{\frac{\Omega_1 \cdot s \cdot M(s)}{3R_2}} \qquad (605)$$

Valoarea medie aritmetică a curentului minim și maxim este necesară pentru dimensionarea reostatului de pornire, care se calculează în general pentru funcționare de scurtă durată (cîteva minute), atît timp cît este necesar pentru pornirea motorului, plus o rezervă. Reostatele prevăzute pentru comandă manuală, au comutatoare cu ploturi, fiind realizate din rezistențe metalice și răcite cu ulei. La mașini de puteri mai mari, pentru a nu putea trece prea repede de pe un plot pe cel următor. se prevăd manivele și roți de comandă cu avans pas cu pas, trecerea de pe o poziție pe alta corespunzînd unei rotații complete a manivelei.

Există reostate trifazate de pornire gata realizate, sub forma unor unități separate, prevăzute pentru comanda manuală (cu controler, sau cu comutator cu ploturi), sau pentru comanda de la distanță cu ajutorul unui servomotor. Deoarece s-a arătat că în cazul unor trepte de valori diferite pe cele trei faze (reostat nesimetric) se realizează economie de material (omitem demonstrația), o parte din realizările industriale sînt construite în acest mod. Regimul nesimetric de funcționare al rotorului, trebuie însă corect calculat, în caz contrar putînd apare cupluri parazite supărătoare. Alegerea reostatului de pornire se face funcție de puterea nominală a motorului P_n (kW) și de raportul E_{20}/I_{2n} al mărimilor nominale rotorice de pe placa indicatoare a motorului.

Dintre toate procedeele de pornire pornirea cu reostat de pornire întrunește cele mai multe avantaje, din multiple puncte de vedere, dar nu se poate aplica decît la motoarele cu rotor bobinat.

4.8. Reversarea și frînarea motoarelor asincrone.

4.8.1. Generalități.

Anumite tipuri de acționări necesită fie un anumit sens al rotației bine precizat, fie posibilitatea de schimbare după dorință a sensului de rotație, adică posibilitatea de reversare a motorului. In general motoarele care posedă ventilator elicoidal, au un sens de rotație bine determinat, funcție de regimul de răcire ales (cu refulare sau cu aspirare) și care este indicat pe carcasa sau scutul de ieșire al capătului de arbore, printr-o săgeată circulară. In cazuri cînd este necesară rotirea în ambele sensuri, ventilatorul trebuie să fie de tip centrifugal. In anumite cazuri, mașinile cu ventilator elicoidal cu sens de rotație impus, se fac cu două capete de arbore (ieșire pe ambele părți), pentru o acomodare bună cu necesitățile acționării.

Pentru schimbarea sensului de rotație al unui motor asincron, cea mai simplă metodă este schimbarea între ele a două faze a înfășurării statorice, fapt ce atrage după cum se știe, inversarea sensului de rotație al cîmpului magnetic învîrtitor rezultant din mașină, deci și schimbarea sensului de rotație al rotorului.

Pentru schimbarea sensului de rotație al unui motor în funcțiune, acesta trebuie mai întîi oprit, metoda cea mai simplă fiind deconectarea sa de la rețeaua de alimentare. In acest caz, cuplul ac-

tiv electromagnetic dispare şi sub acţiunea cuplului rezistent motorul se frînează.Ecuaţia frînării rezultă din (569) cu M=O :

$$0 = J \cdot \frac{d\Omega_2}{dt} + M_r \qquad (\Omega_2 \equiv \Omega) \tag{606}$$

Deoarece din această relaţie avem $d\Omega/dt$ negativ,înseamnă că viteza scade în timp,curba de frînare $\Omega = \Omega(t)$ rezultînd prin integrare analitică sau grafică,dacă ştim M_r în funcţie de viteză (sau alunecare).Totuşi deconectarea de la reţea nu se poate face totdeauna fără pericole pentru instalaţia acţionată electric. Dacă inerţia maselor în mişcare este considerabilă există pericolul ca timpul de frînare să fie prea mare şi ca drumul parcurs să iasă în afara limitelor impuse tehnologic (de exemplu oprirea unui pod rulant aflat în mişcare).In alte cazuri,cum ar fi de exemplu cazul instalaţiilor de ridicat,cuplul rezistent constant poate determina accelerarea în sens invers (după o scurtă perioadă de frînare) a motorului cu consecinţe grave (căderea greutăţii ridicate).De aceea în toate cazurile se prevăd metode de frînare a instalaţiei,care pot fi:

- <u>externe</u>,independente de motorul de acţionare (de exemplu frîne cu fricţiune,frîne cu curenţi turbionari,frîne comandate cu electromagneţi etc..)
- <u>interne</u> , realizate pe cale electrică prin folosirea însăşi a motorului şi a proprietăţilor sale

Cunoaşterea metodelor de frînare din a doua categorie este importantă pentru <u>aplicaţii</u>,cît şi pentru <u>încercări experimentale</u> care permit aflarea unor parametri importanţi (moment de inerţie,pierderi prin frecări etc..).

Problemele generale care se pun la reversarea şi frînarea motoarelor sînt asemănătoare cu cele studiate la pornirea lor,astfel că nu mai este necesară o prezentare detaliată a lor.

Pierderile de energie şi încălzirea sînt însă de valori mai ridicate,motorul fiind mai solicitat decît în cazul pornirii.Astfel în cazul reversării motorului de la viteza de regim apropiată de cea de sincronism,la aceeaşi valoare dar de sens opus,limitele de integrare din (585) se schimbă şi obţinem (acoperitor):

$$Q_2 \cong \frac{J}{\xi} \int_{\Omega_1}^{-\Omega_1} (\Omega_1 - \Omega_2)\, d\Omega_2 = 2 \cdot \frac{J \Omega_1^2}{\xi} \tag{607}$$

adică o pierdere de energie <u>de patru ori mai mare</u> ca la simpla accelerare de la zero la viteza de mers în sarcină ! Din acest motiv este important să putem recupera pierderile de energie la frînare, acest lucru neputînd însă fi realizat totdeauna.

4.3.2. Procedee de frînare ale motoarelor asincrone.

4.3.2.1. Frînarea liberă.

Acest mod de frînare se obține la decuplarea simplă de la rețea a motorului, sub acțiunea cuplului rezistent. In cazul cînd cuplul ar fi constant, independent de viteză sau timp, din (606) rezultă o frînare liniară:

(608) $$\Omega = \Omega_0 - \frac{M_{r0}}{J} \cdot t$$

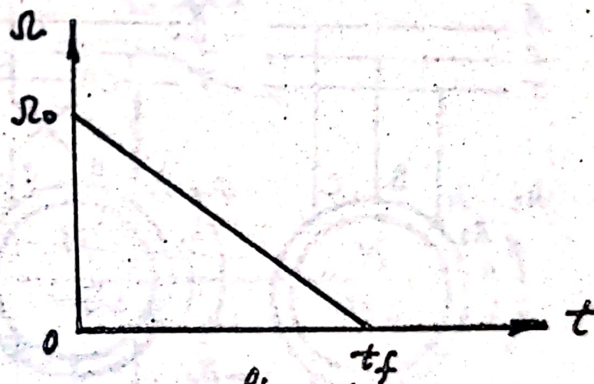
de la viteza inițială la zero (fig.206). Timpul de oprire este:

(609) $$t_f = \frac{J \Omega_0}{M_{r0}}$$

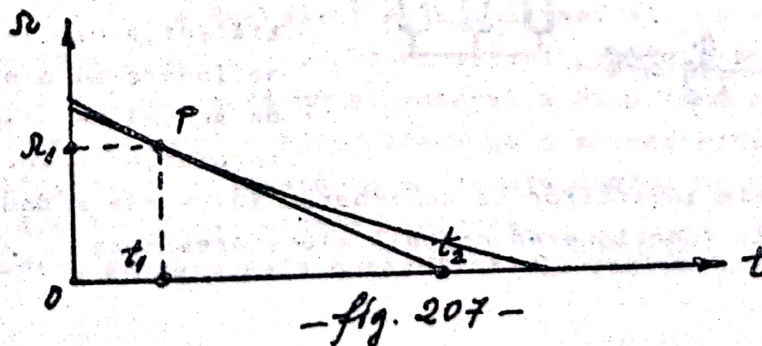
Dacă cuplul rezistent este mic (cazul mersului în gol) rezultă un timp mare de frînare. In acest caz însă, trebuie luată în considerație variația cu viteza a cuplurilor de frecare uscate și aerodinamice, care este de forma:

(610) $$M_r = a + b\Omega + c\Omega^2$$

Curba $\Omega = \Omega(t)$ care se obține în acest caz se numește <u>curbă de lansare în gol</u> și are aspectul din fig.207.

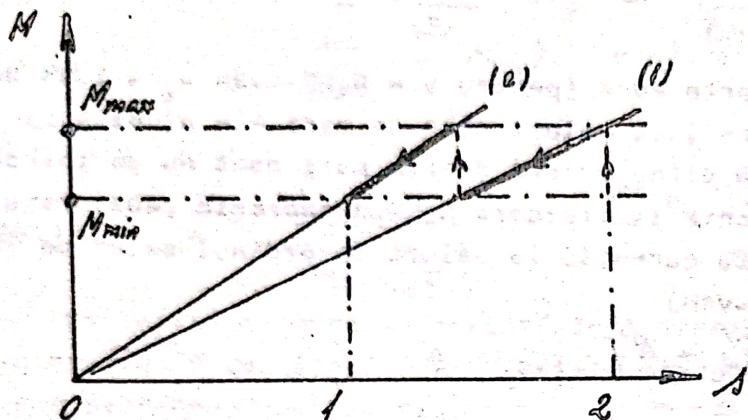


-fig.206-



-fig.207-

prin introducerea rezistențelor R_f, să fie mai mare de 2. Din aceleași motive ca la pornirea cu reostat de pornire, este indicată realizarea unui cuplu constant de frînare, ceea ce se poate realiza cu aproximație, practicînd o frînare în trepte. De obicei ajung 2..3 trepte, realizate la fel ca la pornire, așa cum se arată în fig.210.



– fig.210 –

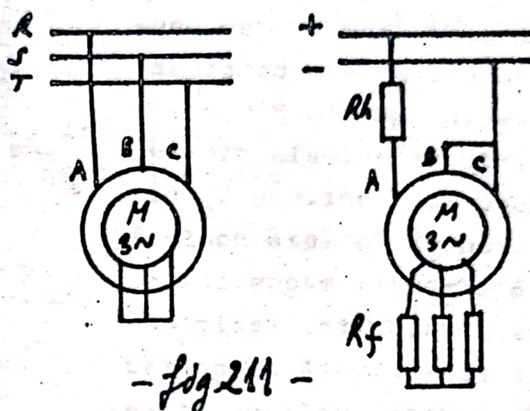
Un mare dezavantaj al acestei metode îl constituie faptul că la oprirea rotorului din mișcare, înfășurarea statorică trebuie decuplată de la rețea. In caz contrar, rotorul va fi accelerat din nou de către cîmpul învîrtitor, de data aceasta în sensul opus mișcării din regimul normal dinaintea frînării. Există sisteme de decuplare automată de la rețea, bazate fie pe forțele centrifuge, fie pe valoarea frecvenței curenților din rotor, care la frînare scade continuu de la cca.100 Hz spre 50 Hz, cînd rotorul este oprit.

Cuplul electromagnetic de fînare este în realitate mai mare ca cel calculat pe baza schemei echivalente și a expresiei lui Kloss din cauza pierderilor în fierul rotoric, care au valori însemnate la alunecările 2-s. Acest lucru, precum și tendința de reversare naturală specifică metodei, fac ca frînarea prin contraconectare să fie una din cele mai eficiente metode de frînare, caracterizată prin accelerații mari de frînare (în general se limitează din motive asemănătoare cu cele de la studoul pornirii) și prin posibilitatea importantă tehnologic, de oprire la punct fix. Ea se folosește la oprirea acționărilor, precum și la limitarea vitezei de coborîre a sarcinilor în mecanismele și mașinile de ridicat. Schema de comandă este simplă și există posibilitatea ca treptele necesare la pornire și cele necesare la frînare să fie realizate plecînd de la un acelaș reostat trifazat, cu o dimensionare adecvată. Metoda are dezavantajul pierderilor mari de energie în reostatul de frînare, nerecuperabile, deci are un randament prost în perioada frînării.

Din motivele expuse, metoda aceasta este una din cele mai des folosite metode de frînare accelerată a motoarelor asincrone.

4.3.2.3. Frînarea dinamică (cu curent continuu).

Pentru a realiza frînarea prin această metodă a unui motor asincron în regim normal de lucru, se decuplează dela rețeaua trifazată de curent alternativ statorul mașinii și se conectează la o rețea de curent continuu ca în fig.211, introducînd simultan în rotor trei rezistențe de frînare al căror rol va rezulta ceva mai departe.



– fig.211 –

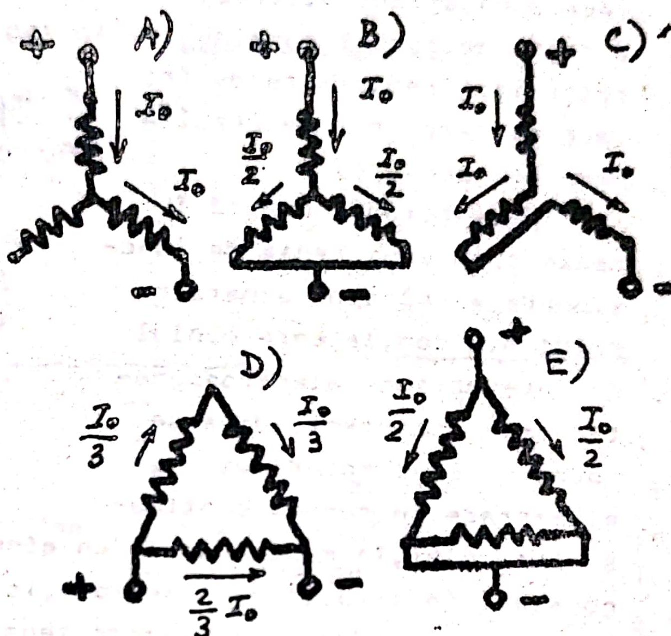
Ideia metodei constă în realizarea unui regim de funcționare asemănător generatorului sincron, la care cuplul de interacțiune electromagnetic este rezistent, adică se opune vitezei rotorului. Prin alimentare în curent continuu a statorului, în mașină apare un cîmp magnetic fix în spațiu și constant în timp, în care se rotește rotorul. Ca urmare în fazele rotorice se induc prin mișcare tensiuni electromotoare și cum rotorul este în scurtcircuit, sau legat pe rezistențele de frînare R_{f}, apar curenți care prin interacțiune cu cîmpul fix statoric dau un cuplu de frînare, numit cuplu dinamic. Procesul de frînare se poate descrie simplu energetic, observînd că puterea de curent continuu de la rețeaua de curent continuu, se consumă în întregime în pierderi Joule în stator. Pierderile Joule din rotor nu pot fi atunci acoperite decît din energia cinetică a maselor în rotație, prin scăderea acesteia. De aci rezultă și două deosebiri față de procedeul descris anterior și anume:

- cuplul de frînare trebuie să scadă cu scăderea vitezei, anulîndu-se odată cu aceasta ;
- procedeul nu permite accelerarea inversă a rotorului din cauza cuplului electromagnetic (ar putea fi însă accelerat invers de către cuplul rezistent, ca în cazul mașinilor de ridicat)

Reostatul Rh din circuitul statoric (fig.211) servește la limitarea curentului continuu de alimentare necesar frînării. In ceea ce privește modul concret de realizare a schemei de alimentare în curent continuu a celor trei faze statorice, există mai

multe variante exemplificate în fig.212.Curentul continuu de alimentare I_{cc} se determină fie din condiția ca amplitudinea cîmpului magnetic din întrefier să fie aceeași cu cea din cazul funcționării normale,fie din condiția ca să nu se depășească în nici-o fază statorică valoarea efectivă nominală a curentului,deci din criterii magnetice,sau termice.

In tabelul de pe pagină,mai jos,se dau pentru toate cele cinci variante din fig.212,relațiile principale dintre curentul continuu I_o și curentul de fază nominal pe criterii magnetice și termice,dintre rezistența echivalentă pe partea de curent continuu și rezistența nominală a fazei statorului și dintre puterea absorbită în curent continuu și pierderile nominale în cuprul statorului.



-fig.212-

SCHEMA :	$\left(\frac{I_o}{I_n}\right)_{mg}$	$\left(\frac{I_o}{I_n}\right)_{tr}$	$\frac{R_o}{R_n}$	$\frac{P_o}{3 R_n I_n^2}$	$\frac{I_{o mg}}{I_{o tr}}$
A	1,225	1	2	1	1,225
B	1,412	1	1,5	1	1,412
C	1,06	1	3	1,125	1,06
D	2,12	1,5	0,666	1	1,412
E	2,45	2	0,5	1	1,225

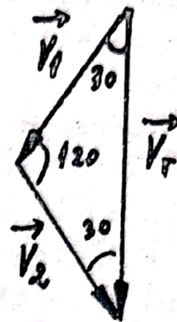
Pentru a vedea modul cum s-a ajuns la aceste relații,vom lua ca exemplu cazul primei scheme, A.

Curenții egali prin cele două faze I_o produc cîmpuri magnetice a căror tensiuni magnetice de armonică fundamentală spațială în întrefier sînt reprezentate în planul electric prin fazorii spațiali de amplitudini egale cu:

(617) $$|\vec{V_1}| = |\vec{V_2}| = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{k_{w_1} W_1}{p} \cdot I_o$$



Tinînd seama de faptul că acelaş curent intră într-o fază şi iese prin cealaltă situată la 120^0 electrice, situaţia fazorilor spaţiali va fi cea din fig. 213 iar mărimea tensiunii magnetice rezultante $\overline{V}_r$ va fi:



-fig.213-

(618) $V_r = 2V_1 \cos 30^\circ = \sqrt{3} \cdot V_1 =$

$$= \sqrt{3}\left(\frac{2}{\pi} \cdot \frac{k_{w_1} W_1}{p} \cdot I_o\right)$$

Comparînd cu expresia tensiunii magnetice rezultante de la cîmpul învîrtitor produs pe cale electrică:

(619) $$V_r = \frac{3}{2}\left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{k_{w_1} W_1}{p} I_n\right)$$

rezultă relaţia:

(620) $$I_o = \sqrt{\frac{3}{2}} I_n = 1{,}225 \cdot I_n$$

din tabel.

Pe de altă parte este clar că pentru a nu depăşi valoarea nominală a curentului pe fază, trebuie să avem cel mult $I_o = I_{1n}$.

Rezistenţa pe partea de curent continuu este evident egală cu suma celor două rezistenţe ale celor două faze, deci $R_o = 2.R_n$.

In sfîrşit, pierderile în curent continuu sînt evident date de expresia $R_o.I_o^2$ care conform celor stabilite deja este egală cu $(2R_n).(3/2).I_n^2 = 3.R_n.I_n^2$.

Pe o cale asemănătoare se stabilesc şi celelalte date din tabel. Ultima coloană se referă la depăşirile din punct de vedere al solicitării termice pentru faza cea mai solicitată din acest punct de vedere, dacă stabilim curentul din considerente magnetice. In adevăr, pentru schema A, consideraţiile magnetice stabilesc un curent de $1{,}225.I_n$ mai mare ca cel stabilit termic, de In amperi. Raportul lor este de 1,225, trecut în ultima coloană. Pentru schema D avem un curent de $2{,}12.I_n$ d.p.v. magnetic, în timp ce termic avem $1{,}5I_n$, deci raportul lor este de 1,425 trecut în ultima coloană.

Comparînd datele tabelului observăm că schemele A şi E, respectiv B şi D, sînt echivalente termic şi ca pierderi (ultimele 2 coloane). Schema C este avantajoasă din punct de vedere al datelor din coloanele 1,2 şi 5 (realizează acelaş cîmp la un curent cel mai mic şi este avantajoasă din punct de vedere al solicitării

termice), dar este dezavantajată de pierderile totale mai mari cu 12,5 % ca la celelalte scheme (coloana 4), de rezistența echivalentă mai mare (coloana 3) ceea ce impune o tensiune mai ridicată, precum și de necesitatea ca toate cele șase capete ale fazelor să fie accesibile.

Caracteristicile cuplului de frînare rezultă observînd că rotorul în mișcare cu viteza Ω față de cîmpul magnetic fix și constant al statorului, este echivalent cu rotorul fix supus acțiunii unui cîmp magnetic învîrtitor circular cu viteza $-\Omega$. În acest caz, cuplul rezultă din (415) observînd că $\Omega_1 - \Omega_2$ de acolo devine în acest caz Ω :

$$(621)\quad M = \frac{p_{m2}}{\Omega} = \frac{3R_2 I_2^2}{\Omega}$$

Deoarece doar cîmpul datorat statorului este invariabil, cel de reacție variind cu starea dem mișcare a rotorului, este avantajos ca la calculul cuplului cu (621) să folosim ecuația de tensiuni din rotor în care apare t.e.m. produsă exclusiv de cîmpul exterior, statoric, adică o ecuație de tipul lui (334) de la pag.136 și care în fazori la pulsația $\omega = p.\Omega_r = p.\Omega$ este:

$$(622)\quad \underline{E}_{2e} = R_2 \underline{I}_2 + j\omega L_2 \underline{I}_2 = R_2 \underline{I}_2 + jp\Omega L_2 \underline{I}_2$$

Rezultă:

$$(623)\quad I_2 = \frac{E_{2e}}{\sqrt{R_2^2 + p^2\Omega^2 L_2^2}} = \frac{\frac{p\Omega}{\sqrt{2}} k_{w2} W_2 \Phi_{\delta s}}{\sqrt{R_2^2 + p^2\Omega^2 L_2^2}}$$

și înlocuind în (621) se obține cuplul dinamic de frînare:

$$(624)\quad M = \frac{3}{2} \cdot \frac{k_{w2}^2 W_2^2 \Phi_{\delta s}^2}{\frac{R_2}{p^2 \Omega} + \frac{\Omega L_2^2}{R_2}}$$

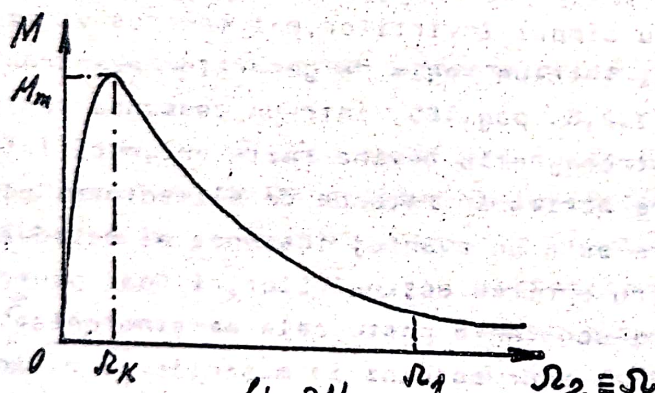
Variația acestui cuplu cu viteza rotorului Ω este dată în fig.214 de pe pagina următoare. Ea se aseamănă cu cea din regimul normal funcție de alunecare. Viteza critică Ω_K și cuplul maxim M_M se obțin din (624) avînd expresiile:

$$(625)\quad \begin{cases} \Omega_K = \dfrac{R_2}{pL_2} \\ M_m = \dfrac{3p}{4} \cdot \dfrac{k_{w2}^2 W_2^2 \Phi_{\delta s}^2}{L_2} \end{cases}$$

Spre deosebire de cazul funcţionării ca motor asincron,viteza critică este relativ mai mică,din cauză că în (625) avem inductanţa totală şi nu cea de scăpări !Avem şi în acest caz o formulă de tipul celei lui Kloss:

$$(626)\quad \frac{M}{M_m} = \frac{2}{\dfrac{\Omega}{\Omega_K} + \dfrac{\Omega_K}{\Omega}}$$

dar utilitatea ei este înşelătoare, din cauză că starea magnetică a maşinii variază cu starea de mişcare (magnetizarea rezultă din acţiunea combinată a cîmpului statoric cu cel rotoric de reacţie, iar acesta din urmă variază cu mişcarea în timp ce primul,nu).Din acest motiv mărimea inductanţei L_2 totale se schimbă cu gradul de saturaţie şi curbele reale se abat de la cele ideale,stabilite aci.



-fig.214-

Formulele stabilite permit însă o apreciere calitativă a fenomenelor şi chiar una cantitativă,cu unele erori sistematice. In particular,formulele obţinute şi care sînt precise numai în cazul maşinilor nesaturate,permit să explicăm de ce este necesară introducerea de rezistenţe de frînare în rotorul maşinii.In primele momente ale frînării viteza rotorului este practic egală cu cea de sincronism , deci mare,cuplul de frînare dinamic fiind de valoare mică (fig.214). Dacă se măreşte însă rezistenţa rotorică,rezultă din expresiile (625) o mărire a vitezei critice fără a afecta valoarea cuplului maxim,deci o deplasare spre dreapta a caracteristicii asemănătoare cu fenomenul analog din funcţionarea normală asincronă.In acest mod se poate realiza chiar o valoare medie constantă în anumite limite a cuplului de frînare,dacă se folosesc trepte de rezistenţă la fel ca la frînarea contracurent.

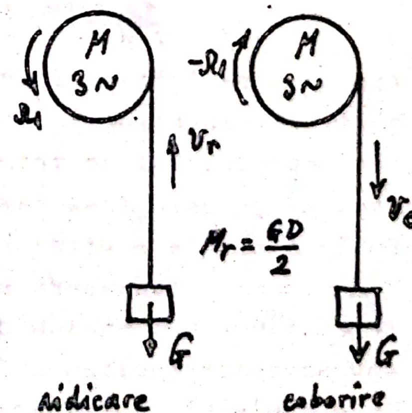
Spre deosebire de frînarea prin contraconectare, frînarea dinamică este mai lentă, oprirea făcîndu-se cu accelerație mică, condiționată de cuplul rezistent și cel de frecări. Deoarece la viteze mici cuplul dinamic de frînare este mic (la viteze mici avem $M = k \cdot \Omega$, după cum rezultă din (626)), crește mult influența cuplurilor de frecare și a cuplurilor de sarcină, fapt ce face imposibilă aplicarea metodei pentru opriri la punct fix. Ea prezintă și dezavantajul că necesită o sursă de curent continuu. Cu toate acestea este folosită la mecanismele de ridicat-coborît din industria minieră, la frînarea motoarelor asincrone în scurtcircuit unde aplicarea frînării contracurent ar conduce la valori prea mari ale șocurilor de curent și deci a pierderilor, precum și la oprirea lină a vehiculelor.

In cazul motoarelor asincrone în scurtcircuit, pentru creșterea cuplului de frînare se poate aplica forțarea curentului de frînare continuu, mergînd pînă la de 3..4 ori valorile din tabelul de la pag. 270, prima coloană.

4.3.2.4. Frînarea recuperativă (suprasincronă).

Această metodă de frînare se poate aplica doar la viteze ale rotorului în acelaș sens cu cîmpul învîrtitor, mai mari ca viteza acestuia, de sincronism, deci într-un regim de generator asincron. Așa cum s-a arătat la cap.3.2.6. pag.185, într-un asemenea regim de funcționare cuplul electromagnetic devine rezistent, deci frînant, iar mașina debitează putere activă în rețeaua de alimentare. Recuperarea energiei de frînare este un avantaj însemnat al metodei, dar ea nu se poate aplica pentru oprirea acționărilor, ci doar pentru limitarea vitezei la valori constante peste cele de sincronism.

De exemplu, la coborîrea unor sarcini în mașinile de ridicat (fig.215), se poate folosi acelaşi motor ca la urcare, dacă i se inversează două faze, schimbînd deci sensul cuplului electromagnetic. In primele momente are loc o accelerare a vitezei de cădere, produsă de acțiunea cuplurilor însumate:



-fig.215-

$$M + M_r = J \cdot \frac{d\Omega_2}{dt} \quad (\Omega_2 < \Omega_1) \tag{627}$$

care face ca viteza rotorului să crească. La atingerea vitezei de sincronism,

cuplul electromagnetic se anulează,dar cuplul sarcinii continuă să accelereze rotorul astfel că se trece la viteze $\Omega_2 > \Omega_1$:

(628) $$M_r = J\cdot\frac{d\Omega_2}{dt} \qquad (\Omega_2 = \Omega_1)$$

In domeniul suprasincron,cuplul electromagnetic inversează de semn,estfel că avem:

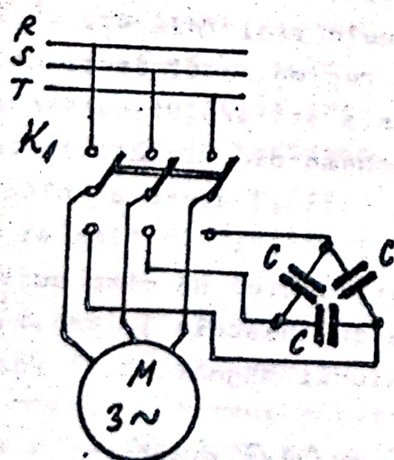
(629) $$-M + M_r = J\frac{d\Omega_2}{dt} \qquad (\Omega_2 > \Omega_1)$$

şi se stabileşte un regim staţionar la viteza suprasincronă la care cele două cupluri sînt egale.Prin reglarea valorii unui reostat trifazat conectat în rotor (dacă este bobinat),se poate regla comod orice viteză de coborîre peste cea sincronă (deci avem $v_c > v_r$,fig.215).

Deşi permite recuperarea puterii active,metoda necesită consum de putere reactivă din reţea pentru întreţinerea cîmpului învîrtitor,şi prin urmare are factor de putere scăzut.Pentru viteze de coborîre subsincrone ea necesită motoare cu comutare a numărului de poli (se va vedea mai departe la reglarea vitezei),sau sisteme de comandă cu variaţia frecvenţei de alimentare.

4.3.2.5. Frînarea condensatorică.

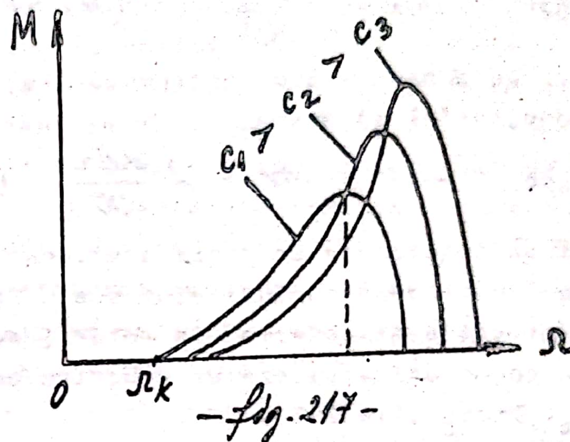
Pentru a realiza acest tip de frînare,înfăşurarea statorică se decuplează de la reţea şi se conectează la o baterie de condensatoare (fig.216).Maşina trece în regim de generator asincron cu autoexcitaţie (a se vedea mai departe la cap. 6.1-2) pag. 309),cuplul electromagnetic fiind rezistent. Pentru aceasta maşina trebuie să aibe un magnetism remanent suficient,iar capacitatea condensatoarelor să fie de valoare ridicată.



-fig.216-

Dezavantajul metodei constă în faptul că sub o anumită viteză critică Ω_K,ce depinde de parametrii motorului şi ai bateriei de condensatoare,cuplul electromagnetic se anulează,acţiunea de frînare fiind efi-

cientă numai în zona vitezelor $\Omega_K < \Omega < \Omega_1$ .Se poate arăta (se omite demonstrația) că cuplurile de frînare depind de viteza rotorului și capacitatea condensatoarelor de frînare după curbe ca cele din fig.217. viteza critică fiind:



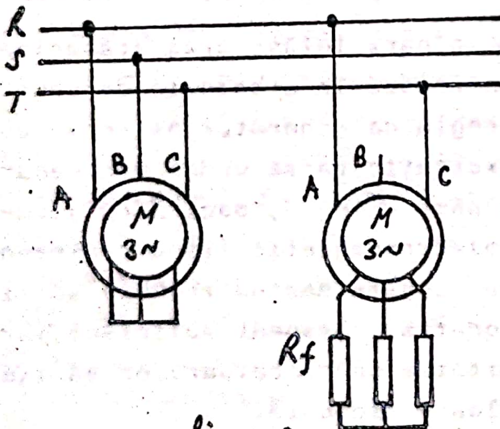
-fig.217-

(630) $$\Omega_K = \Omega_1\left(1+\frac{R_2'}{R_1}\right)\times\sqrt{\frac{X_C}{X_{1\sigma}+X_{2\sigma}'}}$$

Avantajul esențial al acestei metode,constă în absența oricărei surse exterioare de energie electrică,de aceea ea este o metodă de rezervă,în caz de avarii în sistemele de alimentare.

4.3.2.6. Frînarea monofazată (subsincronă).

Metoda aceasta de frînare se bazează pe proprietățile mașinii alimentate nesimetric în stator,ca de exemplu în fig.218 unde trecerea la regimul de frînare se face prin întreruperea unei faze (B), simultan cu introducerea în rotor (obligatoriu,după cum vom vedea) a trei rezistențe egale pe cele trei faze R_f.



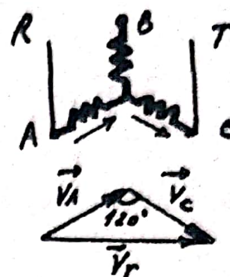
-fig.218-

In regimul nesimetric de alimentare a statorului,de exemplu după schema din fig.219,în întrefierul mașinii apare un cîmp magnetic alternativ în timp și fix în spațiu,adică un cîmp pulsatoriu,ca cel descris la cap.2.2.8. pag.55 fig.54,avînd o amplitudine a tensiunii magnetice ce rezultă din fig.219 din planul electric:

(631) $$V_r = 2V_A\cos 30^\circ = \sqrt{3}\,V_A = \sqrt{3}\left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi}\cdot\frac{k_{w1}W_1}{p}\cdot I_1\right)$$

Un astfel de cîmp se descompune în două cîmpuri învîrtitoare

de amplitudini egale cu jumătate din amplitudinea cîmpului pulsatoriu (a se revedea descompunerea (113)),care se rotesc în sensuri opuse în întrefierul mașinii,cu viteza de sincronism.Cum alunecarea față de cîmpul invers este 2 - s,cele două cupluri electromagnetice exercitate separat de fiecare din cele două cîmpuri învîrtitoare circulare,asupra rotorului,satisfac relația:



-fig.219-

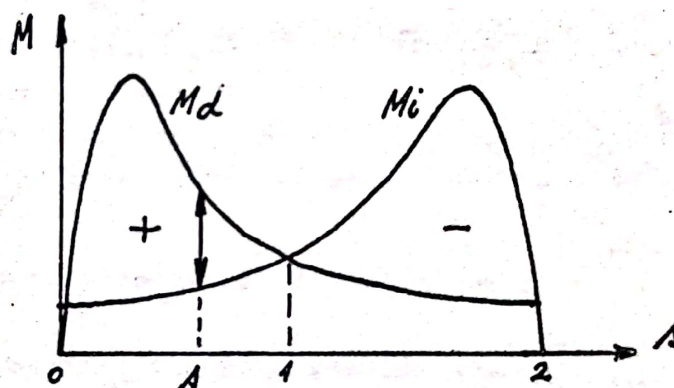
$$M_d(s) = M_i(2-s) \tag{632}$$

fiind de semne opuse.Cuplul rezultant asupra rotorului va fi:

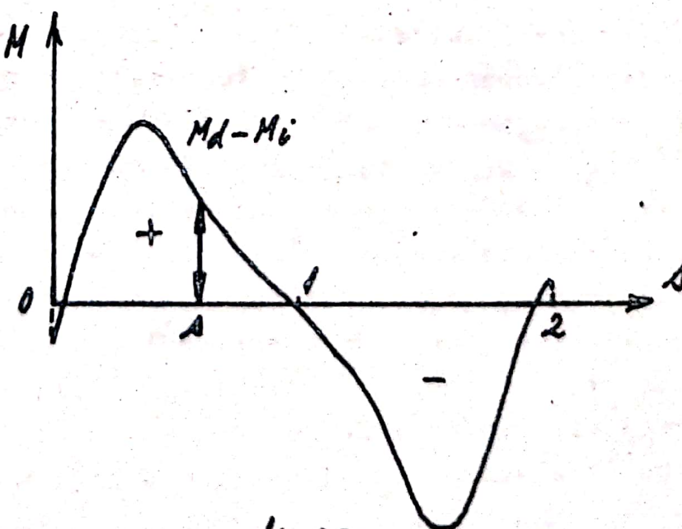
$$M = M_d - M_i \tag{633}$$

și pentru cazul caracteristicilor naturale (fără rezistențe conectate în serie cu fazele rotorice),rezultă grafic ca în fig.220.

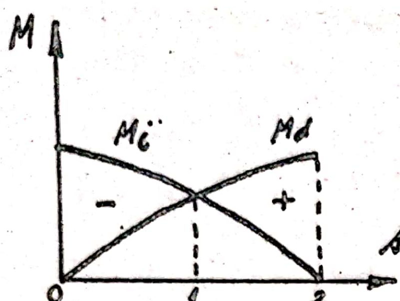
In aceste condiții cuplul rezultant rămîne în continuare activ,motorul funcționînd cu o alunecare mărită,deci cu o viteză ceva mai redusă ca la funcționarea normală.



Pentru a obține un cuplu rezultant frînant, trebuie să mărim mult alunecarea critică prin introducere de rezistențe în rotor (cele trei rezistențe R_f din figura 218),astfel ca cele două cupluri parțiale M_d și M_i să varieze cu alunecarea în sens direct așa ca în fig.221 de pe pagina următoare.

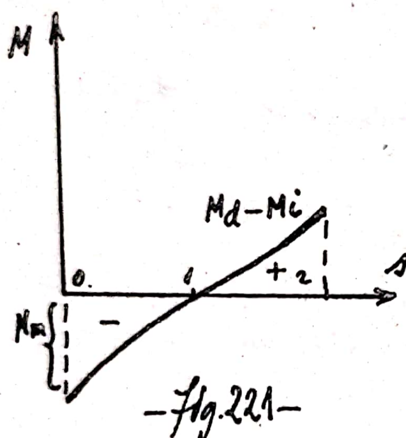


-fig.220-



Pentru valori suficient de mari ale rezistențelor R_f ,curbele cuplurilor direct și invers funcție de alunecare vor fi practic liniare,astfel că și cuplul rezultant va depinde liniar de alunecare:

(634) $$M = (1-s)M_m = \frac{\Omega}{\Omega_1}M_m$$



-Fig.221-

Avem un cuplu de frînare asemănător cu cel dinamic,dela frînarea cu curent continuu în stator.De aceea această metodă nu poate servi pentru opriri la punct fix.In plus, ea nu se poate aplica decît mașinilor cu rotor bobinat (necesită mărirea lui R_2').

La fel ca la frînarea cu curent continuu,se pot folosi și alte scheme de alimentare nesimetrică.

Să mai observăm că dacă în funcționarea normală cuplul maxim nu depinde de R_2' în cazul frînării subsincrone valoarea maximă a cuplului M_m din (634) depinde substanțial de această rezistență.Ea scade cu creșterea rezistenței R_f (dacă bineînțeles $s_k > 2$).

4.4. Reglarea vitezei motoarelor asincrone.

4.4.1. Problemele reglării vitezei.

Foarte multe acționări electrice necesită posibilitatea de a modifica după dorință,în funcție de cerințele proceselor tehnologice,viteza mecanismului sau mașinii antrenate în mișcare.Această modificare nu trebuie confundată cu cea care are loc ca urmare a variației sarcinii (cuplului rezistent la ax) și care se face după caracteristica mecanică naturală a motorului.Este vorba de a acționa suplimentar asupra motorului,sau lanțului cinematic de transmisie, în vederea unor modificări radicale a vitezei (de exemplu care să modifice chiar viteza de mers în gol).Această acțiune se poate face o singură dată la punerea în funcțiune de către cel ce execută reglarea,sau poate fi efectuată continuu,în vederea varierii după o lege anumită a vitezei,manual sau automat.In acest ultim caz se spune că avem de a face cu o reglare automată a vitezei,cel mai sim-

plu' caz fiind cel în care se cere păstrarea unei viteze constante independent de variațiile sarcinii sau a altor factori perturbatori (sisteme de stabilizare a vitezei). Deoarece aceste probleme se studiază la alte cursuri (tehnica reglării automate) nu vom studia aci decît problemele reglării manuale, prin acțiuni singulare asupra părții electrice a acționării. Metodele electrice de stabilire după dorință a vitezei de acționare, au avantaje importante asupra celor mecanice cum ar fi: simplificarea schemei cinematice de transmitere a mișcării, îmbunătățirea indicilor tehnico-economici, comoditatea executării manevrelor etc..

Pentru a putea compara între ele diferite metode de reglare a vitezei, în sensul arătat mai înainte, se folosesc o serie de criterii cum ar fi:

1) -intervalul de reglare!- care indică limitele între care se poate varia viteza, deobicei date sub formă de fracție:

$$\gamma = \frac{\Omega_{max}}{\Omega_{min}} \tag{635}$$

Metodele actuale permit obținerea de valori mergînd pînă la γ =200/1 și chiar mai mult !

2) - finețea reglării - este caracterizată prin numărul de trepte în care se subdivide domeniul reglării și prin raportul dintre două viteze cele mai apropiate:

$$K_f = \frac{\Omega_i}{\Omega_{i-1}} \tag{636}$$

In cazul reglărilor continue, cînd viteza este variată prin acțiunea asupra unui parametru ξ , finețea este caracterizată de raportul adimensional:

$$K_f = \left(\frac{\xi_{max} - \xi_{min}}{\xi_n}\right) \Big/ \left(\frac{\Omega_{max} - \Omega_{min}}{\Omega_n}\right) \quad \text{(cît mai mare)} \tag{637}$$

valorile ξ_n și Ω_n corespunzînd deobicei mijlocului intervalului de reglare continuă, sau punctului nominal.

3) - sensul reglării !- se determină în raport cu viteza nominală, sau cea de mers în gol (la motorul asincron se determină în raport cu viteza de sincronism); putem avea reglare unizonală (fie numai în sens crescător, fie numai în sens descrescător) sau bizonală (reglare în ambele sensuri)

4) - stabilitatea reglării - caracterizează variațiile de

viteză provocate de variaţiile de sarcină şi este dată de rigiditatea caracteristicii mecanice corespunzătoare condiţiilor de funcţionare la viteza considerată:

$$K_B = \frac{\Delta \Omega}{\Delta M} \qquad (638)$$

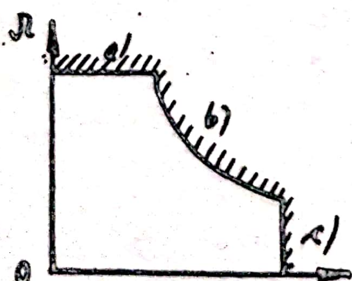
rigiditatea fiind cît mai mare cu cît K_B este de valoare mai apropiată de zero.

5) - <u>economicitatea reglării</u> - este caracterizată de investiţiile şi lucrările capitale necesare, de complexitatea şi dificultatea exploatării şi mai ales de pierderile de putere produse datorită sistemului de reglare ΔP. Se poate defini un randament al reglării prin expresia:

$$\eta_r = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P} \qquad (639)$$

în care P_2 este puterea desvoltată la ax, în condiţiile valorii reglate a vitezei axului Ω. Valoarea (639) poate varia cu viteza reglată în anumite limite, astfel că de multe ori trebuie determinată o valoare medie pe un interval de timp dat (de ex. un ciclu de exploatare), folosind în locul puterilor, energiile corespunzătoare.

6) - <u>valorile admisibile ale puterii şi cuplului</u> - caracterizează sistemul de reglare din punct de vedere al încălzirii motorului şi din punct de vedere al altor solicitări (ex. reacţia indusului, comutaţia la maşini de curent continuu etc..) Există reglări limitate de puterea utilă la ax şi reglări limitate de cuplul de sarcină. Toate limitările existent conduc la stabilirea diagramei permise vitezei maşinii în planul caracteristicilor mecanice -fig.222- curba <u>a)</u> determină de exemplu limitarea superioară a vitezei din motive de solicitare la forţe centrifuge, sau forţe de inerţie în mecanismul acţionat, curba <u>b)</u> determină puterea utilă maxim admisibilă, iar curba <u>c)</u> determină cuplul maxim admis de organele de cuplaj şi transmisie.



-fig.222-

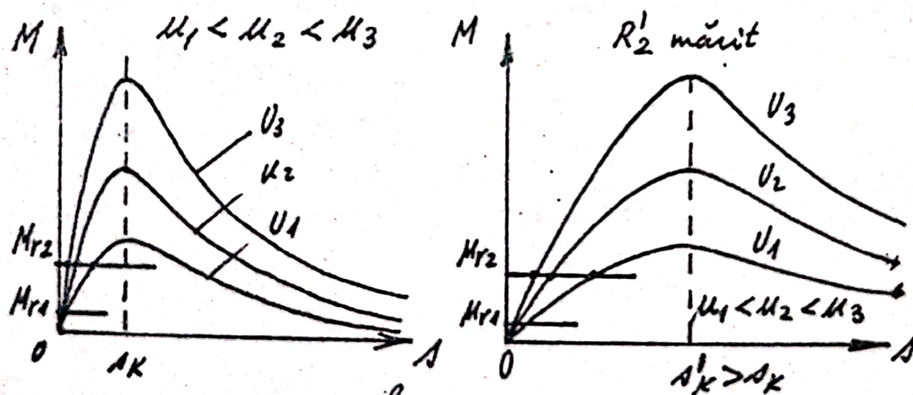
7) - <u>siguranţa în funcţionare</u> - este de foarte multe ori un criteriu fundamental de alegere a metodei de reglare.

Problema reglării vitezei motoarelor asincrone nue este încă rezolvată la nivelul performanţelor obţinute cu alte tipuri de maşini electrice, în principal cele de curent continuu. Ea reprezintă principalul dezavantaj al acestui tip de maşină electrică, împreună cu imposibilitatea obţinerii la frecvenţe de 50 Hz, a unor viteze peste 3000 rot/min. Cu toate acestea există un număr de metode de reglare destul de ridicat, mergînd de la cele mai simple pînă la cele mai complexe.

4.4.2. Metode de reglare a vitezei.

4.4.2.1. Variaţia tensiunii la bornele motorului.

La variaţia tensiunii pe fază aplicată înfăşurării statorice, caracteristicile cuplului electromagnetic funcţie de alunecare se modifică conform fig.147, fiind posibilă pe această cale o reglare a vitezei. Pentru obţinerea tensiunii reglabile, se intercalează între reţeaua de alimentare şi motor un transformator, autotransformator, o bobină de reactanţă sau un reostat trifazat, toate reglabile în limite suficient de largi. Metoda este ineficace dacă sarcina motorului este redusă (aşa cum este cazul cuplului rezistent constant M_{r1} din fig.223), fiind cu atît mai eficace cu cît este mai mare sarcina motorului (cazul cuplului M_{r2}) sau cu cît este mai mare rezistenţa rotorului R_2' (a se vedea fig.223)



-fig.223-

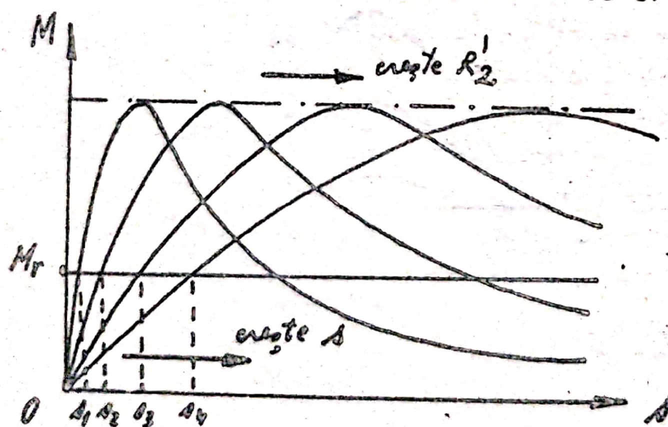
Intervalul de reglare în care se păstrează stabilitatea statică este evident $0 < s < s_k$ adică pentru viteze, între cea de sincronism la mers în gol şi viteza critică $(1 - s_k)\Omega_1$, deci un interval restrîns de reglare. In acest interval viteza creşte cu

creşterea tensiunii aplicate statorului,variind în limite foarte apropiate (reglare de mare fineţe).Un mare dezavantaj al metodei îl constituie scăderea capacităţii de suprasarcină $\lambda = M_m/M_n$ cu tensiunea,datorită variaţiei cuplului maxim cu patratul tensiunii aplicate (formula (439) de la pag.190).La scăderi ale tensiunii se poate ajunge la desprinderea motorului (cuplul maxim scade sub valoarea cuplului rezistent şi motorul se frînează pînă la oprire, trecînd în regim de avarie).

Datorită dezavantajelor arătate aplicarea metodei este limitată.

4.4.2.2. Variaţia rezistenţei din rotor.

Metoda se bazează pe aspectul familiei de curbe $M = M(s)$ la diferite valori R_2' ,din fig.147 dreapta.Spre deosebire de reostatul de pornire care este calculat pentru o funcţionare de scurtă durată,reostatul folosit pentru reglarea valorii vitezei trebuie să fie calculat la un regim permanent de funcţionare,de aceea el este de dimensiuni mai mari şi are variaţie continuă a valorii rezistenţei (sau un număr foarte mare de trepte).Metoda serveşte la reglarea vitezei în sens descrescător (subsincron),fiind mai eficace la sarcini mari,la fel ca cea anterioară.Spre deosebire însă de metoda bazată pe variaţia tensiunii,această metodă nu modifică cuplul maxim,deci nu afectează capacitatea de suprasarcină,iar limitele de reglare sînt mai largi ($0 < \Omega < \Omega_1$).După cum se vede din fig.224 viteza rotorului scade cu creşterea lui R_2'.



-fig. 224-

Metoda are însă următoarele dezavantaje:

- necesită un reostat special,greoi,în care se disipă o energie considerabilă
- este o metodă neeconomică,însoţită de mari pierderi,care la putere la ax constantă cresc rapid cu creşterea alunecării după relaţia:

$$p_{cu_2} = \frac{s}{1-s} P_m \approx \frac{s}{1-s} P_2 \qquad (640)$$

- variaţia vitezei este însoţită de o scădere a rigidităţii caracteristicilor mecanice,fapt ce limitează intervalul de reglare la 3:1

Metoda este indicată pentru acţionări la cuplu constant sau la cuplu "ventilatoric",cu caracteristică de tip:

$$M = M_0 + (M_n - M_0)\left(\frac{\Omega}{\Omega_n}\right)^2 \quad (641)$$

4.4.2.3. Variaţia numărului de poli ai cîmpului.

Deoarece viteza rotorului este:

$$\Omega_2 = (1-s)\Omega_1 = (1-s)\frac{\omega_1}{p} = (1-s)\frac{2\pi f_1}{p} \quad (642)$$

fiind foarte apropiată de cea de sincronism,rezultă că orice modificare a acesteia din urmă va conduce la modificări practic proporţionale ale vitezei rotorului.

O metodă de modificare a lui Ω_1 este schimbarea lui p,adică a numărului de perechi de poli ai cîmpului magnetic învîrtitor. Cum p este număr întreg,el nu poate fi variat decît prin multipli fracţionari sau întregi,de unde reiese clar că metoda este o reglare în trepte a vitezei.Deoarece numărul de poli ai celor două înfăşurări statorică şi rotorică trebuie să fie identic,pentru a nu complica execuţia maşinii,metoda aceasta se aplică mumai la maşini asincrone cu rotorul în scurtcircuit.

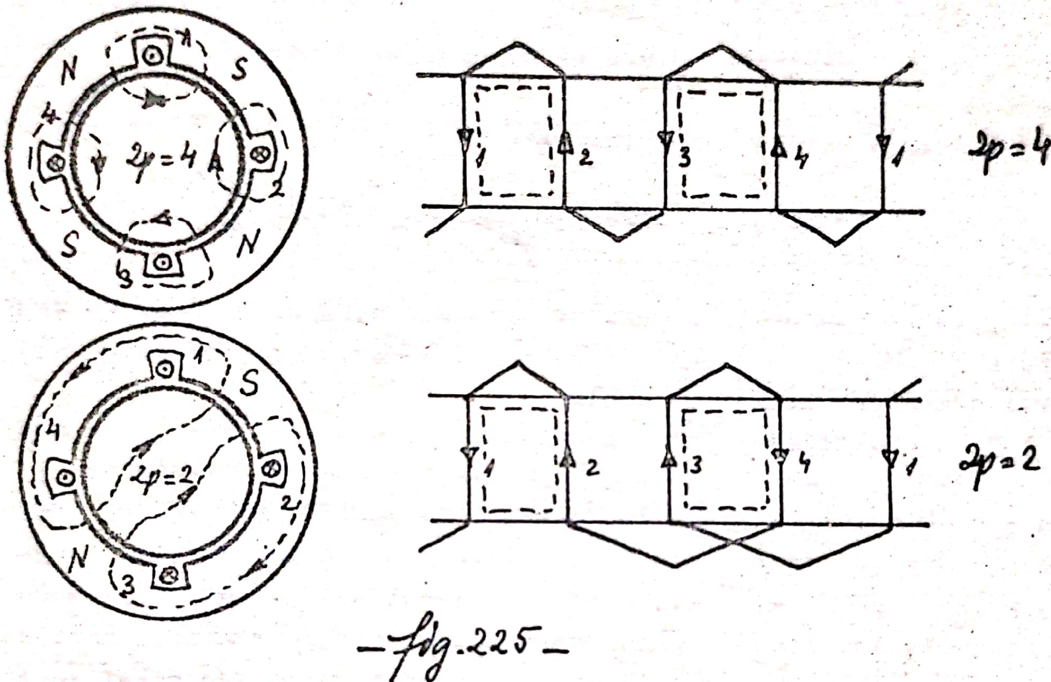
Modificarea numărului de poli ai cîmpului magnetic inductor se poate face în principiu pe două căi:

a)- prevăzînd armătura statorică cu două înfăşurări distincte cu $p_1 = p_2$,soluţie preferată la valori mari p_1/p_2 ;

b)- folosind o singură înfăşurare statorică,dar cu posibilitatea de comutare a secţiilor după anumite scheme,soluţie preferată cînd $p_1/p_2 = 2:1$.

Indiferent de soluţia adoptată,este important ca la trecerea de la un număr de poli la altul,sensul de rotaţie al maşinii să nu se modifice,lucru ce trebuie avut în vedere la realizarea conexiunilor, mai ales în cazl b) anterior.La dimensionarea maşinii trebue deasemenea ţinut seamă de faptul că la viteze mici, eficacitatea răcirii cu ventilatorul propriu de pe axul rotorului este mai scăzută.

Performanțele mașinii variază în general la trecerea de la un număr de poli la altul, fie ca urmare a schimbării înfășurării statorice, fie ca urmare a schimbării condițiilor de alimentare produse prin trecerea la o altă schemă. Inainte însă de a studia acest aspect, să vedem mai întîi care este principiul de realizare cu o aceeași înfășurare, a unui număr de poli diferiți în raport de 2 / 1. Pentru aceasta fiecare fază a înfășurării trifaza-



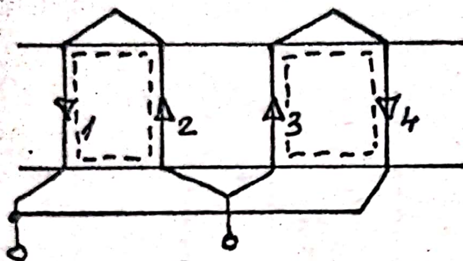
-fig.225-

te se împarte în două jumătăți identice, cu capetele scoase la cutia de borne, care se conectează din exterior cu cleme potrivite sau cu sisteme de contacte comandate manual sau automat, astfel ca sensul curenților prin laturile de bobine să poată fi ales conform numărului de poli impus. In fig.225 de mai sus, se arată cum se realizează acest lucru pentru o fază, redusă în cazul cel mai simplu la două bobine: 1-2 și 3-4. Inseriind bobinele fazei ca în partea de sus a figurii, se realizează un cîmp cu 2p=4 poli. Inversînd sensul de parcurgere a curentului prin bobina 3-4, se realizează un cîmp cu 2p=2 poli, așa cum se arată în partea de jos a figurii.

Dacă în primul caz pasul înfășurării este $y=\tau$, în cel de-al doilea caz se vede că pasul a devenit $y=\frac{1}{2}\tau$, deci foarte scurtat, ceea ce are efecte negative economice și tehnice (din punct de vedere al reducerii armonicelor spațiale superioare). Pentru a

obţine rezultate bune privind forma de undă a tensiunii magnetice pentru ambele cazuri de numere de poli, se preferă de multe ori ca pasul pentru număr mare de poli să fie alungit (de ex. y/τ =1,4) pentru numărul mic de poli rezultînd un pas scurtat (de ex. 0,7 pt. valoarea considerată anterior).

Realizarea numărului mic de poli se poate face şi prin conectare în paralel a secţiunilor de înfăşurare din fig.225, aşa cum se arată în fig.226 alăturată. In cazul acesta, evident performanţele obţinute vor fi altele decît la legarea în serie.



-fig.226-

Pentru a vedea cum variază performanţele pe partea mecanică cu schimbarea numărului de poli, vom considera cele două mărimi fundamentale cuplul şi viteza, legate prin caracteristica mecanică.

Cuplul maxim desvoltat, care determină şi capacitatea de suprasarcină λ a motorului, este dat de relaţia:

(643) $$M_m \cong \frac{3U_1^2}{2\Omega_1(X_{1\sigma}+X'_{2\sigma})} = \frac{3U_1^2}{2\Omega_1 X_{\sigma k}}$$

Deoarece $\Omega_1 = \omega_1/p$ iar $X_{1\sigma}+X'_{2\sigma} = X_{\sigma k} = ct.\frac{(k_{w_1}W_1)^2}{p}$, rezultă că cuplul maxim este proporţional cu:

(644) $$M_m = ct.\frac{p^2 U^2}{(k_w W)^2}$$

în care în vederea relaţiilor ce vor urma, s-a omis indicele 1 referitor la stator.

Alunecarea critică este:

(645) $$s_k \cong \frac{R'_2}{X_{1\sigma}+X'_{2\sigma}} \quad \text{deci} \quad s_k = ct.\frac{p}{(k_w W)^2}$$

De tensiune este legată şi valoarea inducţiei magnetice, prin relaţiile:

(646) $$U \cong E = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f.(k_w W)\,\phi_\tau$$

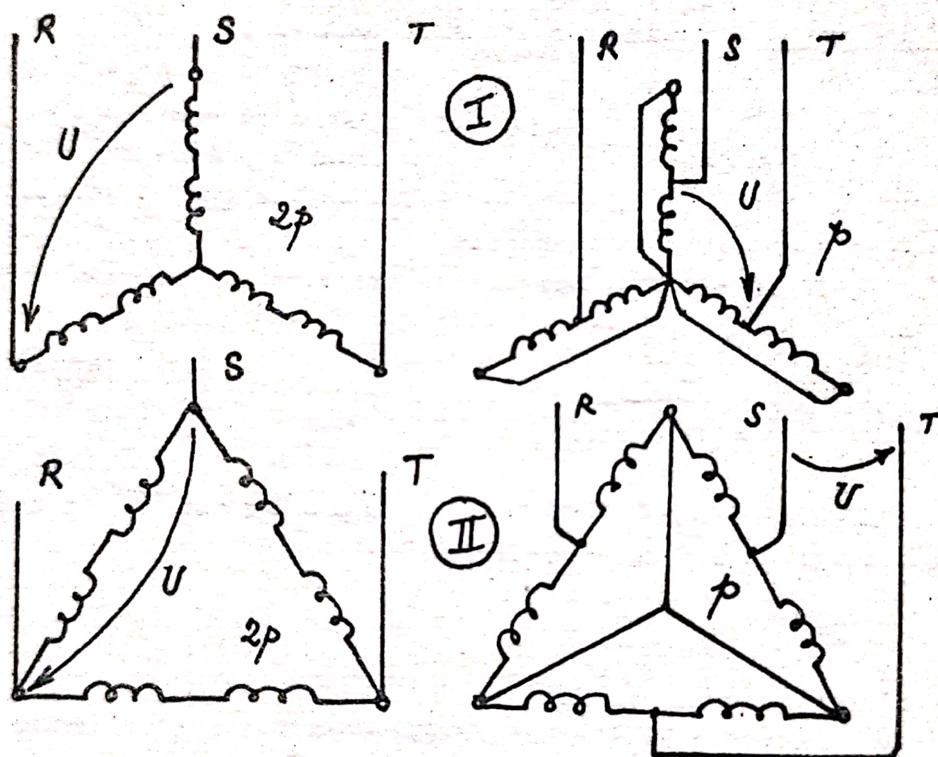
(647) $$\phi_\tau = \frac{2}{\pi}\tau\, l\, B_m = \frac{2}{\pi}\left(\frac{\pi D}{2p}\right) l\, B_m$$

din care rezultă:

$$B_m = ct.\frac{p.U}{k_w W} \quad (648)$$

Formulele prezentate permit aprecierea perfomanţelor prin comparaţie,precum şi verificare modului în care variază solicitarea magnetică a maşinii.Solicitarea termică se verfică prin curentul din secţii,care trebuie să nu depăşească valoarea nominală.

In fig.227 se arată două scheme de comutare de la simplu la dublu,a numărului de poli,folosind o aceeaşi înfăşurare.



-fig.227-

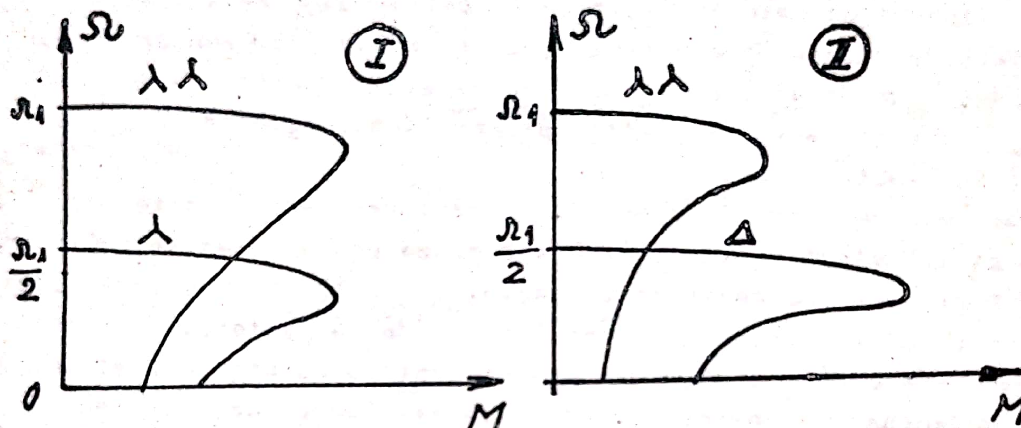
Schema notată pe figură cu I,din jumătatea de sus, este devenită clasică (aşa numita schemă stea-dublă stea sau schema lui Dahlander) şi se foloseşte la acţionări cu cuplu constant.Pentru a vedea aceasta,să scriem puterile absorbite din reţea în cele 2 cazuri,presupunînd curenţii egali cu cei nominali:

$$(649) \quad \begin{cases} P_{\lambda} = \sqrt{3} \cdot U \cdot I_n \cdot \cos\varphi_{\lambda} \\ P_{\lambda\lambda} = \sqrt{3} \cdot U\,(2 I_n) \cos\varphi_{\lambda\lambda} \end{cases}$$

Dacă presupunem factorii de putere sensibil egali,iar randamentele deasemenea,rezultă pentru cupluri relaţia:

(650) $$\frac{M_{\lambda}}{M_{\lambda\lambda}} \cong \frac{P_{\lambda}}{P_{\lambda\lambda}} \cdot \frac{\Omega_{\lambda\lambda}}{\Omega_{\lambda}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{1} = 1$$

Schema realizează caracteristici mecanice ca cele din fig.228 stînga,avînd aceleaşi cupluri maxime şi rigidităţi foarte apropiate.



–fig.228–

Pentru cealaltă schemă notată pe fig.227 cu II (jumătatea de jos) avem pentru puteri relaţiile:

(651) $$P_{\Delta} = \sqrt{3}\cdot U\,(\sqrt{3}\cdot I_n)\cos\varphi_{\Delta}$$
$$P_{\lambda\lambda} = \sqrt{3}\,U\,(2I_n)\cos\varphi_{\lambda\lambda}$$

din care rezultă:

(652) $$\frac{P_{\Delta}}{P_{\lambda\lambda}} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0{,}86 \approx 1$$

adică schema este indicată la acţionările la putere constantă;ea realizînd caracteristici ca cele din fig.228 dreapta.

Rezultatele indicate au caracter aproximativ servind numai pentru orientare generală.

Motoarele asincrone cu mai multe viteze pot realiza prin folosirea mai multor înfăşurări şi a comutării secţiilor acestora viteze mergînd pînă la 8 : 1 ,ca de exemplu: 3000/1500/750/375 rot/min.

4.4.2.4. Variaţia frecvenţei din stator.

Posibilitatea reglării vitezei prin variaţia frecvenţei tensiunii de alimentare din stator, rezultă din relaţiile:

$$(653)\quad \begin{cases} \Omega_2 = (1-s)\Omega_1 \\ \Omega_1 = \frac{\omega_1}{p} = \frac{2\pi f_1}{p} \end{cases}$$

Cum alunecarea este mică, viteza rotorică Ω_2 este foarte apropiată de viteza de sincronism, astfel că dacă variem pe aceasta din urmă, de data aceasta printr-o variaţie continuă a frecvenţei f_1, viteza va varia practic proporţional, obţinînd un reglaj fin şi în limite largi.

Dacă variem numai frecvenţa, în sensul reducerii vitezei, se poate ca la valori mici ale acesteia să se producă saturaţia accentuată a circuitului magnetic al maşinii, însoţită de creşterea pierderilor (deci scăderea randamentului), scăderea factorului de putere (deoarece creşte componenta magnetizantă a curentului) şi încălzirea accentuată a maşinii. In adevăr, acest lucru rezultă din:

$$(654)\quad U_1 \approx \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f_1 k_{w_1} W_1 \Phi_m = const. \cdot f_1 \cdot \Phi_m$$

Din aceste motive, se preferă reglarea simultană a frecvenţei şi tensiunii, astfel ca să avem:

$$(655)\quad \frac{U_1}{f_1} = const$$

In aceste condiţii nici cuplul maxim şi deci nici capacitatea de suprasarcină nu au de suferit, căci avem:

$$(656)\quad M_m \cong \frac{3U_1^2}{2\Omega_1(X_{1\sigma}+X'_{2\sigma})} = const. \cdot \left(\frac{U_1}{f_1}\right)^2$$

La frecvenţe de ordinul 10 Hz, relaţia (654) nu mai este aşa de precisă, trebuind înlocuită prin:

$$(657)\quad \underline{U_1} = -\underline{E_1} + (R_1 + jX_{1\sigma})\underline{I_1}$$

deci la frecvenţe ceva mai mici, este bine ca tensiunea să scadă mai puţin decît frecvenţa!

Alunecarea critică este:

(658) $$s_K \approx \frac{R_2'}{X_{1\sigma}+X_{2\sigma}'} = \frac{const.}{f_1}$$

Deşi cuplul maxim pare să rămînă constant (formula anterioară (656) este numai aproximativă), odată cu scăderea frecvenţei el tinde să scadă puţin, fapt ce reiese mai bine din expresia generală a cuplului:

(659) $$M = \frac{3R_2'U_1^2}{s\Omega_1\left[\left(R_1+c\frac{R_2'}{s}\right)^2+\left(X_{1\sigma}+cX_{2\sigma}'\right)^2\right]}$$

Dacă punem ca factor de reglare, prin definiţie, mărimea adimensională:

(660) $$\nu = \frac{f}{f_n}$$

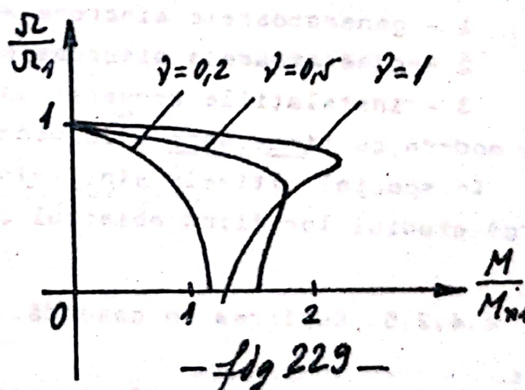
avem, ţinînd seama şi de (655), relaţiile:

(661) $$\Omega = \nu\Omega_1 , \quad U = \nu\cdot U_1 , \quad X_{\sigma K} = \nu\cdot X_{\sigma K_1}$$

şi atunci (659) se mai poate scri:

(662) $$M = \frac{3R_2'U_1^2}{\nu s\Omega_1\left[\left(R_1+c\frac{R_2'}{s}\right)^2\frac{1}{\nu^2}+X_{\sigma K_1}^2\right]}$$

In fig.229 sînt trasate trei curbe caracteristice mecanice $\Omega = f(M)$ pentru 3 valori ale lui ν, din care se vede că rigiditatea caracteristicii scade cu scăderea lui ν. Cuplul maxim scade deasemenea cu ν.

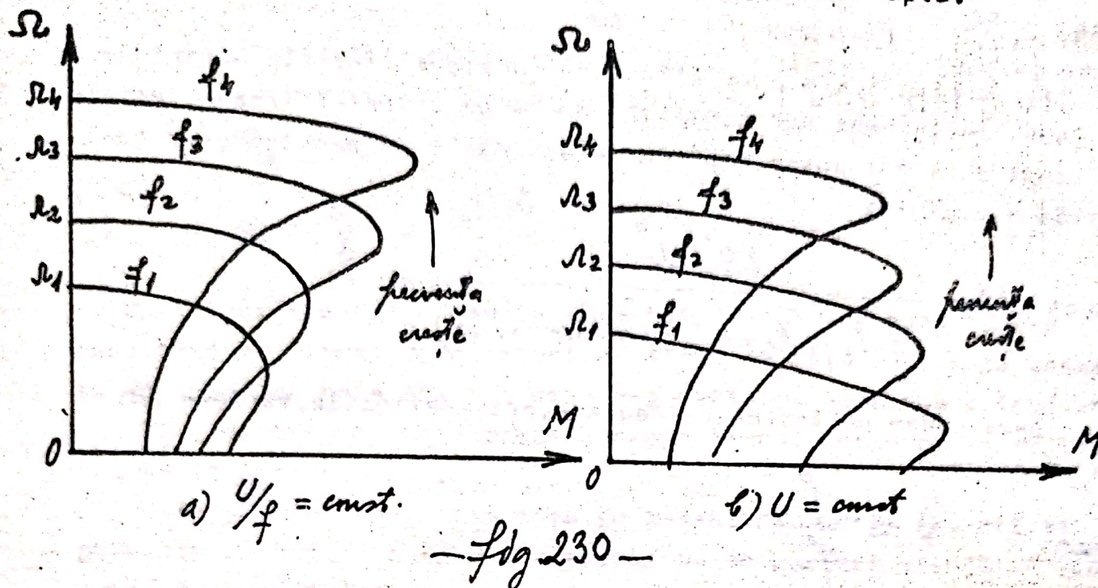


-fig 229-

Aspectul general al familiei de curbe caracteristice mecanice la variaţia frecvenţei cu îndeplinirea condiţiei (655), este redat în fig.230 stînga. Acest tip de reglare este indicat pentru acţionările la <u>cuplu rezistent constant</u> în zona turaţiilor <u>subsincrone</u>.

Pentru acţionări ce necesită <u>putere constantă</u>, la turaţii peste cea de sincronism normală (la 50 Hz), se foloseşte reglarea

prin varierea frecvenței la tensiune constantă.In acest caz curbe-le caracteristice mecanice arată ca în fig.230 dreapta.



-fig 230-

Metoda este avantajoasă,deoarece permite o reglare a vitezei continuă,cu un grad mare de finețe,în limite largi (10 : 1) și ceea ce este foarte important chiar și în sens superior (peste viteza de sincronism normală).Reglarea frecvenței este cea mai eficientă metodă de reglare a vitezei motoarelor asincrone,dar are dezavantajul esențial al necesității unei <u>surse speciale de alimentare</u>,care să poată realiza cerințele de reglare impuse.

Astfel de surse de frecvență variabilă în limite largi,sînt de exemplu:

1 - generatoarele sincrone antrenate la viteze variabile

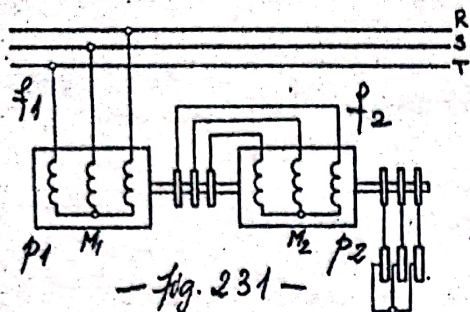
2 - generatoarele sincrone cu colector

3 - instalațiile convertizoare de frecvență cu tuburi ionice sau modern,cu <u>tiristoare</u> (cicloconvertoarele cu tiristoare, de exemplu)

In special ultimele sînt folosite pe scară din ce în ce mai largă,studiul lor fiind obiectul cursurilor de specialitate.

4.4.2.5. Cuplarea în cascadă.

O metodă de reglare în trepte a vitezei motoarelor asincrone este legarea în cascadă după schema din fig.231,a două motoare aflate <u>pe acelaș ax</u>, sau cuplate <u>prin reductor</u> (siguranță mai mică în funcționare).Se observă că statorul celei de a doua mașini este alimentat din rotorul primei mașini.



-fig. 231-

Ideia legării în cascadă este de a folosi puterea pierdută în reostatul de reglare rotoric în mod normal, pentru a alimenta cu ea un alt motor şi a o transforma din nou în putere utilă la ax.

Conectarea celor două maşini se face astfel ca cuplurile lor să se adune. Pentru o eficacitate mare a reglării este indicat ca numărul de poli ai celor două maşini să fie diferit, aşa cum vom vedea indată.

Viteza de sincronism a primului motor este:

(663) $$n_{11} = \frac{60 f_1}{p_1}$$

iar frecvenţa curenţilor rotorici este:

(664) $$f_2 = s \cdot f_1 = \frac{n_{11} - n}{n_{11}} f_1$$

în care n este viteza axului cascadei. Din aceste două expresii va rezulta frecvenţa f_2:

(665) $$f_2 = \frac{p_1 (n_{11} - n)}{60}$$

Viteza de sincronism a celui de-al doilea motor este:

(666) $$n_{12} = \frac{60 f_2}{p_2} = \frac{p_1}{p_2} (n_{11} - n)$$

Dacă neglijăm alunecarea, putem scrie cu aproximaţie:

(667) $$n \approx n_{12} = \frac{p_1}{p_2} (n_{11} - n)$$

din care ţinînd seama şi de (663), rezultă:

(668) $$n = \frac{60 f_1}{p_1 + p_2}$$

In afara acestei viteze, putem obţine alte două, cînd motoarele funcţionează fiecare separat:

(669) $$n_I = \frac{60 f_1}{p_1} \qquad n_{II} = \frac{60 f_1}{p_2}$$

Astfel,cu două motoare avînd $p_1=4$ şi $p_2=6$ se obţin la $f_1=50$ Hz următoarele trei viteze:

$$n = 300\ rot/min\ ;\quad n_I = 750\ rot/min\ ;\quad n_{II} = 500\ rot/min$$

Obţinem o reglare în trepte destul de apropiate.Folosind motoare cu număr comutabil de poli,precum şi reductoare,se pot multiplica posibilităţile de obţinere a mai multor trepte de viteze.

In ceea ce priveşte contribuţia fiecărei maşini la puterea mecanică comună desvoltată la axul cascadei,avem pentru puterea mecanică la axul primei maşini:

$$(670)\quad P_{m1} = (1-s_1)P_{e1}$$

Puterea "de alunecare" $s_1 \cdot P_{e1}$ se disipă parţial în rotorul primei maşini şi restul este cedat celei de-a doua maşini:

$$(671)\quad s_1 P_{e1} = p_{cu_{21}} + P_2$$

Puterea mecanică la axul celei de-a doua maşini va fi:

$$(672)\quad P_{m2} = (1-s_2)P_{e2} = (1-s_2)(P_2 - p_{cu_{12}} - p_{Fe_{12}}) =$$

$$= (1-s_2)(s_1 P_{e1} - p_{cu_{21}} - p_{cu_{12}} - p_{Fe_{12}})$$

Neglijînd pierderile din ultima paranteză,avem:

$$(673)\quad \frac{P_{m1}}{P_{m2}} \cong \frac{(1-s_1)P_{e1}}{(1-s_2)s_1 P_{e1}} = \left(\frac{1}{s_1}-1\right)\frac{1}{1-s_2} = \frac{n}{n_{11}-n}\cdot\frac{n_{12}}{n} =$$

$$= \frac{p_1}{p_2}\cdot\frac{n_{12}}{n} \approx \frac{p_1}{p_2}$$

neglijarea factorului n_{12}/n compensînd parţial eroarea făcută la neconsiderarea pierderilor din (672).Contribuţia fiecărei maşini la puterea totală la axul cascadei se face deci proporţional cu numărul de poli ai maşinii.

Faţă de un motor asincron echivalent,cascada prezintă neajunsuri importante:

- curentul de mers în gol este mai mare la cascadă (este necesar pentru magnetizarea ambelor maşini !)

- curentul de scurtcircuit al cascadei este mai mic,deoarece cele două maşini sînt în serie

Rezultă că diagrama loc geometric pentru curentul absorbit din reţea se află în interiorul diagramei corespunzînd motorului echivalent,deci lacurenţi absorbiţi mai mari ca cei ai motorului echivalent,cascada va da cupluri mai mici,deci avem performanţe inferioare motorului echivalent.

Cele spuse,limitează folosirea cascadei numai pentru cazuri cu totul speciale.

Mult mai răspîndite şi mai avantajoase sînt cascadele realizate cu maşini de curent continuu sau redresoare şi invertoare cu diode şi tiristoare comandate.Acestea folosesc puterea de alunecare s.P din rotorul motorului asincron,recuperînd-o în două moduri posibile:

a)- pe cale mecanică,la axul maşinii (cascada Krämer),folosind un motor de curent continuu cuplat pe acelaş ax cu cel asincron ;

b)- pe cale electrică,trimiţînd în reţeaua de alimentare puterea recuperată (cascada Scherbius),folosind invertoare comandate cu tiristoare.

a) Cascada Krämer

Schema cascadei este dată în fig.232 ,motorul asincron fiind cuplat pe acelaş ax cu un motor de curent continuu,în mod adiţional (cuplurile se însumează).

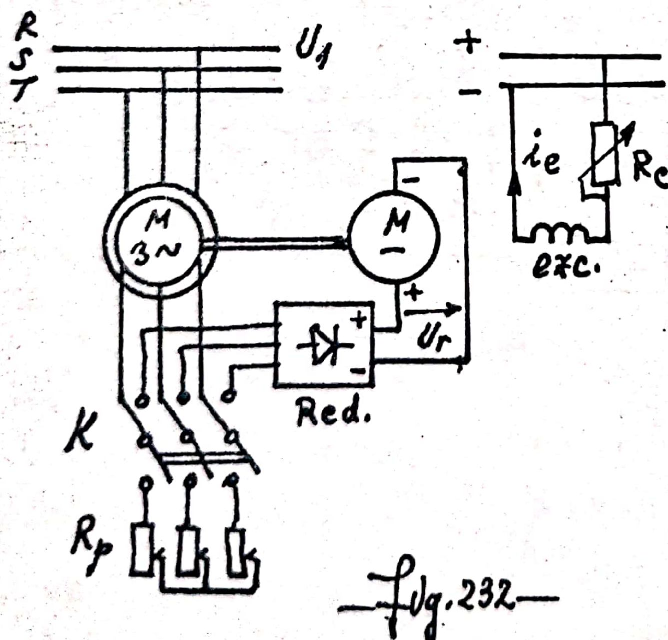


fig.232

Motorul de curent continuu este alimentat prin redresorul trifazat (de obicei în punte dublă) notat cu Red pe figură,de la t.e.m. indusă în rotorul motorului asincron, fiind excitat astfel ca t.e.m.indusă în motorul de curent continuu să fie în opoziţie cu cea a redresorului. (a se vedea polarităţile indicate pe figură).Pentru pornirea cascadei,comutatorul tripolar K se află

conectat pe reostatul de pornire R_p obişnuit al motorului asincron, cu ajutorul căruia se efectuează pornirea motorului.Excitînd motorul de curent continuu se verifică polaritatea tensiunii produse de acesta la bornele redresorului,în caz contrar schimbînd fie legăturile la indus (rotor),fie pe cele ale circuitului de excitaţie. După scurtcircuitarea reostatului de pornire şi după ce s-a redus curentul de excitaţie al motorului de curent continuu cu reostatul "de cîmp" R_C,la valori minime,se trece brusc comutatorul K pe poziţia de alimentare a redresorului,trecînd astfel la funcţionarea în cascadă.

Reglarea vitezei se obţine prin varierea curentului de excitaţie i_e cu ajutorul reostatului de cîmp R_c (la creşterea lui i_e se produce scăderea vitezei axului comun al celor două motoare).O justificare simplă se obţine la mersul în gol,la care sînt posibile neglijarea căderilor de tensiune din maşini.Astfel,tensiunea la ieşirea redresorului este egală practic cu t.e.m. a maşinii de c.c. care aşa cum vom arăta la capitolul respectiv,este funcţie de fluxul magnetic ϕ (produs de i_e) şi de viteza axului Ω :

$$U_r \cong E = (k\phi)\Omega \tag{674}$$

Pe de altă parte această tensiune provine din redresarea cu coeficientul respectiv k_R (pentru punte trifazată dublă este egal cu $3\sqrt{6}/\pi$) a t.e.m. rotorice în mişcare E_{2s}:

$$U_r = k_R \cdot E_{2s} = k_R \cdot s \cdot E_2 = k_R\left(1-\frac{\Omega}{\Omega_1}\right)\frac{k_{w_2}W_2}{k_{w_1}W_1}E_1 \cong \alpha\left(1-\frac{\Omega}{\Omega_1}\right)U_1 \tag{675}$$

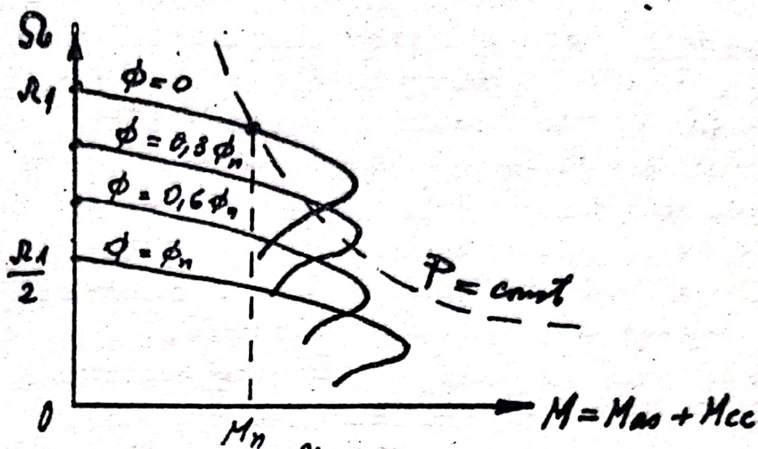
Din aceste două expresii,rezultă:

$$\Omega = \frac{\Omega_1}{1+\dfrac{k\phi\Omega_1}{\alpha U_1}} \cong \frac{\Omega_1}{1+\text{cost.}\, i_e} \tag{676}$$

ultima expresie fiind valabilă doar pentru maşina de c.c.nesaturată.

Reglarea vitezei se face continuu,comod,cu pierderi mici,într-un interval destul de larg (practic dela viteza de sincronism,la o viteză egală cu jumătate din cea de sincronism).Familia de caracteristici mecanice se deplasează aproape paralel la variaţia fluxului de excitaţie,aşa cum se arată în fig.233.

Determinarea acestor caracteristici se poate face prin calcul punct cu punct,plecînd de la schema echivalentă electrică din fig. 234.Pentru un flux dat de excitație,se dau diferite valori alunecării s,rezultînd t.e.m. în opoziție de la ieșirea redresorului și impedanțele de pe partea de curent alternativ.Pe baza calculului schemei de redresare,se determină curenții și tensiunile din schemă,cu care se determină cuplurile la ax ale celor două mașini:

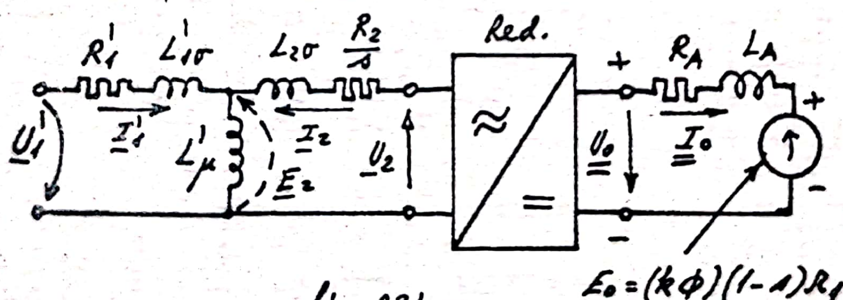


-fig.233-

$$(677)\quad M_N = \frac{3E_2 I_2 \cdot \cos\varphi_2}{\Omega_1} = \frac{3\,\mathrm{Re}\{\underline{E}_2 \underline{I}_2^*\}}{\Omega_1}$$

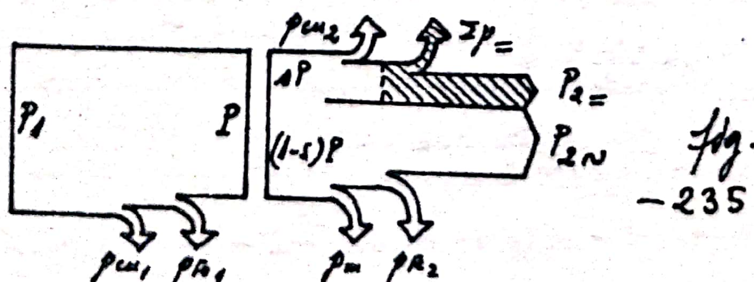
$$(678)\quad M_= = (k\phi) I_0$$

Prin însumarea celor două cupluri precedente,se determină cuplul cascadei pentru alunecarea și fluxul de excitație considerat.



-fig.234-

Bilanțul de puteri al cascadei rezultă din fig.235.



-fig. 235-

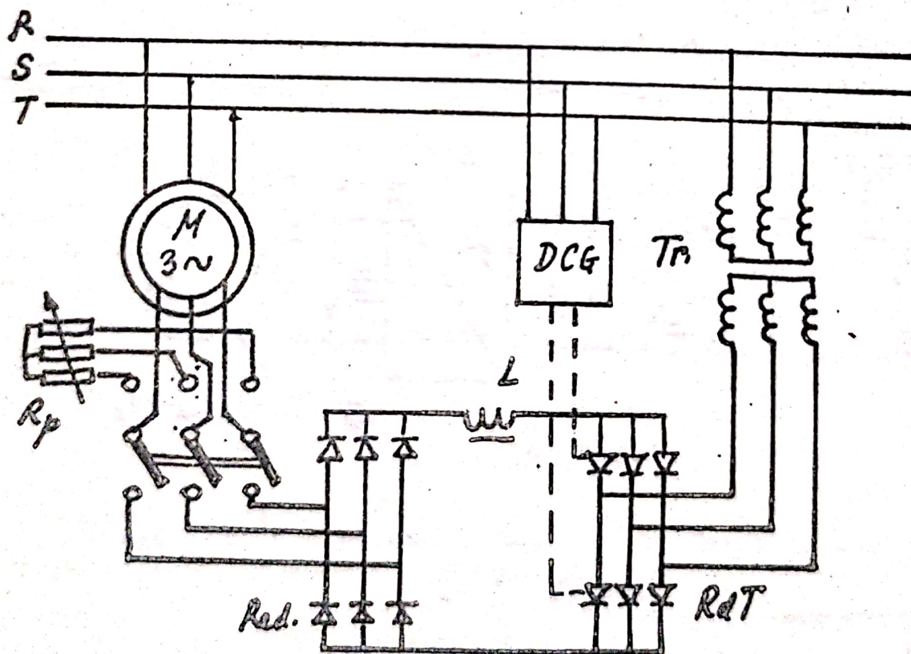
Partea haşurată din figură, corespunde pierderilor şi puterilor din maşina de curent continuu. Dacă se neglijează pierderile, se constată că la putere absorbită constantă, cascada Krämer dă la arbore o putere mecanică constantă şi invers. De aceea ea este indicată pentru acţionările la putere mecanică constantă, şocurile de cuplu nefiind însoţite de şocuri de curent pe partea reţelei de alimentare. Domeniul de putere mecanică admisă, se află limitat în planul caracteristicilor mecanice de hiperbola echilateră desenată cu linie întreruptă pe fig.233, care corespunde puterii mecanice maxim admisibile (respectiv, putere absorbită maximă).

Dacă ne limităm la funcţionarea în zona de viteze amintită anterior (1/2 ....1 · Ω_1), tot din fig.235 se vede că puterea necesară pentru motorul de curent continuu este cam de 50 % din cea a motorului asincron.

Cascada Krämer se mai foloseşte la acţionările ce necesită cupluri importante la viteze reduse, cum ar fi de exemplu morile de ciment, laminoarele de ţevi şi finisare etc..

b) Cascada Scherbius

In fig.236 de mai jos, se dă schema de principiu a cascadei



— fig 236 —

cu recuperare electrică a puterii de alunecare (Scherbius).

De data aceasta puterea de alunecare s.P este redresată şi apoi transformată din nou în putere electrică la frecvenţa reţelei, cu ajutorul unui invertor cu tiristoare RdT. Pentru a obţine o tensiune egală cu cea a reţelei, este necesar un transformator Tr de adaptare. In modul acesta, puterea este recuperată pe calea injectării ei din nou în reţeaua de alimentare. Reglarea vitezei cascadei sebrealizează din reglarea valorii unghiului de aprindere al tiristoarelor, cu ajutorul unui bloc de comandă special DCG, care generează impulsurile de comandă în mod sincronizat cu tensiunile trifazate de alimentare ale motorului.

Se poate arăta că familia de caracteristici mecanice se aseamănă cu cea din fig.233, dacă în locul fluxului se ia ca parametru unghiul de aprindere. Atunci valorilor extreme $\Phi = 0$ şi $\Phi = \Phi_n$ le corespunde aproximativ $\alpha = 90^\circ$ şi $\alpha = 150^\circ$.

La fel ca în cazul cascadei Krämer, zona de reglare este între viteza de sincronism şi jumătate din ea, pentru a nu dimensiona la o putere prea mare redresorul, invertorul şi transformatorul.

Spre deosebire de cascada Krämer, cascada Scherbius este indicată în acţionări unde se cer cupluri mari la viteze mari (mecanisme cu caracteristică de tip ventilator), cum ar fi pompe centrifugale, suflante, ventilatoare, exhaustoare etc..

In încheierea trecerii în revistă a celor mai răspîndite metode de reglare a vitezei motoarelor asincrone, trebuie remarcat faptul c că nici-una din metodele expuse nu se bucură simultan de avantajul simplităţii, economicităţii şi performanţelor ridicate de reglare, astfel că din punctul de vedere al reglării vitezei, motorul asincron este depăşit de către motorul de curent continuu.

5. Unele probleme de exploatare a motorului asincron.

5.1. Determinarea parametrilor în regim staţionar.

Pentru rezolvarea multor probleme puse în exploatare, este necesar să cunoaştem dacă nu exact, măcar cu aproximaţie, parametrii de regim staţionar ai motorului, care nu sînt indicaţi nici pe plăcuţa cu date nominale şi nici în catalogul maşinii. Deoarece valorile parametrilor depind mult de frecvenţă (cei rotorici), se determină în general două seturi de valori, pentru <u>alunecări mici</u> şi pentru <u>alunecări mari</u>.

a) Parametrii la alunecări mari.

Cuplul de pornire al motorului asincron rezultă din (429) funcție de curentul de pornire I'_{2p} :

(679) $$M_p = \frac{3R'_2 I'^2_{2p}}{\Omega_1}$$

Dacă ținem seama de ordinul de multiplicitate al curentului la pornire (552) și de faptul că $P_n = M_n \cdot \Omega_n$ avem:

(680) $$R'_2 = \frac{M_p \Omega_1}{3 I'^2_{2p}} \cong \frac{m_p M_n \Omega_1}{3 i_p^2 I_{1n}^2} = \frac{m_p (M_n \Omega_n) \Omega_1}{3 i_p^2 \Omega_n I_{1n}^2}$$

adică:

(681) $$R'_2 = \frac{m_p \cdot P_n}{3 i_p^2 (1-s_n) I_{1n}^2}$$

Impedanța de scurtcircuit este:

(682) $$Z_{1K} = \frac{U_{1n}}{\sqrt{3} \cdot I_{1p}} = \frac{U_{1n}}{\sqrt{3} \cdot i_p \cdot I_{1n}}$$

Rezistența globală de scurtcirucit este cu aproximație:

(683) $$R_{1K} \approx R_1 + R'_2 \approx 2R'_2$$

Rezultă atunci reactanța globală de scurtcircuit:

(684) $$X_{1K} = \sqrt{Z_{1K}^2 - R_{1K}^2}$$

Cu aproximație, se poate considera:

(685) $$X_{1\sigma} \approx X'_{2\sigma} \approx \frac{1}{2} X_{1K}$$

La alunecări mari se poate neglija circuitul de magnetizare din mijlocul schemei echivalente, folosind o schemă analogă schemei Kapp de la transformator.

b) Parametrii la alunecări mici.

De data aceasta se pleacă de la capacitatea de suprasarcină

λ a motorului, dată de (441) şi de la expresia simplificată a cuplului maxim (437). Din aceste două relaţii se obţine reactanţa globală de scurtcircuit:

$$X_{1\sigma} + X'_{2\sigma} \approx \frac{3(1-s_n)U_{1n}^2}{2\lambda \cdot P_n} \tag{686}$$

Pe de altă parte din formula Kloss:

$$\frac{M_n}{M_m} = \frac{1}{\lambda} \cong \frac{2 + 2s_K}{\frac{s_n}{s_K} + \frac{s_K}{s_n} + 2s_K} \tag{687}$$

rezultă alunecarea critică:

$$s_K = \frac{\lambda s_n}{1+2(\lambda-1)s_n}\left(1+\sqrt{1-\frac{1+2(\lambda-1)s_n}{\lambda^2}}\right) \tag{688}$$

Atunci luînd în consideraţie formula aproximativă (436) a alunecării critice, rezultă:

$$R'_2 \approx s_K(X_{1\sigma} + X'_{2\sigma}) \tag{689}$$

Considerînd $R_1 \approx R'_2$ şi $X_{1\sigma} \approx X'_{2\sigma}$ aflăm separat valorile lor corespunzătoare.

Nu există metode de determinare a parametrilor circuitului de magnetizare. Dacă s-ar cunoaşte pe o cale oarecare, valoarea coeficientului $\underline{C}_1$ din (400), bazîndu-ne pe aproximaţia:

$$C_1 \approx 1 + \frac{X_{1\sigma}}{X_\mu} \tag{690}$$

s-ar putea determina valoarea reactanţei X_μ de magnetizare.

Efectuînd calculele parametrilor pentru o maşină concretă dată (se recomandă ca studentul să efectueze astfel de calcule) se va constata că la alunecări mici rezistenţa R_2 este mai mică ca cea calculată la alunecări mari, din cauza efectului pelicular (refularea curentului). Reactanţa de scăpări globală este deasemenea mai mare la alunecări mici, decît la alunecări mari, tot din cauza aceluiaşi fenomen.

In general calculele efectuate conform indicaţiilor precedente au caracter aproximativ, parametrii depinzînd şi de gradul de saturaţie al circuitului magnetic al maşinii (deci de tensiunea de alimentare), precum şi de valorile curenţilor prin înfăşurări.

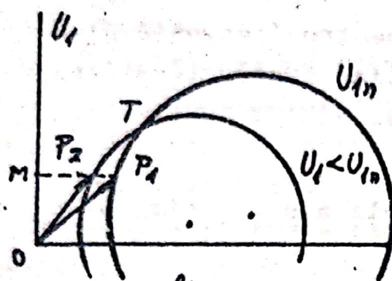
5.2. Funcţionarea la tensiune diferită de cea nominală.

In practică,din anumite cauze (căderile de tensiune în reţea,funcţionarea necorespunzătoare a dispozitivelor de reglare a tensiunii,etc..) tensiunea la care este conectat motorul poate să difere de cea nominală necesară.In legătură cu aceasta trebuie de la început subliniată o particularitate esenţială a motorului asincron în raport cu alte motoare elctrice şi anume faptul că tensiunea de alimentare influenţează regimul de funcţionare al motorului asincron,mai mult ca în cazul altor tipuri de motoare.Cuplul desvoltat la arbore de către motor depinde aşa cum am văzut de patratul tensiunii de alimentare,deci este mult afectat de variaţiile acesteia.

Dacă tensiunea aplicată este mai mare ca cea nominală,rezultă din $U_1 = 4{,}44 f_1 k_{w1} W_1 \cdot \Phi$ o creştere corespunzătoare a fluxului magnetic,deci a gradului de saturaţie a armăturilor,însoţită de creşterea componentei reactive,magnetizante a curentului de mers în gol.Această creştere depinde mult de gradul de saturaţie al maşinii în funcţionarea normală şi se face mai mult decît proporţional.De exemplu dacă tensiunea creşte cu 20 %,curentul de mers în gol creşte cu 50 % putînd ajunge la valori de ordinul curentului nominal,caz în care motorul nu mai poate fi încărcat în sarcină ! Simultan,se produce şi înrăutăţirea performanţelor energetice (randament,factor de putere) iar creşterea pierderilor în fier (practic cu patratul tensiunii) şi în cupru (practic liniar cu variaţia tensiunii) conduce la încălzirea nejustificată a maşinii.

Dacă tensiunea aplicată este mai mică ca cea nominală,scade componenta magnetizantă a curentului de mers în gol din cauza scăderii fluxului magmetic,dar componentele active ale curenţilor din stator şi rotor vor creşte pentru aceeaşi sarcină la axul maşinii (în expresia (427) la acelaş cuplu M,scăzînd fluxul Φ va creşte $I_2 \cdot \cos \psi_2$).Pentru sarcina nominală curenţii vor fi mai mari ca cei nominali şi maşina va fi supraîncărcată,la o funcţionare îndelungată solicitarea termică a izolaţiei fiind inadmisibilă (conduce în final la scurtarea sensibilă a duratei de viaţă a maşinii.La scăderea tensiunii de alimenatre va scădea sensibil şi cuplul maşinii,deci scade capacitatea de suprasarcină.Deoarece la curenţi mari cresc pierderile şi creşte şi dispersia magnetică,se vor înrăutăţi iar factorii energetici (η , $\cos\varphi$),la funcţionarea nominală.

Compararea performanțelor motorului la diferite tensiuni necesită o analiză aprofundată,rezultatele fiinddificil de exprimat în expresii analitice.Considerarea diagramei cercului,în cazurile în care poate fi folosită,aduce unele simplificări bazate pe caracterul său intuitiv.Astfel,poziția reciprocă a celor două cercuri ce corespund la tensiuni diferite,este indicată în fig.237,pentru valoarea mai mică a tensiunii corespunzînd o rază mai mică a cercului și o apropiere mare a centrului de origine.



-fig.237-

Se observă că la sarcini reduse față de cea nominală,reducerea tensiunii aplicate poate avea efecte favorabile asupra lui η și $\cos\varphi$ (punctele P_1 și P_2).La aceeași componentă activă I_{1a} = OM,corespunzînd sarcinii date,avem defazaj mai mic ($\widehat{MOP_2} < \widehat{MOP_1}$) și curent absorbit mai mic (deci pierderi mai mici).Evident,la sarcini mari acest lucru nu mai rămîne valabil (din motive de claritate a desenului situația reală a fost exagerată ; punctl T se află în realitate mai aproape de axa orizontală).Din acest motiv,la motoarele care merg normal în triunghi și sînt încărcate sub 1/3 din puterea nominală,este indicată trecerea la schema stea (sau lăsarea comutatorului stea-triunghi pe poziția stea),Tot din aceste motive,uneori se pot înlocui motoare cu altele de putere mai mare,alimentate la tensiune care față de cea nominală este de$\sqrt{3}$ ori mai mică (soluția aceasta nu este totdeauna indicată,necesitînd calcule tehnico-economice complexe).

5.3. Funcționarea la frecvență diferită de cea nominală.

Deoarece avem $U_1 = 4,44.f_1.k_{w1}.W_1.\phi$ din punct de vedere al efectelor magnetice situația este analogă cu cea din cazul deja considerat anterior.Dacă f_1 crește,acest lucru echivalează cu scăderea lui U_1 și invers.De cele mai multe ori însă,frecvența scade,ca urmare a creșterii puterii consumate în sistemul electroenergetic și ca urmare a statismului necesar funcționării stabile în paralel a grupurilor generatoare din centralele electrice (acest lucru se studiază mai departe la capitolele privind generatoarele sincrone,precum și în cursurile de tehnica reglării automate și centrale și rețele electrice).

Scăderea frecvenţei afectează viteza de rotaţie a motorului în primul rînd din cauza scăderii vitezei de sincronism,în al doilea rînd din cauza creşterii alunecării critice s_k ,deci şi a alunecării nominale.

Performanţele maşinii se înrăutăţesc atît la scaderea cît şi la creşterea frecvenţei.

De regulă normele tehnice prevăd pentru frecvenţă o variaţie situată cel mult în limitele de ± 5 %,iar pentru tensiunea de alimentare se admit variaţii între -5 % şi +10 %.

6. Regimuri şi aplicaţii speciale ale maşinii asincrone trifazate.

6.1. Generatorul asincron.

După cum s-a mai spus deja la sfîrşitul cap.3.2.6 de la "Maşina asincronă",valorilor alunecării s cuprinse în intervalul $-\infty < s < 0$,le corespunde regimul de generator asincron.Pentru aceasta este necesară antrenarea cu alt motor a maşinii asincrone,la viteze suprasincrone în acelaş sens cu sensul cîmpului învîrtitor.S-a arătat la cap.3.2.6 amintit,că în acest caz cuplul electromagnetic îşi schimbă sensul devenind cuplu rezistent, iar puterea activă la borne îşi modifică şi ea semnul devenind o putere cedată reţelei.

Diagrama fazorială raporată la stator a generatorului asincron,ţinînd seama de valorile negative ale alunecării,este dată în fig.238.Pentru a ţine seama de faptul că la viteze suprasincrone sensul t.e.m. induse în stator şi rotor nu mai este acelaş (aşa cum se întîmplă în regim motor),pe diagrama din fig.238 s-a luat t.e.m. de sens opus $-\underline{E}_2'$) faţă de cea considerată în fig.145.

Deşi componenta activă a curentului $\underline{I}_1$ a schimbat de sens, componenta magnetizantă,reactivă păstrează acelaş sens ca şi în regimul motor,deci maşina continuă să absoarbă din reţea putere reactivă,necesară întreţinerii cîmpului magnetic învîrtitor,fapt ce are drept consecinţă imposibilitatea funcţionării generatorului asincron pe o reţea unde nu se află cel puţin un generator sincron,sau unde nu avem condensatoare (absorbirea de putere reac-

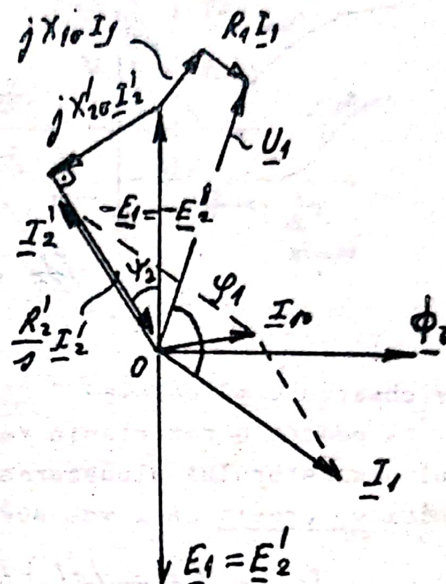
tivă de un semn, echivalează cu producerea de putere reactivă de semn opus !)

Rezultă principial două moduri de funcționare a generatorului asincron:

1) - funcționarea în paralel cu o rețea unde există generatoare sincrone;

2) - funcționarea pe rețeaua proprie (funcționare individuală), cu condensatoare pentru realizarea autoexcitației.

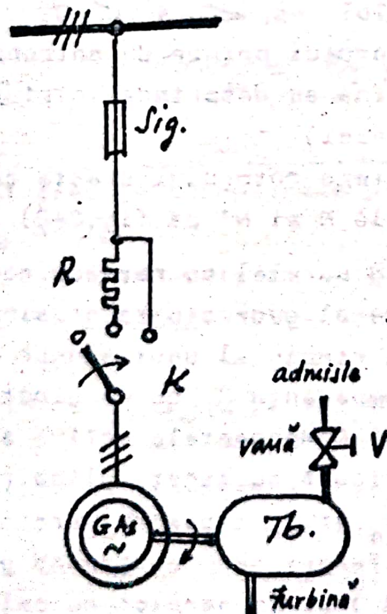
Vom studia pe scurt fiecare mod de funcționare.



-fig.238-

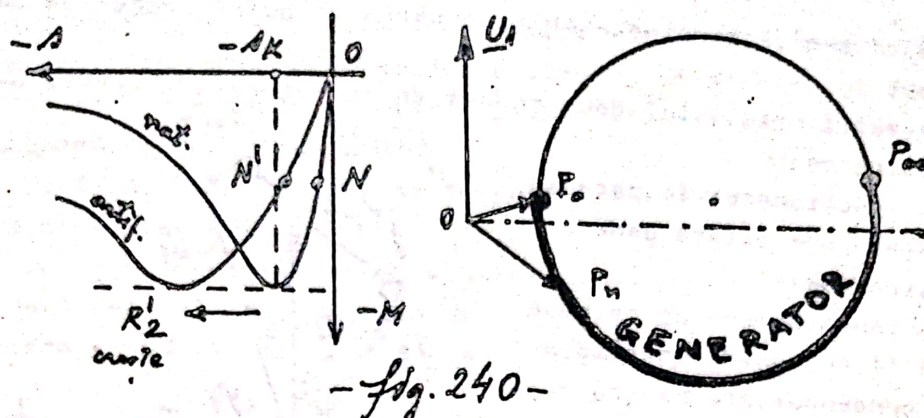
1) Mersul în paralel cu rețeaua.

Pentru cuplarea la rețea a unui generator asincron, se folosește o schemă ca cea din figura 239. Mai întîi se aduce generatorul la o viteză cît mai apropiată de cea de sincronism, în gol (cu întrerupătorul K deschis). Se închide apoi întrerupătorul K pe prima poziție, care inseriază cu mașina o rezistență R de protecție ce micșorează șocul de curent la cuplare din cadrul regimului, tranzitoriu electromagnetic. După scurt timp se trece întrerupătorul K pe poziția de lucru, în care rezistența R este scoasă din circuit. Pentru a debita putere activă în rețea, se va acționa asupra vanei de admisie a turbinei (sau motorului primar folosit), în sensul măririi debitului agentului fizic folosit (apă, abur, etc...).



-fig.239-

Caracteristicile de funcționare ca generator asincron sînt asemănătoare cu cele din regim motor, ele rezultînd din caracteristica cuplului funcție de alunecare și din diagrama cercului (fig.240).



-fig.240-

Se observă următoarele:

- pentru o rezistență rotorică dată R_2', la creșterea cuplului la axul generatorului alunecarea devine tot mai negativă, deci viteza rotorului va crește, căci vom avea:

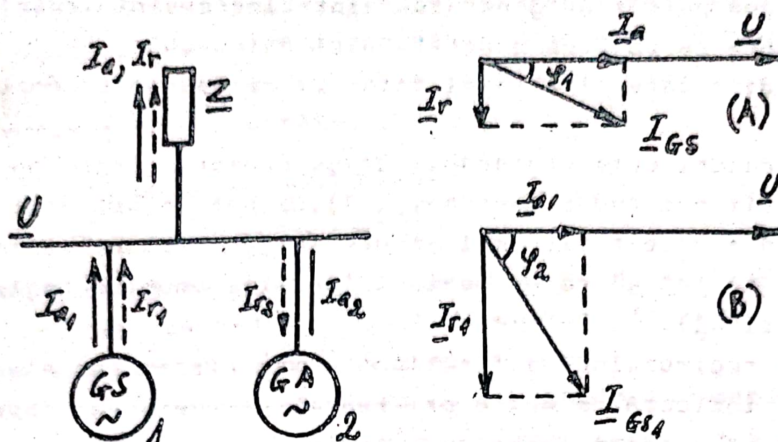
$$\Omega_2 = (1 + |s|)\Omega_1 \tag{691}$$

-la fel ca în regim motor, există un cuplu maxim la tensiune dată a rețelei, deci mașina nu pote da în rețea putere activă mai mare ca o anumită putere maximă! Zona stabilă static pentru regimul de generator este pentru alunecări în intervalul $-s_k < s < 0$.

Dacă în exploatare apar cupluri ale motorului primar de antrenare mai mari ca cel maxim al generatorului, mașina se desprinde, intrînd în regim de ambalare (creștere continuă a vitezei)

-la cuplu de antrenare constant, viteza rotorului crește cu creșterea rezistenței rotorice R_2' (punctele N și N' pe fig.240)

Funcționarea generatorului asincron în paralel cu rețeaua, conduce la înrăutățirea regimului de funcționare al generatoarelor sincrone din rețea. In adevăr, să considerăm cazul simplu al unui singur generator sincron GS, mergînd în paralel pe impedanța $\underline{Z}$ cu un generator asincron GA, așa cum se arată pe fig.241. Componentele active și reactive ale curenților sînt indicate pe figură cu săgeți pline, respectiv întrerupte. Pentru aceleași valori I_a și I_r necesare sarcinii, se arată în dreapta figurii, diagramele de fazori care corespund generatorului sincron funcționînd singur (A) și în paralel cu cel asincron (B). Deoarece în cel de-al doilea caz avem evident:



- fig 241 -

(692) $$\begin{cases} I_{a1} = I_a - I_{a2} < I_a \\ I_{r1} = I_r + I_{r2} > I_r \end{cases}$$

se vede imediat că pentru generatorul sincron regimul de funcționare în paralel este mai prost din cauză că:

a) scade evident factorul de putere ($\cos\varphi_2 < \cos\varphi_1$); se arată simplu că avem relația:

(693) $$tg\,\varphi_2 = tg\,\varphi_1 \cdot \frac{1 + \frac{I_{r2}}{I_r}}{1 - \frac{I_{a2}}{I_a}}$$

deci trebuie îndeplinite pe cît posibil condițiile $I_{r2} \ll I_r$ și $I_{a2} \ll I_a$.

b) se poate ca și curentul total debitat de generatorul sincron să crească, fapt ce are loc dacă se îndeplinește condiția:

(694) $$I_{as} > 2 \cdot \cos(\varphi + \varphi_{as}) I$$

în care: I_{as} e curentul total al generatorului asincron

I este curentul total al sarcinii

φ este defazajul sarcinii

φ_{as} este defazajul generatorului asincron

(deducerea lui (694) este simplă pe baza diagramelor din fig.241 și o omitem)

Rezultă că folosirea generatorului asincron în paralel cu rețeaua, este indicată atunci cînd:

- rețeaua este suficient de puternică în raport cu generatorul asincron (suma puterilor generatoarelor sincrone din rețea este mult mai mare ca puterea generatorului asincron)
- factorul de putere al rețelei este cît mai apropiat de unitate

In aceste cazuri este preferabil ca generatorul asincron să aibă întrefier cît mai redus (scade I_{r2} !). Se pot folosi atît mașini cu rotor în scurtcircuit (mai sigure în funcționare și mai ieftine), cît și mașini cu rotor bobinat (permite anumite reglaje prin variația lui R_2').

In studiul regimurilor de funcționare ale sistemelor electroenergetice, este indicată de multe ori reprezentarea generatoarelor asincrone într-o formă apropiată de cea a generatoarelor sincrone, adică prin t.e.m. produsă și prin impedanță internă. O astfel de reprezentare se poate obține din schema echivalentă a mașinii asincrone (fig.140 sau 141), observînd că pentru alunecări negative tensiunea de la bornele rezistenței $R_2' \cdot \frac{1-s}{s}$ schimbă de semn (puterea din această rezistență devine negativă deci generată și nu disipată!). Considerînd $\underline{c}_1 \cong 1$, deci $\underline{I}_1 \cong -\underline{I}_2'$ și observînd că sensul curenților se schimbă, avem pentru curentul debitat în rețea, expresia care rezultă din (401):

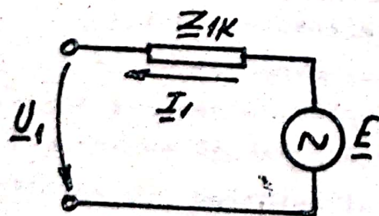
$$(695)\quad \underline{I}_1 \cong -\underline{I}_2' = \frac{\underline{U}_1}{\frac{1+|s|}{|s|}R_2' - [\underbrace{(R_1+R_2') + j(X_{1\sigma}+X_{2\sigma}')}_{\underline{Z}_{1K}}]}$$

din care rezultă:

$$(696)\quad \underline{U}_1 = \frac{1+|s|}{|s|}R_2'\underline{I}_1 - \underline{Z}_{1K}\cdot\underline{I}_1$$

Comparînd cu schema din fig.242 pentru care:

$$(697)\quad \underline{U}_1 = \underline{E} - \underline{Z}_{1K}\cdot\underline{I}_1$$



-fig.242-

rezultă:

$$(698)\quad \underline{E} = \frac{\underline{U}_1}{1 - \frac{|s|}{1+|s|}\cdot\frac{\underline{Z}_{1K}}{R_2'}}$$

care ne arată cum depinde t.e.m. de alunecare ca modul și defazaj față de tensiunea rețelei.

Se observă că t.e.m. $\underline{E}$ este defazată înaintea tensiunii la borne $\underline{U}_1$, cu unghiul θ, asemănător unghiului intern de la generatorul sincron (se va vedea la capitolul respectiv), dat funcție de alunecare prin expresia:

$$tg\,\theta = \frac{X_{1K}}{\frac{R_2'}{|s|} - R_1} \tag{699}$$

Se observă că pentru s=0, avem cu aproximațiile făcute, $\underline{E}=\underline{U}_1$, deci $\underline{I}_1=0$, ceea ce explică modul de cuplare la rețea, expus la pag. 303 (se asigură un curent de cuplare mic).

Cu toate acestea alegerea ca variabilă independentă a alunecării nu este indicată, deoarece viteza de rotație a generatorului asincron rezultă ca urmare a cuplului motorului primar. De aceea se preferă exprimarea t.e.m. direct în funcție de cuplul M. Ținînd seama de relațiile:

$$M = \frac{3R_2' I_2'^2}{|s|\,\Omega_1} \cong \frac{2\,|M_m|}{\left|\frac{s}{s_K}\right| + \left|\frac{s_K}{s}\right|} \tag{700}$$

$$|\underline{E}| = R_2' \cdot \frac{1+|s|}{|s|}\,|\underline{I}_2'| = R_2'\,\frac{1+|s|}{|s|}\,|\underline{I}_1| \tag{701}$$

se obține mai întîi:

$$|\underline{E}| = \left(\frac{1}{\sqrt{|s|}} + \sqrt{|s|}\right)\sqrt{\frac{R_2'\,\Omega_1 M}{3}} \tag{702}$$

iar pentru valori mici ale alunecării, $|s| < |s_k|$, obținem:

$$|\underline{E}| \cong U_1 + \left(\frac{R_2'\,\Omega_1}{3\,U_1}\right)M \tag{703}$$

defazajul (699), fiind cu aceleași aproximații:

$$tg\,\theta \cong \frac{X_{1K}}{\frac{3U_1^2}{M\,\Omega_1} - R_1} \tag{704}$$

Se observă că atît modulul lui $\underline{E}$ cît și defajajul său față de $\underline{U}_1$, cresc cu creșterea cuplului la ax.

Să punem în evidență avantajele și dezavantajele generatorului

asincron,mergînd paralel cu o rețea dată.

Avantajele sînt următoarele:

- dintre toate generatoarele electrice rotative,cel asincron are cea mai simplă și mai sigură construcție,mai ales cel cu rotor în scurtcircuit,la care se elimină orice contact alunecător!

- nu necesită alimentare separată cu curent continuu,neavînd nevoie de excitație;

- are o întreținere minimă în exploatare;

- cuplarea la rețea se face simplu,fără aparatură specială de sincronizare,limitare de curent etc..

- la putere dată,are greutate și gabarit minim față de alte generatoare;

- furnizează putere activă la frecvența rețelei,indiferent de viteza la ax (în anumite limite);

- este autoprotejat față de scutcircuitele din apropiere, căci se dezexcită automat,prin însăși principiul său de funcționare;

Dezavantajele sînt următoarele:

- nu poate funcționa singur pe rețea (doar cu cel puțin un generator sincron,sau cu condensatoare,cum se va vedea mai departe);

- înrăutățește regimul de lucru al generatoarelor sincrone din rețea,de aceea se recomandă folosirea doar la puteri mici și în rețele cu factor ridicat de putere;

- consumă din rețea putere reactivă în loc să producă,ceea ce contravine însăși funcției de generator;

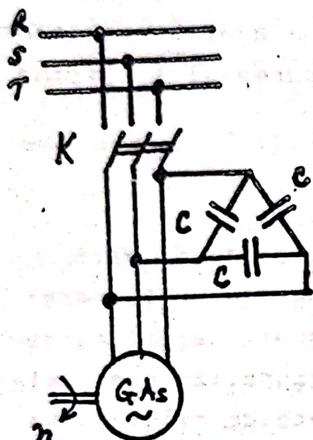
- se pretează mai greu la automatizare; este dificil de realizat un regulator al puterii debitate în funcție de viteză , deoarece pe de o parte puterea crește cu viteza, iar pe de altă parte mici variații de viteză produc mari variații de cuplu,deci de putere!Din aceste motive în practică se reglează admisia (de apă sau abur) la plină,sarcină,odată pentru totdeauna,urmînd ca variațiile de putere ale consumatorilor să fie preluate de generatoarele sincrone.

Ținînd seama de cele spuse,generatoarele asincrone se folosesc în micile hidrocentrale cu comandă automată,la centrale eoliene,la bordul navelor aeriene etc..

Aplicarea acestui tip de generator trebuie de la caz la caz însoțită de calcule tehnico-economice bine justificate.

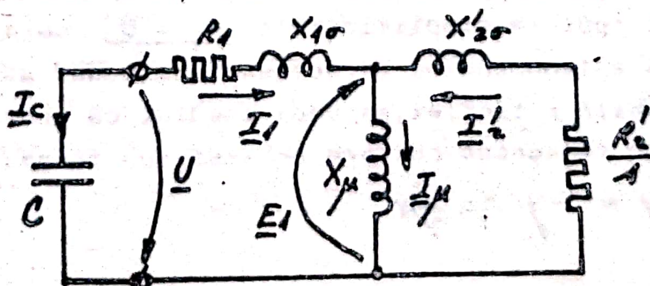
2) Funcţionarea pe reţea proprie.

In cazurile în care generatorul asincron funcţionează singur în reţea, curentul necesar pentru magnetizare şi producere a cîmpului învîrtitor este furnizat de către o baterie de condensatoare conectată în paralel cu generatorul şi reţeaua (fig.243), legată de obicei în triunghi. Deoarece reţeaua este pasivă, un regim de funcţionare stabilă se poate stabili, doar ca urmare a unui proces de autoexcitaţie şi numai după îndeplinirea anumitor condiţii.



-fig.243-

Să considerăm mersul în gol (întrerupătorul K deschis în fig.243) la viteză de rotaţie constantă n, cu rotorul în scurtcircuit. Pentru a se putea amorsa procesul de autoexcitaţie, una dintre condiţiile necesare este existenţa în rotor a unui cîmp magnetic remanent cu acelaş număr de poli ca cel al înfăşurării statorice trifazate. Acest lucru are loc mai totdeauna, dacă maşina a mai funcţionat de exemplu în regim motor. Rotorul magnetizat remanent, în mişcare, produce un cîmp magnetic învîrtitor pe cale mecanică care induce în fazele statorice t.e.m. trifazate simetrice. Cele trei faze statorice fiind conectate pe bateria de condensatoare, vor fi parcurse de curenţi trifazaţi simetrici, defazaţi înaintea tensiunii la borne la 90° electrice. Cum debitarea de curenţi capacitivi echivalează cu absorbirea de curenţi inductivi, curenţii produşi vor avea caracter magnetizant contribuind la intensificarea cîmpului învîrtitor şi deci a t.e.m. produse. La rîndul lor acestea provoacă o nouă creştere a curenţilor şi aşa mai departe, producîndu-se o creştere în lanţ închis a mărimilor t.e.m., curenţi şi flux magnetic, care se determină reciproc. Aşa cum se va vedea mai jos, fenomenul este limitat de saturaţia magnetică şi se produce doar dacă se mai îndeplinesc unele condiţii suplimentare.



-fig.244-

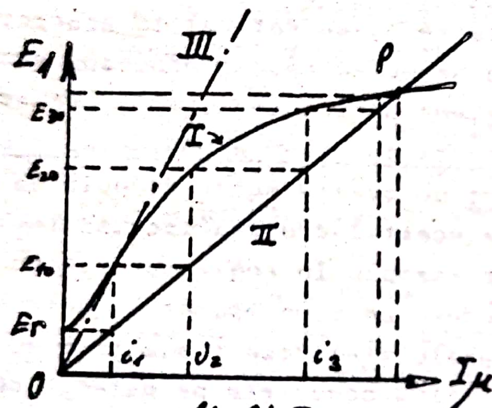
Schema echivalentă a generatorului asincron în gol,pe o fază, cu neglijarea pierderilor în fier,este cea din fig.244,în care frecvența tensiunilor și curenților este dată de relația cunoscută:

$$f_1 = \frac{pn}{60} \tag{705}$$

Reactanța de magnetizare X_μ este un element neliniar,depinzînd după cum se știe de frecvență și de fluxul magnetic util rezultant. Din acest motiv t.e.m. E_1 depinde neliniar de curentul I_μ ,fiind proporțională cu frecvența după relația:

$$E_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f_1 k_{w_1} W_1 \Phi_\tau \tag{706}$$

Pentru o mașină dată,relația dintre E_1 și I_μ poate fi dată grafic,sub forma unei familii de curbe la diverse frecvențe,care reproduc la anumite scări caracteristica de magnetizare a mașinii,așa cum este de pildă curba notată cu I pe fig.245.Deoarece



-fig 245-

$$E_1/f_1 = const.$$

curbele la diverse frecvențe se pot deduce unele din altele.

Prin aplicarea metodei potențialelor la noduri schemei din fig.244,se poate scrie:

$$\underline{E}_1 \left(\underline{Y}_c + \underline{Y}_2' \right) = \underline{I}_\mu \tag{707}$$

în care:

$$\begin{cases} \underline{Y}_c = \left[R_1 + j\left(X_{1\sigma} - \frac{1}{\omega C} \right) \right]^{-1} \\ \underline{Y}_2' = \left[\frac{R_2'}{s} + j \cdot X_{2\sigma}' \right]^{-1} \end{cases} \tag{708}$$

Dacă considerăm ipoteza simplificatoare $R_1 = 0$ care nu afectează esența fizică a fenomenului de autoexcitație,dar aduce o simplificare considerabilă a teoriei,se vede imediat că pentru ca relația (707) să poată fi scrisă conform schemei, sub forma:

$$\underline{E}_1 = -j \cdot X_\mu \underline{I}_\mu$$

trebuie ca <u>alunecarea să fie nulă</u> (s = 0),deci la mers în gol în condițiile enunțate,mașina asincronă <u>funcționează la sincronism</u> !

Din relațiile precedente rezultă în acest caz (R_1=0 și s=0):

$$(709)\qquad \underline{E_1 = -j\left(\frac{1}{\omega C} - X_{1\sigma}\right)\underline{I}_\mu} \quad \text{și} \quad E_1 = \left(\frac{1}{\omega C} - X_{1\sigma}\right) I_\mu$$

cu $\omega = 2\cdot\pi\cdot f_1$ și f_1 dat de (705).

Relația aceasta reprezintă ecuația unei <u>drepte</u> (II pe fig.245) care taie curba $E_1 = f(I_\mu)$ la frecvența f_1 în punctul P care reprezintă punctul de funcționare stabilă a mașinii autoexcitate.

In adevăr,t.e.m.remanentă inițială E_r de la bornele lui X_μ , este aplicată conform fig.244 cu R_1=0, reactanțelor $1/\omega C$ și $X_{1\sigma}$ deci curentul ce rezultă i_1,se determină după curba II.Acest curent produce după curba I o nouă t.e.m.E_{1o} care produce după curba II a reactanței exterioare un nou curent i_2 ș.a.m.d. pînă în punctul final P în care t.e.m. produsă corespunde exact curentului din înfășurări.Pentru ca autoexcitația să aibă loc la valori ridicate ale t.e.m.,de interes practic,trebuie ca dreapta (709) să fie la dreapta celei limită,notate cu III pe fig.245 și care corespunde tangentei la curba I în porțiunea inițială.In această zonă curba I fiind practic o dreaptă ce trece prin origine,se poate defini o reactanță de magnetizare nesaturată:

$$(710)\qquad X_{\mu o} = \left.\frac{E_1}{I_\mu}\right|_{I_\mu \to 0} = 2\pi f_1 \cdot L_{\mu o}$$

astfel că condiția suplimentară de autoexcitație este:

$$(711)\qquad \frac{1}{\omega C} - X_{1\sigma} < X_{\mu o}$$

adică:

$$(712)\qquad \underline{C > \frac{1}{\omega^2 (L_{1\sigma} + L_{\mu o})} = \frac{1}{\omega^2 \cdot L_{10}}}$$

în care L_{10} este <u>inductanța totală nesaturată</u> a fazei statorice.

In felul acesta valoarea capacității stabilește t.e.m. și deci și tensiunea la bornele generatorului în gol,cu cît capacitatea este mai mare cu atît și tensiunea fiind mai mare.

Dacă se introduce și valoarea saturată a reactanței X_μ ca raport dintre E_1 și I_μ în punctul P,vom avea la mersul în gol re-

lația:

(713) $$\omega = 2\pi f_1 = \frac{1}{\sqrt{C(L_{1\sigma}+L_\mu)}} = \frac{1}{\sqrt{L_1 \cdot C}}$$

Observații: – exploatarea practică arată că pentru autoexcitația generatorului asincron este necesară o magnetizare remanentă suficient de puternică a rotorului, dar fenomenul se produce chiar și fără aceasta, dacă de exemplu armăturile condensatoarelor posedă sarcini electrice, rămînînd încărcate ca urmare a unei funcționări anterioare. Amorsarea autoexcitației se poate face și prin conectare pe o durată scurtă a statorului la o rețea trifazată sub tensiune, sau la introducerea pentru scurt timp în rotor (dacă mașina este cu rotorul bobinat) a unor curenți continui.

– dacă se ia în considerație $R_1 \neq 0$, teoria se complică dar fenomenele rămîn practic aceleași; în acest caz la mersul în gol este necesară o mică alunecare negativă pentru compensarea pierderilor în cupru din stator, astfel că frecvența mărimilor statorice este dată doar cu aproximație de relația (705).

Să considerăm acum mersul în sarcină (întrerupătorul K din figura 243 închis pe rețeaua pasivă trifazată a consumatorilor). Pentru ca generatorul să debiteze putere activă trebuie ca alunecarea să fie negativă, crescînd în valoare absolută cu creșterea puterii active.

Din relațiile:

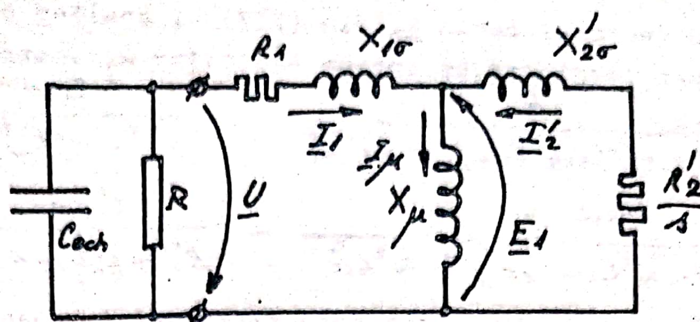
(714) $$s = 1 - \frac{n}{n_1}$$
$$f_1 = \frac{pn_1}{60}$$

rezultă:

(715) $$f_1 = \frac{p \cdot n}{(1+|s|)60}$$

adică dacă viteza de antrenare se menține constantă (n=const.), odată cu creșterea puterii active va scădea frecvența mărimilor din stator. În acest caz scade E_1 la acelaș I_μ (curba I se deplasează în jos) și crește panta curbei II din fig.245, astfel că la o sarcină anumită autoexcitația nu mai este asigurată și tensiunea la borne scade brusc (se zice că mașina "s-a desprins"). Fenomenul negativ al desprinderii este facilitat în cazul sarcinilor inductive, care "consumă" din puterea reactivă necesară magnetizării, din bateria de condensatoare.

Pentru cazul mai des întîlnit al consumatorilor cu caracter inductiv, schema echivalentă pe fază în sarcină este cea din fig.246

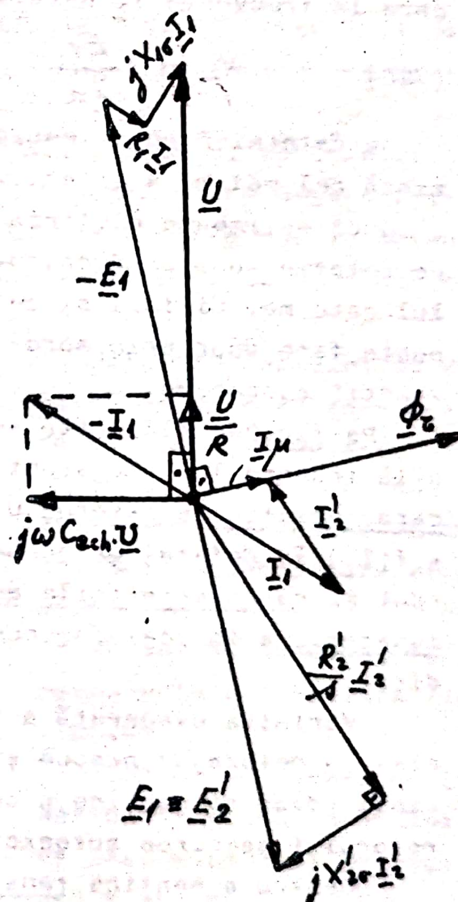


— fig. 246 —

în care inductanța consumatorilor s-a inclus în capacitatea echivalentă, prin expresia:

$$C_{ech} = C - \frac{1}{\omega^2 L} \tag{716}$$

Diagrama fazorială care corespunde funcționării în sarcină a generatorului asincron este cea dată în fig.247.



— fig 247 —

Calculul caracteristicilor la mers în sarcină este o problemă dificilă deoarece starea de magnetizare a mașinii nu rămîne constantă, variind cu regimul de sarcină (variază E_1 și f_1). Caracteristicile nu se pot exprima analitic trebuind să fie determinate prin calcul punct cu punct.

Astfel, din schema din figura 246, rezultă cu metoda tensiunilor la noduri, relația:

$$\frac{\underline{E}_1}{j \cdot X_\mu} + \underline{E}_1\left(\underline{Y}_C^{*} + \underline{Y}_2'\right) = 0 \tag{717}$$

în care în locul primei expresii (708), trebuie luată acum expresia:

$$\underline{Y}_C^{*} = \left[R_1 + jX_{1\sigma} + R /\!/ \frac{1}{j\omega C_{ech}}\right]^{-1} \tag{718}$$

Eliminînd factorul comun $\underline{E}_1$ din (717) şi anulînd separat partea reală şi cea imaginară, se obţine neglijînd R_1 sistemul:

$$(719)\quad \begin{cases} \dfrac{R}{R^2(1-\omega^2 C_{ech}\cdot L_{1\sigma})^2+\omega^2 L_{1\sigma}^2} + \dfrac{R_2' \cdot s}{R_2'^2+\omega^2 L_{2\sigma}'^2 s^2} = 0 \\ \dfrac{R^2 C_{ech} - L_{1\sigma}}{R^2(1-\omega^2 C_{ech} L_{1\sigma})^2+\omega^2 L_{1\sigma}^2} - \dfrac{L_{2\sigma}' s}{R_2'^2+\omega^2 L_{2\sigma}'^2 s^2} = \dfrac{1}{\omega X_\mu} \end{cases}$$

Dacă ne dăm independent frecvenţa statorică f_1, deci ω, avem din (716) C_{ech} şi putem determina din (719) alunecarea s şi reactanţa X_μ.

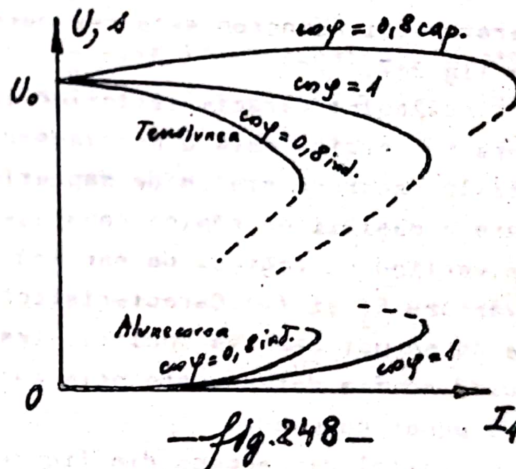
Cu aceste mărimi aflăm starea de mişcare a rotorului, determinînd n cu (715), precum şi starea de magnetizare a armăturilor şi t.e.m. E_1, căutînd pe caracteristica de magnetizare un punct pentru care la frecvenţa f_1 dată să avem:

$$(720)\qquad X_\mu = \frac{E_1}{I_\mu}$$

Se determină apoi imediat celelalte mărimi din care $\underline{U}$ şi $\underline{I}_1$ prezintă cel mai mare interes.

Dacă se impune o viteză de rotaţie constantă, calculul este mai dificil şi se poate face doar prin aproximaţii succesive.

Pe fig.248 alăturată se află trasate la n constant <u>caracteristicile externe</u> U = f(I_1) la defazaj φ constant şi <u>caracteristicile alunecării</u> s în aceleaşi condiţii.



-fig.248-

Variaţia exagerată a tensiunii la borne cu curentul şi mai ales cu defazajul, precum şi scăderea frecvenţei la creşterea sarcinii (dacă se menţine n constant), limitează mult folosirea generatorului asincron autoexcitat.

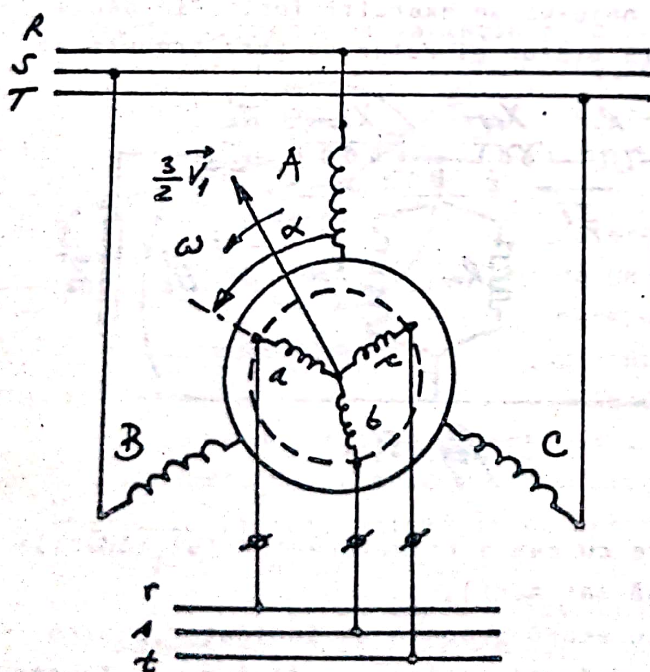
Pentru a menţine <u>tensiunea</u> şi <u>frecvenţa</u> în limitele necesare impuse de cerinţele de calitate ale consumatorilor este neapărat necesară folosirea reglării automate a vitezei de rotaţie şi a tensiunii la borne. Un reglaj în limite strînse pe cale manuală se poate realiza prin varierea capacităţii condensatoarelor şi prin varierea rezistenţei rotorice R_2' (la maşini cu rotor bobinat).

Generatoarele asincrone cu autoexcitaţie sînt folosite în ultimul timp la bordul navelor aeriene datorită greutăţii şi gabaritului lor mai mic decît al celorlalte generatoare electrice de aceeaşi putere.

6.2. Regulatorul de fază.

Pentru reglarea fină şi continuă a defazajului în reţele trifazate, fără a modifica amplitudinea şi frecvenţa, se foloseşte un motor asincron cu rotor bobinat numit regulator de fază, îndeplinind următoarele condiţii:

- execuţie foarte îngrijită, urmărind realizarea unei simetrii perfecte geometrică şi electromagnetică
- rotorul maşinii este în repaus putînd însă fi rotit faţă de stator cu ajutorul unui angrenaj de tip şurub fără fine-roată dinţată şi fixat în orice poziţie
- numărul de poli ai înfăşurărilor din stator şi rotor este 2p = 2 deci unghiurile reale reprezintă în acelaş timp unghiuri în grade electrice; condiţia aceasta nu este obligatorie dar ea asigură reglajul cel mai fin şi determinarea cea mai precisă a defazajului



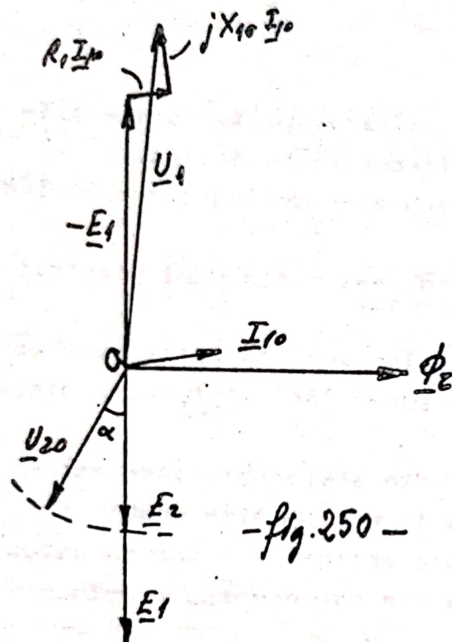
- fig 249 -

Datorită faptului că rotorul se află în repaus şi se roteşte cel mult cu o rotaţie complectă, nu mai este necesară folosirea de contacte alunecătoare şi perii, legăturile din rotor fiind scoase la placa de borne prin conductoare flexibile.

Schema de conexiune în aplicaţii a regulatorului de fază este dată în fig. 249 alăturată.

Unghiul α de decalaj spaţial al fazelor omoloage A şi a se reglează manual cu ajutorul angrenaju-

lui cu roată melcată, care are avantajul autoînțepenirii. In funcție de unghiul cu care este rotit rotorul față de stator, tensiunile la ieșire (rețeaua r,s,t din rotor) se defazează mai mult sau mai puțin față de cele ale rețelei primare R,S,T. In fig.250 se arată poziția fazorului tensiunii secundare în gol $\underline{U}_{20}$ ce corespunde fig.249. Pentru a se obține tensiuni secundare de valori egale cu cele primare, trebuie ca raportul:



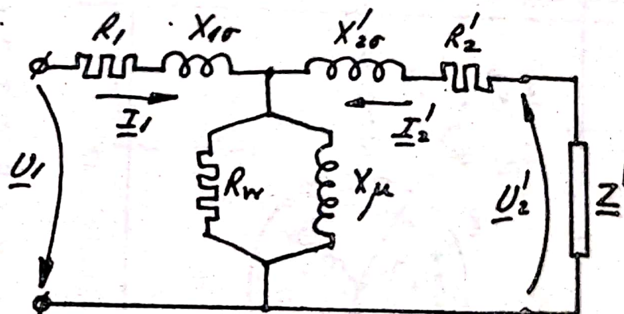
-fig.250-

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{k_{W2} W_2}{k_{W1} W_1}$$

să fie puțin peste unitate (pentru a compensa căderea de tensiune din stator, produsă de R_1 și $X_{1\sigma}$).

Schema echivalentă pe fază este cea din fig.251, care corespunde cazului cînd $\alpha = 0$. Pentru $\alpha \neq 0$ valorile efective rămîn aceleași, doar defazajul se modifică corespunzător.

Dacă sarcina regulatorului este mare (curenți mari I_2') asupra anrgrenajului se exercită forțe, din cauza cuplului electromagnetic dintre stator și rotor, de care trebuie să se țină seama la proiectarea sa. Manevrarea rotirii regulatorului devine în acest caz dificilă și pot să apară vibrații în funcționare.



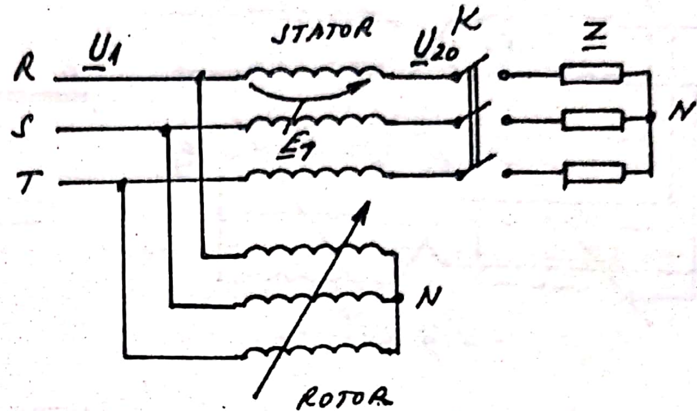
-fig.251-

La mers în sarcină tensiunea secundară scade cu creșterea curentului, dacă sarcina este inductivă (caracteristica externă este asemănătoare cu cea a transformatorului, căderile de tensiune interne fiind însă mai mari).

Regulatorul se prevede cu scară gradată și indicator, pentru citire directă a unghiului de defazaj, etalonarea făcîndu-se în condițiile date experimentale.

6.3. Regulatorul de inducție.

Pentru reglarea tensiunii trifazate în limite largi și în mod continuu, se poate folosi un motor asincron îndeplinind aceleași condiții ca cel de la pct.6.2.anterior, dar avînd conexiunile așa cum se arată în fig. 252. La mersul în gol (K deschis) tensiunea U_{2o} se obține prin însumare fazorială, din tensiunea rețelei U_1 și t.e.m. indusă de cîmpul învîrtitor al rotorului E_1, în stator, așa cum se arată în fig.253.



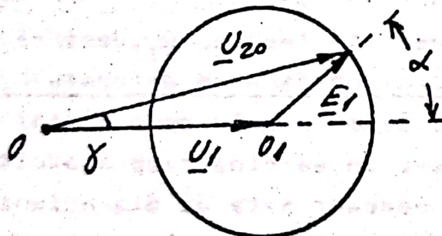
-fig.252-

Prin rotația rotorului față de stator variază unghiul α și deci și tensiunea U_{2o}, mărimile U_1 și E_1 fiind constante. Avem deci:

(721) $$U_{2o} = \sqrt{U_1^2 + E_1^2 + 2E_1U_1\cos\alpha}$$

obținînd o curbă de variație a lui U_{2o} funcție de ca cea din fig.254. Dacă avem $U_1 \approx E_1$ plaja de reglare este cea mai avantajoasă:

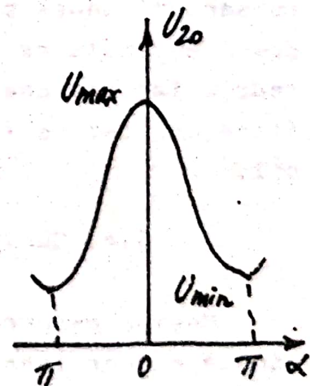
$$0 \leq U_{2o} \leq 2.U_1$$



-fig.253-

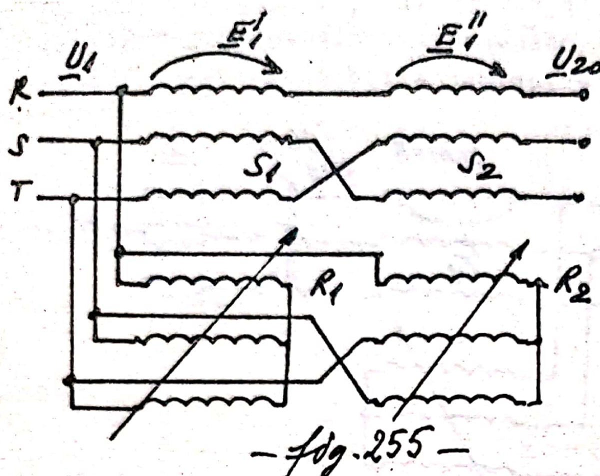
Sistemul posedă un interval mare de reglare dar are următoarele dezavantaje:

- curba de reglare nu este liniară
- odată cu varierea valorii efective a tensiunii la ieșire, variază și defazarea acesteia
- la mersul în sarcină apar căderi de tensiune interne și un cuplu electromagnetic care îngreuiază manevrarea și necesită un angrenaj capabil să suporte eforturile mecanice corespunzătoare.

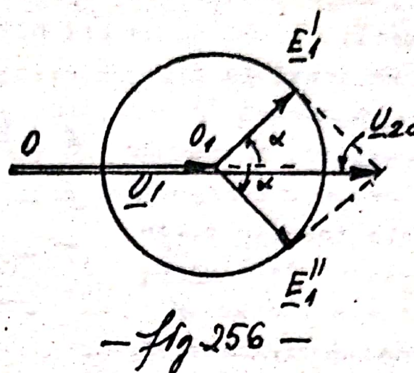


-fig.254-

Pentru a elimina în parte aceste dezavantaje se folosesc regulatoare de inducţie duble, formate din două maşini identice cu



-fig.255-



-fig.256-

statoarele legate în serie şi rotoarele în paralele (fig.255), la una din maşini fiind inversate două faze, ceea ce face ca cîmpul învîrtitor să schimbe de sens. Cum cele două rotoare sînt calate pe acelaş ax, iar fazele maşinilor se corespund ca axe, rotirea cu un unghi a axului face ca t.e.m. indusă într-un stator să fie defazată într-un sens, iar în celălalt stator în sens opus, cu acelaş defazaj aşa ca în fig.256. Deoarece la mers în gol avem:

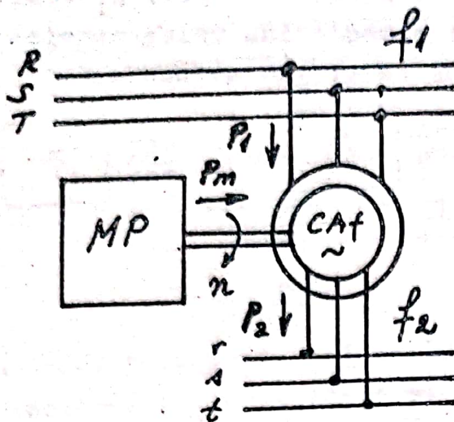
$$\underline{U}_{20} = \underline{U}_1 + \underline{E}'_1 + \underline{E}''_1 \qquad (722)$$

rezultă că tensiunea $\underline{U}_{20}$ rămîne permanent în fază cu $\underline{U}_1$, deci se obţine o reglare a valorii tensiunii fără modificarea defazajului!

Deoarece cele două cîmpuri învîrtitoare în cele două maşini au sensuri opuse cuplul rezultant la mers în sarcină asupra axului comun se anulează astfel că angrenajul necesar este de dimensiuni reduse iar acţionarea se face cu uşurinţă, singurul cuplu rezistent fiind cel dat de frecări. In schimb maşina se scumpeşte considerabil.

6.4. Convertizorul asincron de frecvenţă.

Maşina asincronă poate fi folosită pentru obţinerea relativ simplă a unor tensiuni trifazate la altă frecvenţă, adică în regim de convertizor de frecvenţă, după o schemă ca cea din fig.257.



- fig.257 -

Dacă n_1 este turaţia în rot/min a cîmpului învîrtitor produs de statorul alimentat de la reţeaua de frecvenţă f_1, ţinînd seama de relaţiile:

$$(723)\quad \begin{cases} f_1 = \dfrac{pn_1}{60} \\ f_2 = \dfrac{p(n_1-n)}{60} \end{cases}$$

se determină viteza de antrenare a rotorului n (cu ajutorul altui motor primar MP), astfel ca să obţinem la inelele rotorului o tensiune trifazată de frecvenţă f_2:

$$(724)\quad n = \frac{60(f_1-f_2)}{p}$$

Deobicei se urmăreşte obţinerea unei frecvenţe superioare $f_2 > f_1$ (de exemplu pentru alimentarea din reţeaua secundară r,s,t de frecvenţă mărită, a altor motoare asincrone sau sincrone, la viteze mai mari decît 3000 rot/min). In acest caz, rotorul trebuie antrenat în mişcare <u>în sens contrar cîmpului învîrtitor</u>, funcţionînd astfel în <u>regim de frînă</u> (alunecarea $s > 1$). In acest regim maşina asincronă absoarbe putere activă P_1 din reţeaua primară R,S,T şi deasemenea absoarbe pe la ax putere mecanică P_m, transmiţîndu-le cu pierderile respective reţelei secundare r,s,t. Dacă neglijăm aceste pierderi, se poate scrie:

$$(725)\quad \begin{aligned} P_1 &\approx P \\ P_m &\approx (s-1)P \\ P_1 + P_m &\approx P_2 \end{aligned}$$

în care P este puterea electromagnetică (interioară) a maşinii. Rezultă din aceste relaţii puterile luate din reţea şi pe la ax, în funcţie de cea necesară P_2 la consumator:

$$(726)\quad \begin{cases} P_1 = \dfrac{f_1}{f_2} \cdot P_2 \\ P_m = \left(1 - \dfrac{f_1}{f_2}\right) P_2 \end{cases}$$

In cele mai multe cazuri MP este tot un motor asincron, cu ro-

torul în scurtcircuit,avînd un număr de perechi de poli p_1 egal, sau diferit de cel al convertizorului p.Neglijînd valoarea mică a alunecării lui MP și ținînd seama de relațiile evidente:

$$n = \frac{60 f_1}{p_1}$$

(727)

$$n = \frac{60(f_2 - f_1)}{p}$$

se obține relația fundamentală:

(728) $$f_2 = \left(1 + \frac{p}{p_1}\right) f_1$$

care permite determinarea la f_2 dat, a lui p_1 funcție de p, sau invers.

Corelația numărului de poli pentru cazurile cele mai folosite este:

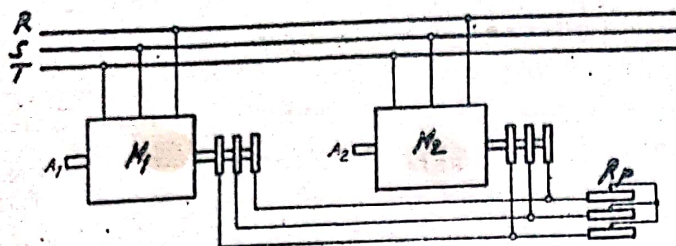
f_2=100 Hz	$p=p_1$	$P_1 = 50\%.P_2$	P_m=50%.P_2
f_2=150 Hz	$p=2p_1$	$P_1 = 33\%.P_2$	P_m=67%.P_2
f_2=200 Hz	$p=3.p_1$	$P_1 = 25\%.P_2$	P_m=75%.P_2

La frecvențe mai mari,funcționarea devine neeconomică (în rotor avem pierderi mari în fier,pierderile în cupru cresc din cauza refulării,puterea mașinii de antrenare crește) astfel că "200 Hz" reprezintă practic limita superioară obținută pe această cale.

Pentru obținerea riguroasă a frecvențelor se poate folosi pentru antrenare un motor asincron sincronizat (se va studia la capitolul privind mașinile sincrone).Mai trebuie remarcat că la mersul în sarcină căderile interne de tensiune sînt mai mari datorită reactanțelor mărite,ceea ce face ca caracteristica U=f(I) să fie căzătoare (sarcini inductive).Convertizoarele asincrone de frecvență sînt mai ieftine decît generatoarele sincrone pentru frecvențe ridicate (valabil numai la sute de herți).

6.5. Arborele electric.

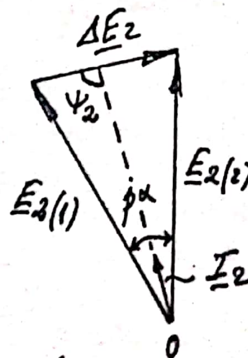
In anumite situații se dorește ca rotația a două axe aflate la mare distanță,sau imposibil de cupltat pe cale mecanică,să se facă sincron (cu aceeași viteză,sau cu acelaș unghi de rotație). Acest lucru se poate realiza dacă folosim două mașini asincrone identice,legate electric după schema din fig.258 (se folosesc deci numai mașini cu rotoarele bobinate).



-fig.258-

Dacă maşinile sînt în repaus iar rotoarele ocupă aceleaşi poziţii relative în raport cu statoarele, t.e.m induse în fazele rotorice legate în opoziţie sînt egale şi deci t.e.m.rezultantă pe orice buclă închisă rotorică este nulă. Prin circuit nu trece deci curent ($I_2' = 0$) şi prin urmare nu avem cupluri de interacţiune între statoare şi rotoare, acestea rămînînd în repaus în poziţia considerată (poziţia de coincidenţă).

Dacă se roteşte acum unul din arbori, de exemplu A_1, cu un unghi α oarecare, t.e.m. induse în rotoare vor rămîne egale în valori efective, dar vor diferi ca defazaj, astfel că pe fiecare fază apare o t.e.m. rezultantă ΔE_2 (fig.259) care produce curenţi prin fazele rotorice (se presupune R_p din fig.258, infinit, adică scos din schemă). Rotoarele fiind parcurse de curenţi, care într-una din maşini circulă într-un sens, iar în cealaltă în sens opus, rezultă că de data aceasta se vor produce cupluri electromagnetice de interacţiune egale şi opuse:



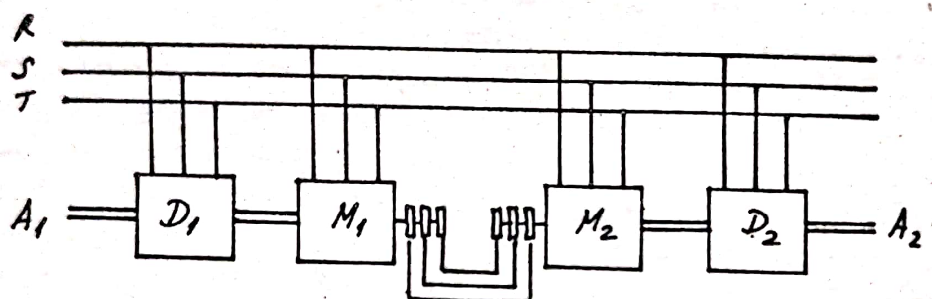
-fig.259-

$$M_1 = -M_2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{\Delta E_2 \cdot I_2 \cdot \cos\psi_2}{\Omega_1} \tag{729}$$

Aceste cupluri acţionează asupra celor două rotoare (dacă primul este fixat, doar asupra celuilalt), astfel încît caută să le aducă în poziţia de coincidenţă, pentru care α este zero, deci sînt cupluri sincronizante. Rotorul celei de-a doua maşini se va roti deci exact cu acelaş unghi cu care s-a rotit prima, realizînd astfel o sincronizare precisă a unghiului de rotaţie între cele două axe A_1 şi A_2 independente mecanic. Acest lucru este valabil doar la mers în gol cînd maşina a doua nu desvoltă cuplu la ax şi rămîne valabil şi în situaţia cînd rotorul primei maşini este învîrtit cu o viteză dată constantă. In acest caz putem transmite numai informaţie, unul din arbori rotindu-se cu aceeaşi viteză şi cu acelaş unghi ca celălalt.

Pentru a transmite şi <u>energie</u> se introduce reostatul de pornire (sau reglare) R_p ,care nu poate fi însă adus pînă la poziţia de scurtcircuit (în acest caz legătura electrică între cele două rotoare dispare;maşinile funcţionînd separat).Maşinile funcţionează în sarcină menţinînd viteza de rotaţie a axelor (sincronizarea vitezei) şi unghiurile de rotaţie,dacă sarcinile la cele două axe sînt identice.Dacă sarcinile nu sînt identice apare un decalaj unghiular şi un schimb de putere între cele două maşini prin rotor (acţiune de egalizare a încărcării).

Cele două funcţiuni (de sincronizare şi de egalizare a încărcării) pot fi separate pe maşini diferite,aşa cum se arată în fi-



-fig.260-

gura 260,care reprezintă o schemă mai perfecţionată de <u>arbore electric</u>.Maşinile D_1 şi D_2 sînt cele "conducătoare",de acţionare,iar maşinile M_1 şi M_2 asigură numai cuplurile de sincronizare.Schema din fig.260 are un avantaj important faţă de cea din fig.258.In adevăr,la diferenţe mari de sarcini,cuplul de sincronizare avînd o valoare maximă posibilă,poate să nu fie suficient pentru acţionare,caz în care se produce o desprindere a legăturii dintre cele două maşini (ca şi cum cele două axe A_1 şi A_2 ar fi cuplate printr-o cuplă elastică).Acest fenomen nu are loc în cazul fig.260 unde se pot asigura cupluri sincronizante mari.In plus,în schema din fig.260 nu mai este necesar reostatul R_p.

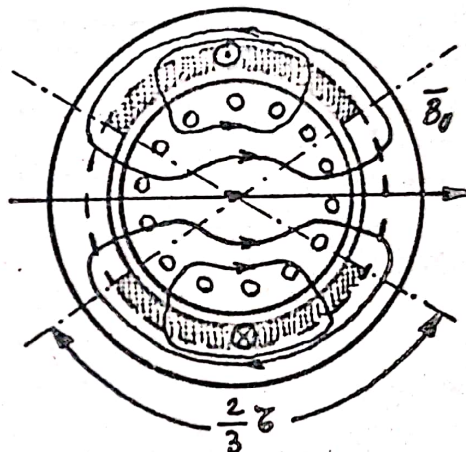
Teoria şi caracteristicile funcţionării în regim de arbore electric face obiectul cursurilor de acţionări electrice,la care facem trimitere.

Arborele electric se foloseşte în toate acţionările la care se cere respectarea riguroasă a unor viteze de rotaţie egale a unor axe situate la mari distanţe,sau imposibil de cuplat mecanic,cum ar fi macaralele portal,laminoarele de sîrme,fabricile de hîrtie...

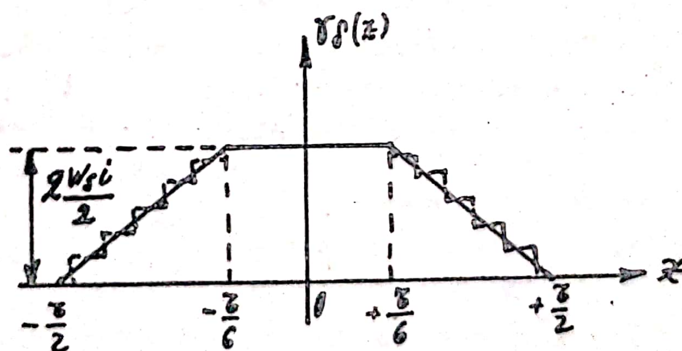
7. Maşina asincronă mobofazată

In cazul cînd alimentarea cu energie electrică se face de la o reţea monofazată, se pot folosi pentru acţionări motoarele asincrone monofazate. Acestea posedă pe stator o înfăşurare de lucru conectată permanent la reţea şi o înfăşurare auxiliară de pornire care serveşte la producerea cuplului de pornire şi care ulterior poate fi deconectată, sau poate să rămînă în funcţiune în condiţii pe care le vom prezenta mai departe. Rotorul este mai totdeauna în colivie.

Infăşurarea monofazată de lucru este plasată numai într-o parte a crestăturilor, zonele bobinate ocupînd cam 2/3 din pasul polar, aşa cum se arată în fig.261 pentru 2p=2. Este o înfăşurare în simplu strat, cu pas diametral. Dacă se neglijează repartizarea discretă a conductoarelor în crestături, presupunînd curentul în pînză continuă în zona bobinată, curba de repartiţie spaţială în lungul întrefierului a tensiunii magnetice, este trapezoidală aşa cum este cea din fig.262. Pe figură s-a reprezentat punctat şi curba reală în trepte. Pe baza celor spuse la cap.2.2.11. pag.71, se vede că în aceste condiţii curba tensiunii magentice se apropie cel mai mult de fundamentala (armonica trei dispare cu totul, iar celelalte armonici sînt reduse substanţial).



– fig. 261 –



– fig. 262 –

Vom presupune deocamdată că înfăşurarea de pornire (care se

bobinează în restul de zone, rămase neocupate de către prima înfășurare, deci are axa la 90^{o} electrice față de ea) nu funcționează, adică nu este parcursă de curenți.

Alimentînd înfășurarea de lucru din rețeaua monofazată, curentul alternativ corespunzător va produce în întrefier un cîmp magnetic fix în spațiu și alternativ în timp (cîmp pulsatoriu). Dacă se consideră curentul:

(730) $$i = I_m \cdot \cos\omega t$$

și dacă se ia ca axă de referință chiar axa de simetrie a înfășurării, în sensul cuplat după regula burghiului drept cu cel al curentului prin înfășurare, expresia tensiunii magnetice în întrefier va fi:

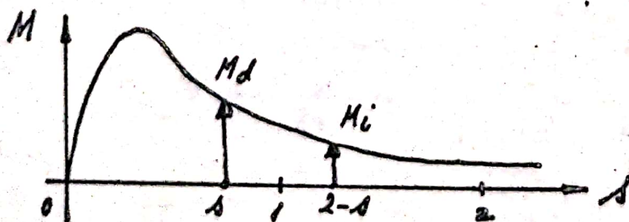
(731) $$v^{(1)}(x,t) = V_m^{(1,1)} \cos\omega t \cdot \cos\frac{\pi x}{\tau} \quad ; \quad V_m^{(1,1)} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{k_{b1} W}{p} I_m$$

ea putîndu-se descompune după cum se știe, în două cîmpuri învîrtitoare identice dar de sensuri de rotație opuse:

(732) $$v^{(1)}(x,t) = \underbrace{\frac{V_m^{(1,1)}}{2} \cos\left(\omega t - \frac{\pi x}{\tau}\right)}_{v_d} + \underbrace{\frac{V_m^{(1,1)}}{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi x}{\tau}\right)}_{v_i}$$

Fiecare cîmp caută să antreneze rotorul în colivie în sensul său de rotație și dacă rotorul este în repus el se află în condiții identice față de cele două cîmpuri, deci cuplul rezultant va fi nul, adică mașina nu are cuplu de pornire !

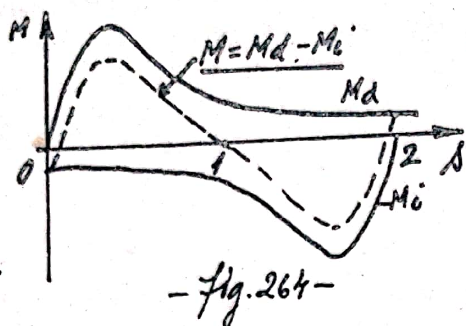
Dacă însă dăm rotorului un impuls (de exemplu cu mîna) într-o direcție, el nu se va mai găsi în condiții identice față de cele două cîmpuri învîrtitoare, căci viteza relativă a lui față de un cîmp va fi mai mare ca cea față de celălalt cîmp. Astfel dacă definim alunecarea față de cîmpul de acelaș sens de rotație prin s, alunecarea față de cîmpul invers va fi 2-s ! Dacă impulsul este suficient de puternic, diferența de cupluri $M_d - M_i$ (fig.263) va accelera rotorul în sensul cîmpului direct, motorul pornind în gol.



-fig.263-

Curba cuplului funcție de alunecare este identică în raport cu cele două cîmpuri direct și invers, căci ele au aceeași

amplitudine. Din cele spuse rezultă că curba cuplului electromagnetic rezultant în funcţie de alunecare se obţine simplu din curba unică faţă de unul din cele două cîmpuri învîrtitoare, aşa cum se arată în fig.264. Ca urmare a acestui fapt, cuplul maxim desvoltat va depinde de rezistenţa rotorică R_2' (deci avem aci o deosebire faţă de maşina trifazată), scăzînd cu creşterea acesteia. Dacă rezistenţa creşte peste o valoare critică (la care s_k e egală sau mai mare ca unitatea), cuplul rezultant devine frînant şi funcţionarea devine imposibilă la orice alunecare (vezi fig.221).

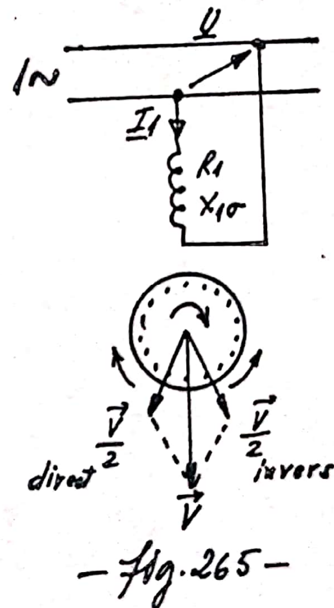


-fig.264-

Teoria motorului asincron monofazat urmăreşte stabilirea pt. regimul permanent sinusoidal a ecuaţiilor de funcţionare fazoriale, a diagramei fazoriale, a schemei echivalente faţă de bornele de alimentare şi a expresiei cuplului funcţie de alunecare. Pentru schema cu notaţiile din fig.265, avem ecuaţia fazorială de tensiuni asemănătoare cu cea de pe o fază a motorului trifazat:

$$\underline{U} = (R_1 + jX_{1\sigma})\underline{I}_1 - \underline{E} \tag{733}$$

în care $\underline{E}$ este t.e.m. utilă indusă de către fluxul magnetic rezultant, produs la rîndul său de acţiunea combinată a curentului statoric şi a curenţilor din rotor. Vom presupune rotorul în colivie echivalat cu un rotor trifazat simetric. Vom mai presupune în continuare că nu avem pierderi în fier, că permeabilitatea magnetică a armăturilor este infinită, iar armonicile superioare spaţiale sînt nule. In acest caz putem aplica suprapunerea efectelor, luînd în consideraţie separat fluxurile produse de fiecare curenţi în parte. Cîmpul magnetic util produs de I_1 prin intermediul tensiunii magnetice din întrefier V dată de relaţia (731), se descompune în două cîmpuri învîrtitoare (732), aşa cum se arată prin fazorii spaţiali rotitori şi pe fig.265. Fluxul fascicular $\underline{\Phi}_1$ prin înfăşurarea monofazată statorică, produs de $\underline{I}_1$, este în fază cu acest curent şi poate fi exprimat direct folosind relaţiile (109) şi (187), prin expresia:



-fig.265-

(734) $$\underline{\Phi}_1 = \frac{\sqrt{2}}{p}\left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \lambda_\delta \left(k_{w_1} W_1 \underline{I}_1\right)$$

Acest flux induce prin transformare în această înfăşurare o t.e.m. calculată conform (215) cu relaţia:

(735) $$\underline{E}_1 = -j \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot f\, k_{w_1} W_1 \underline{\Phi}_1$$

care ţine seama şi de fază. Din aceste două ultime relaţii, rezultă că putem scrie:

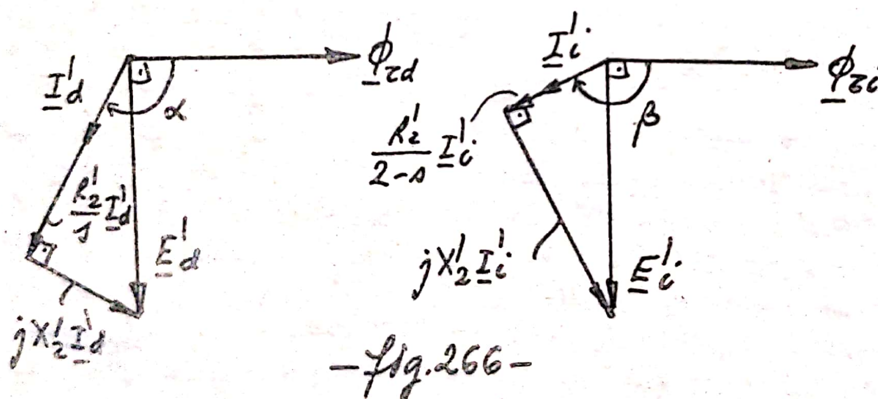
(736) $$\underline{E}_1 = -j \cdot X_{1u} \cdot \underline{I}_1$$

în care X_{lu} este reactanţa utilă a înfăşurării statorice.

Pe de altă parte, fluxul $\underline{\Phi}_1$ se poate considera ca suprapunere a două cîmpuri învîrtitoare opuse identice, avînd fluxuri polare egale cu:

(737) $$\Phi_{\delta d} = \Phi_{\delta i} = \frac{1}{2} \cdot \Phi_1$$

Fiecare din aceste două cîmpuri, induc t.e.m. în fazele rotorice prin mişcare $\underline{E}'_d$ şi respectiv $\underline{E}'_i$. Ţinînd seama că alunecările faţă de aceste cîmpuri sînt s şi 2 - s şi notînd cu $\underline{I}'_d$ şi $\underline{I}'_i$ curenţii raportaţi pe fază din rotor, avem diagramele fazoriale



-fig.266-

din fig.266 şi relaţiile:

(738) $$\operatorname{tg}\alpha = \frac{R'_2}{s \cdot X'_2} \quad ; \quad \operatorname{tg}\beta = \frac{R'_2}{(2-s)X'_2}$$

(739) $$\underline{E}'_d = -j\frac{2\pi}{\sqrt{2}} f\, k_{w_1} W_1 \underline{\Phi}_{\delta d} \qquad \underline{E}'_i = -j\frac{2\pi}{\sqrt{2}} f\, k_{w_1} W_1 \underline{\Phi}_{\delta i}$$

adică d.p.v. al valorii efective:

(740) $$E'_d = E'_i = \frac{1}{2} E_1$$

În aceste relații X'_2 reprezintă <u>reactanța totală</u> a fazei rotorice, deoarece fluxul inductor nu este cel rezultant, ci numai cel exterior produs de curentul statoric. Curenții induși de cele două cîmpuri, se determină funcție de t.e.m. respective cu relațiile:

(741) $$\begin{cases} \underline{I}'_d = \dfrac{\underline{E}'_d}{\dfrac{R'_2}{s} + j \cdot X'_2} \\ \underline{I}'_i = \dfrac{\underline{E}'_i}{\dfrac{R'_2}{2-s} + j \cdot X'_2} \end{cases}$$

Fluxurile <u>de reacție</u> învîrtitoare $\underline{\Phi}_{2d}$ și $\underline{\Phi}_{2i}$ produse de curenții (741), vor fi în fază cu acești curenți, deci vor fi decalate spațial la unghiuri ce corespund celor electrice α și β din fig.266, în urma fluxurilor $\underline{\Phi}_{\delta d}$ și $\underline{\Phi}_{\delta i}$. Ca urmare a teoremei reacției indusului, toate aceste fluxuri se rotesc față de stator cu aceeași viteză, unele ($\underline{\Phi}_{\delta d}$ și $\underline{\Phi}_{2d}$) avînd însă sensuri opuse de rotație celorlalte ($\underline{\Phi}_{\delta i}$ și $\underline{\Phi}_{2i}$).

- fig.267 -

Dacă se alege ca origine de fază momentul de timp cînd curentul i_1 din stator are valoare instantanee maximă, atunci fluxurile $\underline{\Phi}_{\delta d}$ și $\underline{\Phi}_{\delta i}$ se vor afla în coincidență de fază cu $\underline{\Phi}_1$, iar fluxurile de reacție $\underline{\Phi}_{2d}$ și $\underline{\Phi}_{2i}$ vor fi defazate în urmă cu α, respectiv β. Din punctul de vedere al t.e.m. induse în stator de către un cîmp învîrtitor, sensul de rotație în spațiu nu are importanță, astfel că se poate considera din acest punct de vedere că toate fluxurile se rotesc în acelaș sens. Rezultă atunci diagrama fazorială din fig.267, în care $\underline{E}_{1d}$ și $\underline{E}_{1i}$ sînt t.e.m. induse prin

mişcare de către fluxurile de reacţie ,produse la rîndul lor de curenţii (741).Deoarece rotorul este echivalat printr-unul bobinat,trifazat, fluxurile de reacţie se scriu funcţie de curenţii raportaţi (741),la fel ca (734),dar cu un factor 3/2 în plus:

$$(742)\quad \begin{cases} \underline{\Phi}_{2d} = \dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{p}\left(\dfrac{2}{\pi}\right)^2 \lambda_\delta\, k_{w1} W_1\, \underline{I}'_d \\ \underline{\Phi}_{2i} = \dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{p}\left(\dfrac{2}{\pi}\right)^2 \lambda_\delta \cdot k_{w1} W_1\, \underline{I}'_i \end{cases}$$

T.e.m. induse în stator de aceste fluxuri sînt:

$$(743)\quad \begin{cases} \underline{E}_{1d} = -j\,\dfrac{2\pi}{\sqrt{2}}\cdot f\, k_{w1} W_1\, \underline{\Phi}_{2d} \\ \underline{E}_{1i} = -j\cdot\dfrac{2\pi}{\sqrt{2}}\cdot f\cdot k_{w1} W_1\, \underline{\Phi}_{2i} \end{cases}$$

putînd fi scrise la fel ca $\underline{E}_1$ din (736),sub forma evidentă:

$$(744)\quad \begin{cases} \underline{E}_{1d} = -j\cdot\dfrac{3}{2} X_{1u}\cdot \underline{I}'_d \\ \underline{E}_{1i} = -j\,\dfrac{3}{2} X_{1u}\cdot \underline{I}'_i \end{cases}$$

T.e.m.din (741) se scriu deasemenea sub forma:

$$(745)\quad \begin{cases} \underline{E}'_d = -j\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2\pi}{\sqrt{2}}\cdot f\, k_{w1} W_1\, \underline{\Phi}_1 = \dfrac{1}{2}\underline{E}_1 \\ \underline{E}'_i = -j\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2\pi}{\sqrt{2}}\cdot f\cdot k_{w1} W_1\, \underline{\Phi}_1 = \dfrac{1}{2}\underline{E}_1 \end{cases}$$

Să observăm însă că raportarea curenţilor în acest caz,se face altfel ca raportarea tensiunilor,de exemplu.Dacă facem raportarea la fel ca la maşini trifazate,cu factorul $k_{w1}W_1/k_{w2}W_2$, acest lucru rămîne valabil pentru t.e.m. şi la maşini monofazate, deoarece t.e.m. indusă în fază este independentă de prezenţa sau absenţa celorlalte faze! In schimb curentul monofazat necesar pentru producerea unui cîmp magnetic învîrtitor direct (sau invers) diferă de cel trifazat care produce acelaş cîmp învîrtitor.In adevăr,amplitudinea tensiunii magnetice în primul caz,pentru unul din cele două cîmpuri (732), este dată de expresia:

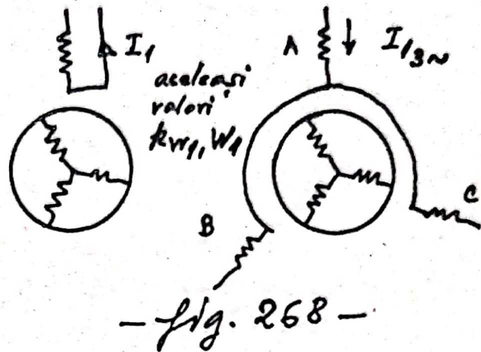
$$(746)\quad \frac{1}{2}\left(\frac{2}{\pi}\cdot\frac{k_{w1}W_1}{p}\right)\sqrt{2}\cdot I_1$$

în timp ce în al doilea caz (fig.268) aceeași amplitudine a tensiunii magnetice este:

(747) $$\frac{3}{2}\left(\frac{2}{\pi}\cdot\frac{k_{w1}W_1}{p}\right)\sqrt{2}\cdot I_{13\sim}$$

Din aceste două ultime expresii, rezultă echivalența:

(748) $$3\cdot I_{13\sim} = I_1$$



-fig. 268-

care ne arată că la mașina monofazată curentul raportat în stator, echivalent magnetic celui rotoric real, trebuie luat de trei ori mai mare ca cel din cazul mașinii trifazate. De aceea vom scrie t.e.m. din stator date de (744), sub forma:

(749)
$$\underline{E}_{1d} = -j\cdot\frac{X_{1u}}{2}(3\underline{I}'_d) = -j\cdot\frac{X_{1u}}{2}\cdot\underline{I}''_d$$
$$\underline{E}_{1i} = -j\frac{X_{1u}}{2}(3\underline{I}'_i) = -j\cdot\frac{X_{1u}}{2}\cdot\underline{I}''_i$$

în care $\underline{I}''_d$ și $\underline{I}''_i$ sînt curenții rotorici raportați la înfășurarea monofazată.

Pentru a scrie și relațiile (741) în funcție de noii curenți se observă că:

(750) $$3\underline{I}'_d = \underline{I}''_d = \frac{\underline{E}'_d}{\frac{R'_2}{3s} + j\frac{X'_2}{3}} = \frac{\underline{E}'_d}{\frac{R_2}{s}\left(\frac{k_{w1}W_1}{\sqrt{3}k_{w2}W_2}\right)^2 + j\cdot X_2\left(\frac{k_{w1}W_1}{\sqrt{3}k_{w2}W_2}\right)^2} =$$
$$= \frac{\underline{E}'_d}{\frac{1}{s}R''_2 + jX''_2}$$

și asemănător:

(751) $$\underline{I}''_i = \frac{\underline{E}'_i}{\frac{R''_2}{2-s} + jX''_2}$$

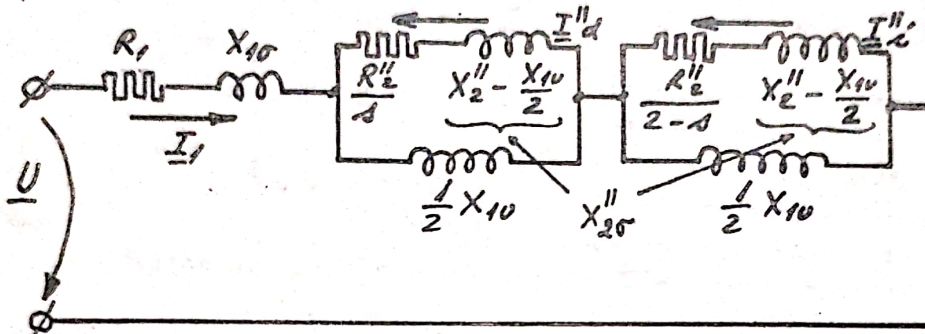
Rezultă deci în final sistemul de ecuații următor:

(752)
$$\underline{U} = (R_1 + jX_{1\sigma})\underline{I}_1 + jX_{1u}\underline{I}_1 + j\frac{1}{2}X_{1u}(\underline{I}''_d + \underline{I}''_i)$$
$$\underline{I}''_d = -j\frac{1}{2}X_{1u}\frac{\underline{I}_1}{\frac{R''_2}{s} + j\cdot X''_2}$$

(752) $$\underline{I}_i'' = -j \cdot \frac{1}{2} X_{1v} \cdot \frac{\underline{I}_1}{\frac{R_2''}{2-s} + j \cdot X_2''}$$

în care s-au exprimat t.e.m. prin curenți, folosind expresiile (736), (745), (749), (750) și (751).

Acestui sistem de ecuații raportat la înfășurarea statorică monofazată, îi corespunde schema echivalentă față de rețea, din fig.269.



– fig. 269 –

Se verifică faptul că pierderile Joule monofazate din schemă care corespund rotorului, reprezintă pierdrile reale din rotor:

(753) $$p_{cu2d}'' = R_2'' I_d''^2 = R_2 \left(\frac{k_{w1} W_1}{\sqrt{3} k_{w2} W_2}\right)^2 (3 I_d')^2 = R_2 \left(\frac{k_{w1} W_1}{\sqrt{3} k_{w2} W_2}\right)^2 \cdot$$

$$\cdot \left(3 I_d \frac{k_{w2} W_2}{k_{w1} W_1}\right)^2 = 3 R_2 I_d^2 = p_{cu2d}$$

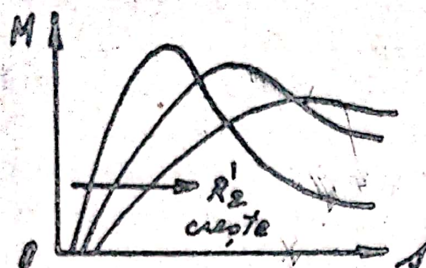
Pe baza acestei scheme echivalente, se pot determina prin calcul performanțele mașinii, exprimate prin diferite caracteristici. Astfel pentru calculul cuplului electromagnetic funcție de alunecare, se folosește relația:

(754) $$M = M_d - M_i = \frac{p_{cu2d}}{s \cdot \Omega_1} - \frac{p_{cu2i}}{(2-s)\Omega_1}$$

adică:

(755) $$M = \frac{R_2''}{\Omega_1} \left[\frac{I_d''^2}{s} - \frac{I_i''^2}{2-s} \right]$$

Pentru o alunecare s dată, curenții din (755) rezultă din calculul schemei. Expresia explicită a cuplului M = M (s) este complicată și omitem prezentarea ei. În fig.270 se arată familia caracteristicilor M = M (s) la diverse valori ale rezistenței R_2'.

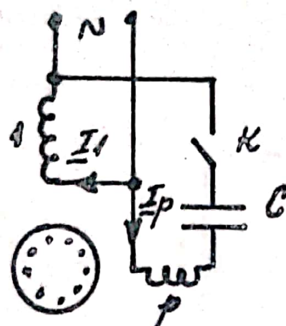


-fig.270-

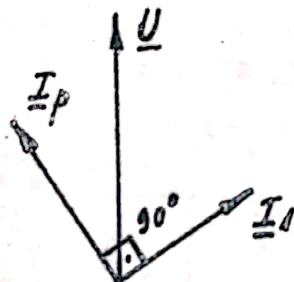
Se poate arăta pe o cale simplă, bazată pe expresiile anterioare care au condus la ecuaţiile maşinii şi la schema sa echivalentă, că reactanţa $X_2'' - (1/2).X_{1u}$ reprezintă recatnţa de scăpări raportată a fazei rotorice (notată cu $X_{2\sigma}''$ pe fig.269).

Calculele efectuate au arătat că faţă de un motor trifazat de aceeaşi putere, performanţele motorului monofazat sînt mai slabe (curent de mers în gol mai mare, factor de putere mai prost, randament mai mic, cuplu maxim mai redus). Din aceste motive motorul monofazat este folosit numai atunci cînd nu avem la dispoziţie reţea trifazată şi doar la puteri mici (cel mult cîţiva kW).

Pentru a se asigura pornirea fără impuls exterior a motorului, trebuie folosită înfăşurarea auxiliară de pornire amintită la început. Există mai multe metode de asigurare a cuplului de pornire, dar cea mai eficace este cea cu condensator de pornire (fig.271).



-fig.271-

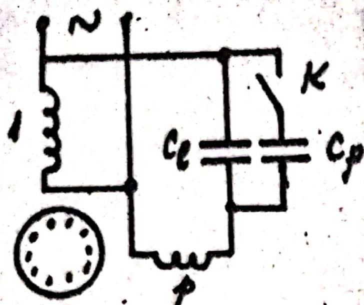


-fig.271 bis-

Pentru ca la pornire (s = 1) să se obţină un cuplu de pornire cît mai ridicat, trebuie ca în maşină să fie creat un cîmp învîrtitor circular. Cum cele două înfăşurări sînt cu axele la 90° electrice, rezultă că tensiunile magnetice trebuie să fie egale şi curenţii defazaţi la acelaş unghi de 90° în timp, adică:

$$j(k_w W)_1 \underline{I}_1 = (k_w W)_p \underline{I}_p \qquad (756)$$

Inseriind cu înfăşurarea de pornire (p) un condensator cu o capacitate suficient de mare C, se poate defaza curentul $\underline{I}_p$ înaintea tensiunii $\underline{U}$ (fig.271 bis), astfel ca să îndeplinim condiţia de fază cerută de (756). Cealaltă condiţie (de amplitudine) depinde de parametrii înfăşurărilor de lucru şi de pornire şi este mai greu de asigurat. Din acest motiv ne mulţumim deobicei cu un cîmp apropiat de cel circular. După accelerarea la pornire a rotorului, un întrerupător centrifugal K scoate din circuit cea de-a doua înfăşurare.

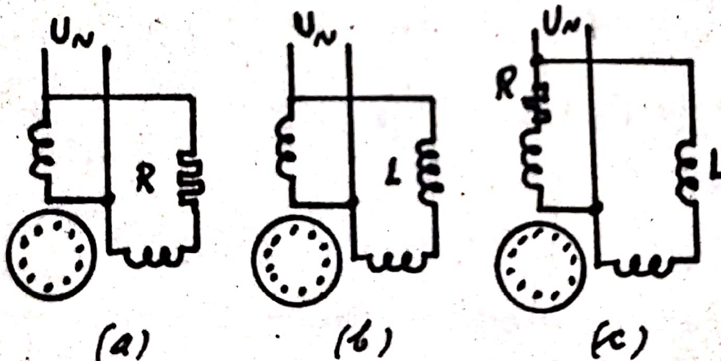


- fig. 272 -

In general este însă mai avantajos ca înfășurarea auxiliară să rămînă în funcțiune și după pornirea motorului, contribuind la cuplul motor. Cum însă în apropiere de sincronism condițiile de funcționare sînt altele decît la pornire, este necesară o altă valoare a capacității, de aceea se folosește schema din fig.272 cu condensator de lucru și condensator de pornire.

Pornirea se face cu ambele condensatoare în paralel, urmînd ca la o viteză anumită un întrerupător centrifugal să decupleze unul din condensatoare. In acest mod se realizează caracteristici favorabile atît la pornire, cît și în funcționarea normală. In acest caz nu mai poate fi vorba de o mașină monofazată, ci de o mașină bifazată funcționînd în cel mai general caz într-un regim nesimetric, adică cu un cîmp magnetic învîrtitor eliptic (a se revedea cap.2.4.1. și 2.4.2. de la pag.86).

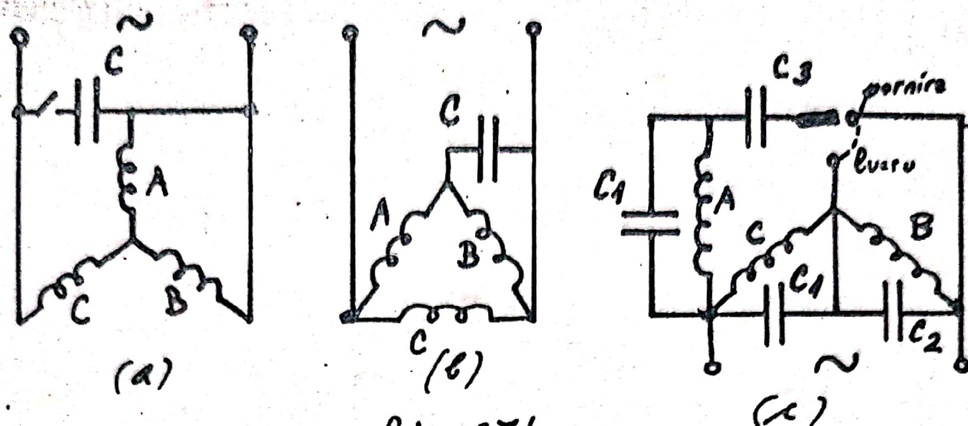
In practică, pentru asigurarea cuplului de pornire, se mai pot folosi și alte scheme mai puțin eficace ca cele cu condensatoare, așa cum sînt cele din fig.273 a, b și c.



- fig. 273 -

Prima dintre ele, cu rezistență de pornire este mai des folosită, atunci cînd nu se cer cupluri de pornire prea mari.

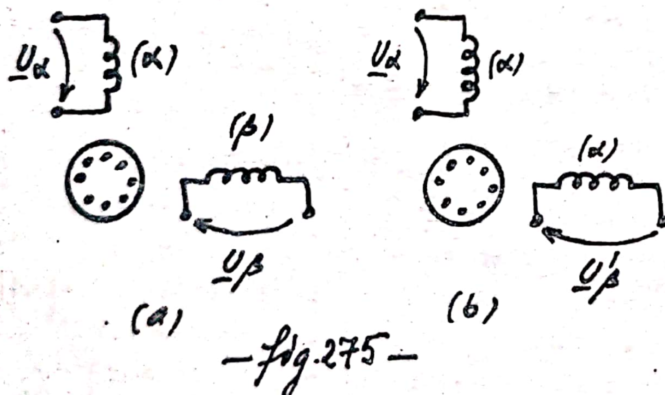
Se pot folosi și motoare asincrone trifazate în calitate de motoare monofazate, schemele cele mai răspîndite fiind cele din fig.274. Primele două scheme se folosesc cînd mașina are deja legate în interior cele trei faze în stea sau triunghi. A treia reprezintă una din cele mai perfecționate scheme, dar necesită patru condensatoare și se calculează mai greu.



-fig. 274-

8. Maşina asincronă bifazată.

In situaţia în care înfăşurarea auxiliară a maşinii monofazate este prevăzută să funcţioneze permanent, nu numai pe perioada pornirii, avem de a face cu o maşină bifazată. Deşi nu este obligatoriu, axele "electrice" ale celor două înfăşurări sînt în marea majoritate a cazurilor ortogonale (la 90^o electrice), fiind în general diferite (ca nr. spire, factor de bobinaj, secţiune etc...). Secţiunea maşinii reprezentată în planul electric este ca cea din fig.275 a.)



-fig.275-

rotorul fiind de cele mai multe ori un rotor în colivie. Datorită nesimetriei înfăşurărilor sau a tensiunilor de alimentare, astfel de maşini funcţionează cu cîmp învîrtitor eliptic, aşa cum s-a arătat la cap.2.4.2. din prima parte a volumului de faţă. De aceea teoria în asemenea situaţii se face prin descompunere în componente simetrice, după ce în prealabil se efectuează o reducere a uneia din înfăşurări (cea notată cu (β)), la cealaltă (notată cu (α)). Mărimile reale $\underline{U}_\beta$ şi $\underline{I}_\beta$ se înlocuiesc cu mărimile raportate $\underline{U}'_\beta$ şi $\underline{I}'_\beta$, date de relaţiile:

(757) $$\underline{U}'_\beta = \underline{U}_\beta \cdot \frac{k_{w\alpha} W_\alpha}{k_{w\beta} \cdot W_\beta}$$

$$(757)\quad \underline{I}'_\beta = \underline{I}_\beta \cdot \frac{k_{w\beta} W_\beta}{k_{w\alpha} W_\alpha}$$

fapt ce asigură invarianța puterilor schimbate pe la borne și aceeași tensiune magnetică și t.e.m. prin înfășurarea echivalentă raportată (notată tot cu (α) pe fig.275 b),deoarece are acelaș factor de bobinaj și acelaș număr de spire cu cealaltă,neraportată).

Deși prin operația de raportare cele două înfășurări devin identice din punctele de vedere ce au stat la baza raportării,ele au totuși parametri diferiți.Noii parametri "raportați" ai înfășurării (β) sînt:

$$(758)\quad R'_\beta = R_\beta \left(\frac{k_{w\alpha} W_\alpha}{k_{w\beta} W_\beta}\right)^2 \qquad X'_{\sigma\beta} = X_{\sigma\beta}\left(\frac{k_{w\alpha} W_\alpha}{k_{w\beta} W_\beta}\right)^2$$

Spre deosebire de reactanța de scăpări $X'_{\sigma\beta}$,reactanța utilă raportată a înfășurării $X'_{u\beta}$ coincide cu cea utilă a înfășurării (α) ,ceea ce se arată simplu (constituie un exercițiu de verificare pentru student).

Pentru regimul permanent sinusoidal,ecuațiile de tensiuni în fazori pentru cele două înfășurări (fig.275 b) din stator se vor scrie asemănător cu cele din cazul mașinii trifazate:

$$(759)\quad \begin{cases} \underline{U}_\alpha = (R_\alpha + j\cdot X_{\sigma\alpha})\underline{I}_\alpha - \underline{E}_\alpha \\ \underline{U}'_\beta = (R'_\beta + j\cdot X'_{\sigma\beta})\underline{I}'_\beta - \underline{E}'_\beta \end{cases}$$

t.e.m. utile $\underline{E}_\alpha$ și $\underline{E}'_\beta$ fiind induse de către cîmpul magnetic util rezultant,care în general este un cîmp învîrtitor eliptic. După cum se știe,un astfel de cîmp se poate considera ca o suprapunere a efectelor produse de două cîmpuri învîrtitoare circulare de sensuri opuse și amplitudini neegale (a se revedea cap.2.4.1 și 2,4,2 de la teoria generală a mașinilor electrice rotative, din prezentul volum),astfel că putem scrie:

$$(760)\quad \begin{cases} \underline{E}_\alpha = \underline{E}_{\alpha d} + \underline{E}_{\alpha i} \\ \underline{E}'_\beta = \underline{E}'_{\beta d} + \underline{E}'_{\beta i} \end{cases}$$

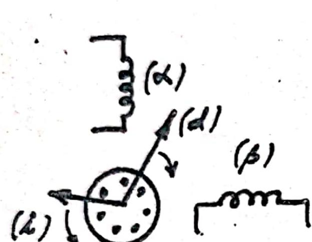
separînd t.e.m. induse de cîmpul direct,de cele induse de cîmpul invers.Ca urmare a raportării avem pentru valorile efective relațiile evidente:

$$(761)\quad |\underline{E}_{\alpha d}| = |\underline{E}'_{\beta d}| \quad ; \quad |\underline{E}_{\alpha i}| = |\underline{E}'_{\beta i}|$$

Cele două cîmpuri învîrtitoare sînt produse de către componentele simetrice ale curenţilor (relaţiile (176) şi (177) de la cap. 2.4.2. amintit):

$$(762)\quad \begin{cases} \underline{I}_\alpha = \underline{I}_d + \underline{I}_i \\ \underline{I}_\beta = -j\cdot\underline{I}_d + j\cdot\underline{I}_i \end{cases} \qquad \begin{cases} \underline{I}_d = \frac{1}{2}(\underline{I}_\alpha + j\cdot\underline{I}_\beta) \\ \underline{I}_i = \frac{1}{2}(\underline{I}_\alpha - j\cdot\underline{I}_\beta) \end{cases}$$

Deoarece componentele directe dau cîmp învîrtitor în sensul de succesiune a fazelor (a se vedea fig.276), avem:

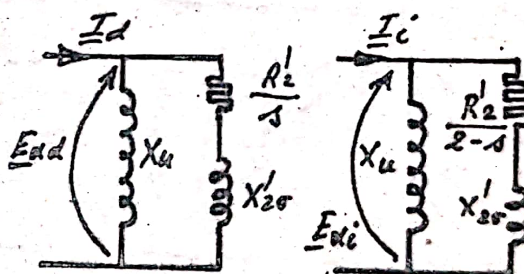


-fig.276-

$$(763)\quad \begin{cases} \underline{E}'_{\beta d} = -j\cdot\underline{E}_{\alpha d} \\ \underline{E}'_{\beta i} = +j\cdot\underline{E}_{\alpha i} \end{cases}$$

ceea ce precizează şi ca defazaj relaţiile anterioare (761).

T.e.m. utile sînt produse de fluxurile utile rezultante corespunzătoare celor 2 cîmpuri învîrtitoare care iau în consideraţie şi efectele curenţilor induşi în rotor. Fiind cîmpuri circulare, corespunzătoare unor sisteme trifazate simetrice în cazul maşinii trifazate, vom putea aplica cele stabilite acolo, legătura dintre curenţi şi t.e.m. find dată de schemele echivalente din fig.277 faţă de cîmpul direct de alunecare s şi faţă de cîmpul invers de alunecare 2 - s. Prin analogie cu cazul trifazat simetric, parametrii R'_2 şi $X'_{2\sigma}$ din fig.277 reprezintă parametrii pe fază ai unui rotor bifazat simetric, raportaţi la înfăşurările statorice simetrice α şi β (raportată la α). Dacă rotorul este în colivie, el se poate echivala cu un rotor bobinat simetric (acest lucru este valabil numai pentru fundamentala spaţială a cîmpului), aşa cum s-a văzut la capitolul respectiv. Pe baza schemei din fig.277 avem relaţiile:



-fig.277-

$$(764)\quad \underline{E}_{\alpha d} = -\underline{Z}'_{2d}\cdot\underline{I}_d \qquad \underline{E}_{\alpha i} = -\underline{Z}'_{2i}\cdot\underline{I}_i$$

Notînd:

(765) $\underline{Z}_{\sigma\alpha} = R_\alpha + j\cdot X_{\sigma\alpha}$ $\qquad$ $\underline{Z}'_{\sigma\beta} = R'_\beta + j\cdot X'_{\sigma\beta}$

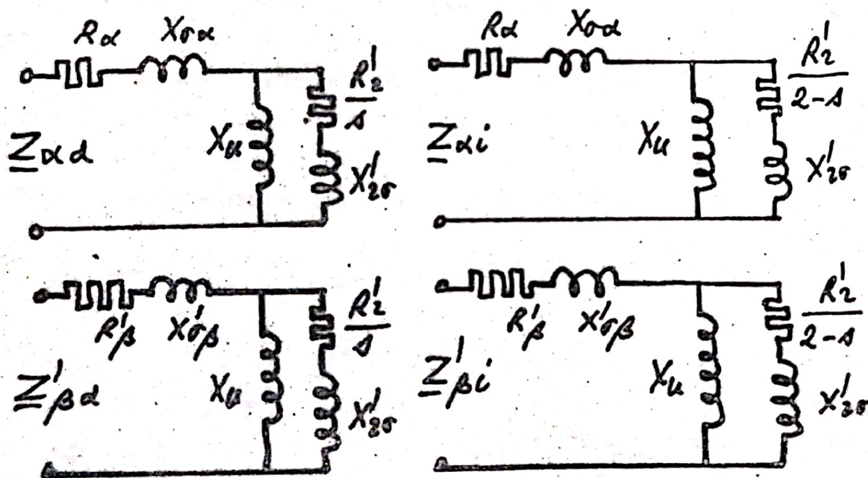
şi înlocuind în (759) expresiile (760),(762),(763) şi (764) vom obţine:

(766)
$$\underline{U}_\alpha = (\underline{Z}_{\sigma\alpha} + \underline{Z}'_{2d})\underline{I}_d + (\underline{Z}_{\sigma\alpha} + \underline{Z}'_{2i})\underline{I}_i$$
$$\underline{U}'_\beta = -j(\underline{Z}'_{\sigma\beta} + \underline{Z}'_{2d})\underline{I}_d + j(\underline{Z}'_{\sigma\beta} + \underline{Z}'_{2i})\underline{I}_i$$

adică sistemul de ecuaţii:

(767)
$$\boxed{\begin{aligned} \underline{U}_\alpha &= \underline{Z}_{\alpha d}\cdot\underline{I}_d + \underline{Z}_{\alpha i}\cdot\underline{I}_i \\ j\cdot\underline{U}'_\beta &= \underline{Z}'_{\beta d}\cdot\underline{I}_d - \underline{Z}'_{\beta i}\cdot\underline{I}_i \end{aligned}}$$

în care am introdus noi notaţii pentru suma impedanţelor din paranteze.Schemele de calcul ale acestor impedanţe sînt arătate pe



- fig.278 -

fig.278.Pentru a exprima tensiunile $\underline{U}_\alpha$ şi $j\cdot\underline{U}'_\beta$ funcţie direct de curenţii reali $\underline{I}_\alpha$ şi $\underline{I}'_\beta$,se înlocuiesc (762) în (767):

(768)
$$\underline{U}_\alpha = \frac{1}{2}(\underline{Z}_{\alpha d} + \underline{Z}_{\alpha i})\underline{I}_\alpha + j\cdot\frac{1}{2}(\underline{Z}_{\alpha d} - \underline{Z}_{\alpha i})\underline{I}'_\beta$$
$$j\cdot\underline{U}'_\beta = \frac{1}{2}(\underline{Z}'_{\beta d} - \underline{Z}'_{\beta i})\underline{I}_\alpha + j\cdot\frac{1}{2}(\underline{Z}'_{\beta d} + \underline{Z}'_{\beta i})\underline{I}'_\beta$$

Se ajunge astfel la sistemul de ecuații:

$$\underline{U}_\alpha = \underline{Z}_{\alpha\alpha} \cdot \underline{I}_\alpha + j \cdot \underline{Z}_{\alpha\beta} \cdot \underline{I}_\beta$$
$$j \cdot \underline{U}'_\beta = \underline{Z}'_{\beta\alpha} \cdot \underline{I}_\alpha + j \cdot \underline{Z}'_{\beta\beta} \cdot \underline{I}_\beta \tag{769}$$

în care impedanțele corespund coeficienților curenților din (768). Sistemul permite calculul simplu al curenților, dacă se cunoaște sistemul de tensiuni aplicat motorului, parametrii motorului și alunecarea s. Aflînd curenții se poate calcula cuplul electromagnetic, cu expresia pentru bifazat:

$$M = M_d - M_i = \frac{p_{cu2d}}{s\Omega_1} - \frac{p_{cu2i}}{(2-s)\Omega_1} = \frac{2R'_2 I_d^2}{s\Omega_1} - \frac{2R'_2 I_i^2}{(2-s)\Omega_1} \tag{770}$$

adică:

$$M = \frac{2R'_2}{\Omega_1}\left[\frac{I_d^2}{s} - \frac{I_i^2}{2-s}\right] \tag{771}$$

In acest mod se poate determina prin calcul punct cu punct, caracteristica mecanică precum și alte performanțe ale motorului asupra cărora nu mai insistăm.

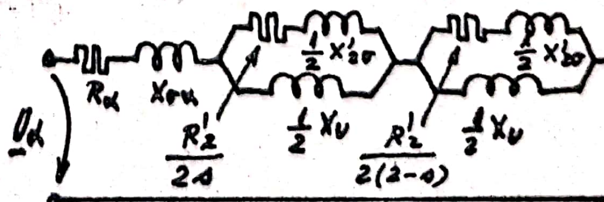
Ca aplicație a teoriei desvoltate vom considera două exemple:

A <u>Cazul motorului monofazat</u>.

Dacă presupunem că nu există înfășurarea (β), deci $\underline{I}'_\beta = 0$ trebuie să regăsim rezultatele stabilite la motorul monofazat. In acest caz se vede că ecuațiile (769) se reduc la o singură ecuație:

$$\underline{U}_\alpha = \underline{Z}_{\alpha\alpha} \cdot \underline{I}_\alpha \tag{772}$$

Tinînd seama de expresia lui $\underline{Z}_{\alpha\alpha}$, găsim pentru această impedanță schema din fig.279. Aparenta diferență dintre parametrii rotorici, între această schemă și cea din fig.269 se datorește faptului că aci am definit pe R'_2 și $X'_{2\sigma}$ pentru rotorul <u>bifazat</u> echivalent.

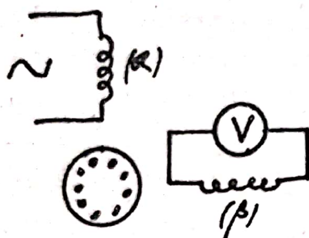


-fig.279-

Dacă se ţine seama că în fig.269 aceşti parametri se referă la un rotor trifazat echivalent,se arată simplu echivalenţa celor două scheme.

B Cazul tahogeneratorului asincron.

Printre maşinile electrice speciale asincrone se foloseşte de multe ori tahogeneratorul asincron cu schema din fig.280,avînd o înfăşurare alimentată la o reţea de tensiune şi frecvenţă constante (α) şi o înfăşurare de măsurare (β) în care se culege o t.e.m.ce depinde ca valoare efectivă,liniar,de viteza de rotaţie a rotorului.Reprezintă de fapt un traductor viteză-tensiune alternativă.



-fig.280-

Funcţionarea sa rezultă simplu pe baza teoriei expuse anterior.Astfel,presupunînd că prin înfăşurarea (β) nu trece curent (este legată la un amplificator cu impedanţă de intrare foarte mare),ecuaţiile din (769) devin:

(773)
$$U_\alpha = \underline{Z}_{\alpha\alpha} \cdot \underline{I}_\alpha$$
$$j \cdot \underline{U}'_\beta = \underline{Z}'_{\beta\alpha} \cdot \underline{I}_\alpha$$

Dacă s = 1 (rotor în repaus) se vede că avem $\underline{Z}'_{\beta\alpha} = 0$ şi deci avem şi $\underline{U}'_\beta = 0$.Dacă însă rotorul este învîrtit,avem:

(774)
$$j \cdot \underline{U}'_\beta = \frac{\underline{Z}'_{\beta\alpha}}{\underline{Z}_{\alpha\alpha}} \cdot \underline{U}_\alpha = \frac{\underline{Z}'_{2d} - \underline{Z}'_{2i}}{2 \cdot \underline{Z}_{\sigma\alpha} + \underline{Z}'_{2d} + \underline{Z}'_{2i}} \cdot \underline{U}_\alpha =$$

$$\cong \frac{(1-s)R'_2}{R'_2\left(1 + 2\frac{X'_{2\sigma}}{X_u}\right) - j \cdot \left[\frac{R'^2_2}{X_u} - X'_{2\sigma}\left(1 + \frac{X'_{2\sigma}}{X_u}\right)s(2-s)\right]} \cdot \underline{U}_\alpha$$

(s-a neglijat $\underline{Z}_{\sigma\alpha}$).Dacă în plus se respectă inegalitatea:

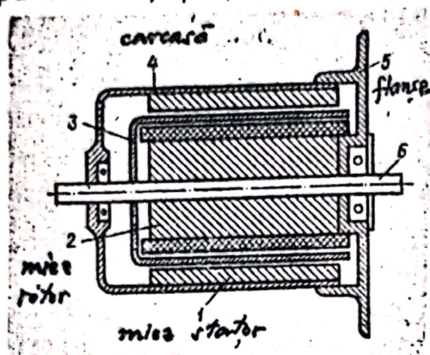
(775)
$$R'^2_2 \gg X'_{2\sigma}(X_u + X'_{2\sigma})$$

rezultă:

(776)
$$j \cdot \underline{U}'_\beta \approx \frac{1-s}{\left(1 + 2 \cdot \frac{X'_{2\sigma}}{X_u}\right) - j\left(\frac{R'_2}{X_u}\right)} \cdot \underline{U}_\alpha = \frac{\Omega}{\Omega_0 \cdot \underline{Z}_T} \underline{U}_\alpha$$

adică dependenţă proporţională a tensiunii funcţie de viteză.

Practic astfel de tahogeneratoare se construiesc cu rotor în formă de pahar de aluminiu (sau aliaj), așa ca în fig.281, pentru a avea un moment de inerție cît mai mic (se rotește doar axul 6 cu paharul 3) și pentru a realiza cît mai bine condiția (775).

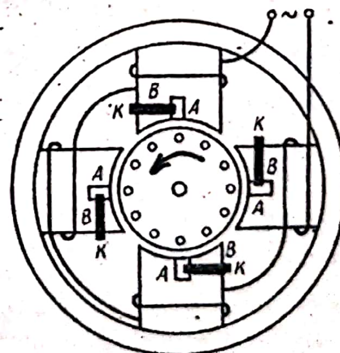


— fig. 281 —

Construcția din fig.281 se folosește și la motoarele bifazate folosite ca elemente de execuție (servomotoare) în sistemele de reglare automată și care trebuie să aibă inerții cît mai reduse și o fidelitate cît mai mare în executarea comenzilor.

In încheierea acestui capitol să vedem care sînt condițiile necesare pentru asigurarea la o alunecare dată, a unui cîmp magnetic circular, deci a unui cuplu maxim. Pentru aceasta trebuie ca la tensiuni date să avem curent invers nul, deci punînd $\underline{I}_i = 0$ în sistemul (767) rezultă o relație între impedanțe și tensiuni, în general neîndeplinită dacă nu se iau anumite măsuri (cum ar fi de exemplu conectarea în serie cu una din înfășurări a unui condensator și modificarea parametrilor celeilalte înfășurări). Problema corelației între parametri și a calculului capacității condensatorului face obiectul cursurilor de specialitate și nu o vom trata aci.

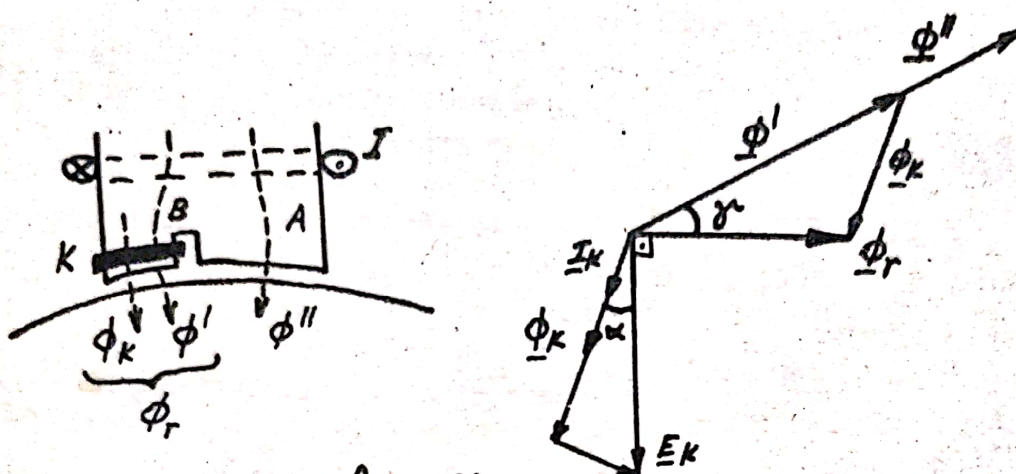
O variantă de motor asincron bifazat, dar cu alimentare monofazată, este așa numitul <u>motor asincron cu spiră în scurtcircuit</u> (sau cu <u>pol crestat</u>, sau cu <u>pol ecranat</u>) din fig.282, care se execută cu stator cu poli aparenți secționați, una din secțiuni (B) fiind înconjurată de cîte o spiră groasă de cupru, alamă sau bronz. Infășurările polilor stator se fac de tip concentrat, iar rotorul este în scurtcircuit (colivie).



— fig. 282 —

Aceste motoare funcționează cu cîmp eliptic de tip special (așa numitul cîmp progresiv), cele două secțiuni ale polilor A și B fiind parcurse de fluxuri defazate în timp și decalate și spațial, dar nu la 90° electrice. Defazarea este realizată cu ajutorul spirelor în scurtcircuit, fiind explicată pe baza diagramei fazoriale din fig.

283. Înfășurarea statorică monofazată I produce prin cele două secțiuni de pol A și B fluxurile alternative în fază Φ'' și Φ'. Fluxul rezultant Φ_r prin B induce în spiră t.e.m. E_k care dă



-fig.283-

un curent I_k, defazat la α în urmă, din cauza reactanței mici de scăpări a spirei. Fluxul Φ_k de reacție a spirei se adună fazorial cu Φ' inductor inițial pentru a forma fluxul rezultant Φ_r. In acest mod cele două fluxuri finale prin secțiunile A și B vor fi Φ'' și Φ_r decalate spațial și defazate la γ. Cuplul dezvoltat de a asemenea mașină este cu atît mai mare, cu cît este mai mare produsul:

$$\Phi'' \Phi_r \sin\gamma$$

(omitem demonstrația). Avem deci interes ca α să fie cît mai mic (spiră cu rezistivitate mărită, număr minim de spire).

Astfel de motoare se folosesc la puteri mici (sub 1 kW), avînd dezavantaje ca factor de putere redus, randament mic, sens de rotație impus (de la fluxul defazat înainte spre cel defazat în urmă, așa ca în fig.282). In schimb sînt robuste, simple ca construcție și alimentare și suportă bine șocurile de cuplu la ax (regimul de rotor calat, în general nu este regim de avarie comparabil cu cel din cazul motoarelor obișnuite trifazate).

Pentru a elimina dezavantajul legat de sensul unic de rotație ele se execută de multe ori cu cîte două capete de ax (ieșire pe la ambele scuturi statorice).

Teoria lor este destul de complicată și imprecisă datorită configurației geometrice și datorită caracterului complex al cîmpului magnetic.

9. Regimurile tranzitorii şi nesimetrice ale maşinii asincrone.

Funcţionarea maşinii asincrone în cele mai generale regimuri de funcţionare,cînd toate mărimile variază în timp după funcţii oarecari,este o problemă extrem de complexă şi de vastă.Din punct de vedere teoretic ea reprezintă ultimul stadiu al studiului funcţionării maşinii,de aceea nici nu este de mirare faptul că asemenea probleme au început a fi abordate doar în ultimii 50 de ani,odată cu răspîndirea tot mai mare a sistemelor electrice complexe şi a condiţiilor de funcţionare tot mai variate.Pe de altă parte, regimurile tranzitorii au şi importanţă practică,nu numai teoretică,deoarece o serie întreagă de defecţiuni ale maşinilor se datoresc tocmai funcţionării nesatisfăcătoare în regimuri tranzitorii.

Pentru a se obţine o descriere eficientă a proceselor tranzitorii cele mai generale,trebuie elaborată o teorie care să permită obţinerea pe o cale relativ simplă a rezultatelor,luînd în consideraţie numai aspectele esenţiale şi neglijînd cu bună ştiinţă factorii secundari.O asemenea teorie trebuie să prevadă perfect din punct de vedere calitativ comportarea maşinii,din punct de vedere cantitativ admiţîndu-se unele erori inevitabile,datorită neglijării factorilor secundari.Rezultă că pentru obţinerea unei teorii operative,uşor de aplicat,sînt necesare următoarele stadii:

a) - adoptarea convenabilă a unor ipoteze simplificatoare privind caracteristicile maşinii reale,ceea ce echivalează cu înlocuirea acesteia printr-o maşină idealizată, adică un model teoretic ;

b) - stabilirea pe baza modelului adoptat a sistemului de ecuaţii în care apar toate mărimile ce caracterizează fenomenele din maşină şi modificarea şi prelucrarea ecuaţiilor în vederea aducerii lor la o formă cît mai comodă pentru aplicaţii ;

c) - stabilirea metodelor de rezolvare a ecuaţiilor şi a condiţiilor de existenţă şi unicitate a soluţiilor.

La maşinile electrice normale,cu parametrii concentraţi,pe baza unor ipoteze destul de apropiate de realitate,se ajunge la sisteme de ecuaţii diferenţiale.Dacă ecuaţiile sînt liniare rezolvarea este precisă,relativ uşoară.In cazul ecuaţiilor neliniare nu mai putem rezolva precis ecuaţiile,fiind necesare metode aproximative.In cazurile concrete cu date numerice,se pot aplica metode numerice de calcul cu ajutorul calculatoarelor,obţinînd soluţii [redacted] precise [redacted],dar nu este posibil să determinăm soluţii

generale, analitice ale problemelor puse.

Ecuaţiile sînt liniare (aşa cum vom vedea) atunci cînd viteza nu se modifică deloc, sau cînd variaţiile ei sînt atît de mici încît pot fi neglijate în raport cu variaţiile celorlalte mărimi. Astfel de situaţii au loc la studiul proceselor de conectare sau deconectare a motoarelor la viteză constantă (inclusiv cu rotor în repaus), sau la studiul fenomenelor de pendulare (mici oscilaţii ale vitezei în jurul unei valori constante) produse de sarcini oscilante.

In alte cazuri, cum ar fi pornirea cu acceleraţie mare din repaus, sau aplicarea bruscă la ax a unei sarcini mari, ecuaţiile sînt neliniare şi rezolvarea se complică considerabil.

In cele c e urmează vom stabili ecuaţiile regimului tranzitoriu pentru maşini asincrone trifazate simetrice, într-o formă apropiată celei pe care o vom folosi şi la studiul maşinilor sincrone şi care a fost stabilită prima dată de către R.H.Park în 1929.

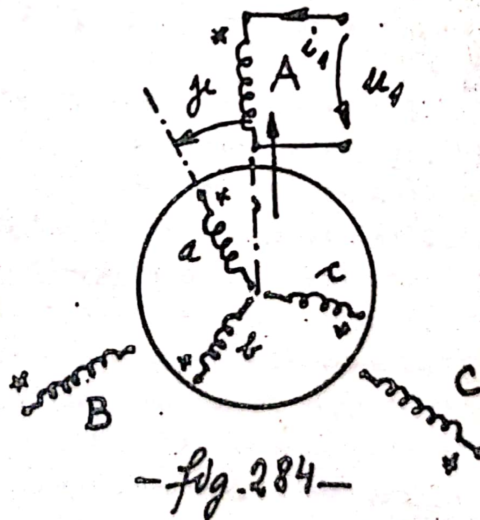
9.1. Ipoteze simplificatoare şi convenţii.

Vom adopta următoarele ipoteze simplificatoare:

1 - presupunem maşina trifazată perfect simetrică geometric şi electromagnetic (cele trei faze statorice perfect idantice şi decalate identic la cîte 120° electrice ; cele trei faze rotorice la fel ; întrefierul este perfect constant; armăturile perfect cilindrice şi omogene şi izotrope d.p.v. magnetic)

2 - circuitul magnetic al celor două armături este ideal (nu avem pierderi în fier, nici saturaţie magnetică, permeabilitatea magnetică fiind infinită)

3 - înfăşurările maşinii au parametri concentraţi fiind caracterizate de rezistenţa şi inductanţele lor (nu se iau în consideraţie capacităţile parazite şi nici efecte de repartizare spaţială a parametrilor)



-fig.284-

4 - curenţii ce străbat înfăşurările produc în întrefier tensiuni magnetice repartizate spaţial sinusoidal (se neglijează deci armonicile spaţiale superioare); la determinarea fluxurilor utile se poate aplica deci teorema proiecţiei.

Adoptăm deasemenea următoarele convenții:

1 – poziția rotorului față de stator este dată prin unghiul γ electric, dintre axele fazelor A statorică și a rotorică, considerat pozitiv în sensul de succesiune al fazelor statorice (așa cum este arătat pe fig.284)

2 – sensurile pozitive ale tensiunii la borne și ale curentului prin oricare înfășurare sînt corelate după regula de la dipolii receptori de energie (a se vedea înfășurarea A pe aceeași figură)

3 – fluxul magnetic prin înfășurare produs de curent, se înlănțuie cu acesta după regula burghiului drept, sensul, respectiv fiind considerat sens pozitiv pentru fluxuri ; curenții care intră în înfășurări (intrarea este prevăzută cu asterix pe fig.284), produc în întrefier fluxuri cu sens bine orientat (săgeata verticală pt.înfășurarea A), care coincid cu sensul tensiunii magnetice produse.

4 – la fel ca la transformator, vom nota addsea cu indici 1 mărimile ce se referă la stator și cu indici 2 mărimile ce se referă la rotor;

9.2. Ecuațiile de tensiuni și relațiile fluxuri-curenți.

Pentru cele șase înfășurări din fig.284 putem scrie șase ecuații de tensiuni, care reprezintă de fapt teorema a doua a lui Kirchoff aplicată pe fiecare înfășurare:

$$(777)\quad \begin{cases} R_1 i_A - u_A = -\dfrac{d\psi_A}{dt} \\ R_1 i_B - u_B = -\dfrac{d\psi_B}{dt} \\ R_1 i_C - u_C = -\dfrac{d\psi_C}{dt} \\ R_2 i_a = -\dfrac{d\psi_a}{dt} \\ R_2 i_b = -\dfrac{d\psi_b}{dt} \\ R_2 i_c = -\dfrac{d\psi_c}{dt} \end{cases}$$

Pentru complectarea sistemului celor șase ecuații (777) mai trebuiesc scrise încă șase relații de legătură dintre fluxuri și cu-

renţi şi anume relaţiile lui Maxwell pentru inductanţe proprii şi mutuale:

$$(778)\quad \begin{cases} \psi_A = L_A i_A + L_{AB} i_B + L_{AC} i_C + L_{Aa} i_a + L_{Ab} i_b + L_{Ac} i_c \\ \psi_B = L_{BA} i_A + L_B i_B + L_{BC} i_C + L_{Ba} i_a + L_{Bb} i_b + L_{Bc} i_c \\ \psi_C = L_{CA} i_A + L_{CB} i_B + L_C i_C + L_{Ca} i_a + L_{Cb} i_b + L_{Cc} i_c \\ \psi_a = L_{aA} i_A + L_{aB} i_B + L_{aC} i_C + L_a i_a + L_{ab} i_b + L_{ac} i_c \\ \psi_b = L_{bA} i_A + L_{bB} i_B + L_{bC} i_C + L_{ba} i_a + L_b i_b + L_{bc} i_c \\ \psi_c = L_{cA} i_A + L_{cB} i_B + L_{cC} i_C + L_{ca} i_a + L_{cb} i_b + L_c i_c \end{cases}$$

Dacă inductanţele din (778) ar fi mărimi constante situaţia ar fi simplă căci prin înlocuire în (777) ar rezulta un sistem de ecuaţii diferenţiale cu coeficienţi constanţi, liniar, deci uşor de rezolvat. Unele inductanţe ca de exemplu L_{AB} sînt evident constante dar altele ca L_{Aa} depind de unghiul θ, care la rîndul său este funcţie de timp şi prin urmare nu toate inductanţele din (778) au valori constante, unele depinzînd de timp prin intermediul unei funcţii la rîndul ei necunoscută: $\theta = \theta(t)$.

Din aceste motive este util să vedem în prealabil cum variază cu unghiul θ inductanţele din (778).

9.3. Variaţia cu unghiul θ a inductanţelor.

Deoarece întrefierul maşinii este constant iar circuitul magnetic este presupus ideal, starea magnetică nu va varia cu deplasarea rotorului ci numai ca urmare a modificării unghiului dintre axele a două înfăşurări, fapt ce conduce la modificarea cuplajului magnetic dintre ele. Rezultă atunci că sînt constante următoarele inductanţe:

a) inductanţele proprii statorice: $L_A = L_B = L_C = L_1 = \text{const.}$

b) inductanţele mutuale statorice: $L_{AB} = L_{BC} = L_{CA} = M_1 = \text{const.}$

c) inductanţele proprii rotorice: $L_a = L_b = L_c = L_2 = \text{const.}$

d) inductanţele mutuale rotorice: $L_{ab} = L_{bc} = L_{ca} = M_2 = \text{const.}$

In schimb inductanţele mutuale dintre o fază statorică şi alta rotorică vor fi funcţii de unghiul θ. Pentru a vedea aceste func-

țiuni și pentru a stabili și unele relații de legătură dintre parametri, să determinăm în ipotezele simplificatoare adoptate, expresiile de calcul ale acestor parametri.

Inductanța proprie a înfășurării A este după definiție:

(779) $$L_A = L_1 = \frac{\Psi_A}{i_A} = \frac{\Psi_1}{i_1} = \frac{\Psi_{1\sigma} + \Psi_{1u}}{i_1} = L_{1\sigma} + \frac{\Psi_{1u}}{i_1}$$

în care am separat fluxul util de cel de scăpări. Pentru determinarea fluxului util facem apel la expresii binecunoscute stabilite în diversele părți anterioare ale cursului. Avem astfel:

(780) $$\Psi_{1u} = k_{w_1} W_1 \Phi_{1\delta}$$

(781) $$\Phi_{1\delta} = \frac{2}{\pi} \cdot \tau \cdot l \cdot B_{1m}$$

(782) $$B_{1m} = \mu_0 \frac{V_m}{K_S K_C \delta}$$

(783) $$V_{1m} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{k_{w_1} W_1}{p} \cdot i_1$$

în expresia (782) s-a introdus și factorul de corecție datorită considerării saturației (într-un mod aproximativ). Din relațiile scrise prin eliminări succesive se ajunge la expresia inductanței utile sub forma:

(784) $$L_{1u} = \frac{1}{p \cdot K_S} \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \left(\mu_0 \frac{\tau \cdot l}{K_C \delta}\right) (k_{w_1} W_1)^2$$

Dacă dorim să determinăm inductanța mutuală dintre înfășurările A și B, vom avea:

(785) $$M_{AB} = L_{AB} = M_1 = \frac{\Psi_{AB}}{i_A} = \frac{\Psi_{1u} \cos 120^\circ}{i_1} = -\frac{1}{2} L_{1u}$$

deci rezultă relațiile:

(786) $$\begin{cases} L_1 = L_{1\sigma} + L_{1u} \\ M_1 = -\frac{1}{2} L_{1u} \end{cases}$$

și într-un mod cu totul analog pentru rotor:

(787) $$\begin{cases} L_2 = L_{2\sigma} + L_{2u} \\ M_2 = -\frac{1}{2} L_{2u} \end{cases}$$

Se observă că dacă raportăm inductanţa utilă rotorică la cea statorică,ele sînt egale :

(788) $$L'_{2u} = \left(\frac{k_{w1} W_1}{k_{w2} W_2}\right)^2 L_{2u} = L_{1u}$$

In ceea ce priveşte inductanţele variabile cu unghiul γ, avem de exemplu pentru calculul lui L_{Aa} :

(789) $$L_{Aa} = \frac{\Psi_{Aa}}{i_A} = \frac{k_{w2} W_2 \Phi_{12}}{i_1} = \frac{k_{w2} W_2 \Phi_{12} \cos\gamma}{i_1} =$$

$$= \frac{k_{w2} W_2}{k_{w1} W_1} L_{1u} \cos\gamma = M_{12} \cos\gamma$$

în care am pus:

(790) $$M_{12} = \sqrt{L_{1u} L_{2u}} = \frac{1}{p K_s} \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \left(\mu_0 \frac{\tau \cdot l}{K_c \delta}\right)(k_{w1} W_1)(k_{w2} W_2)$$

Rezultă imediat următoarele formule fundamentale:

(791) $$\begin{cases} L_{aA} = L_{bB} = L_{cC} = M_{12} \cos\gamma \\ L_{aB} = L_{bC} = L_{cA} = M_{12} \cos\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) = M_{12} \cos\left(\gamma + \frac{4\pi}{3}\right) \\ L_{aC} = L_{bA} = L_{cB} = M_{12} \cos\left(\gamma - \frac{4\pi}{3}\right) = M_{12} \cos\left(\gamma + \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases}$$

care ne arată că inductanţele respective sînt funcţii sinusoidale de unghiul .

9.4. Transformarea Park de variabile.

Datorită variaţiei cu γ a inductanţelor din (791),sistemul de ecuaţii diferenţiale care s-ar obţine prin înlocuirea acestor expresii în (778) şi apoi în (777) ar fi neliniar ,avînd în plus neliniarităţile răspîndite în toţi termenii,deci afectînd toate relaţiile.In 1929 R.H.Park bazîndu-se pe interpretarea fizică a teoriei celor două reacţii a lui A.Blondel de la maşinile sincrone,a propus efectuarea unei transformări de variabile care să transforme sistemul iniţial de ecuaţii în altul mai simplu şi care în condiţii de viteză constantă a rotorului să fie un sistem liniar.Amănunte cu

privire la ideile ce au condus la transformarea de variabile şi cu privire la apectul şi semnificaţia fizică a acesteia,vor fi date la capitolul privind regimul tranzitoriu al maşinilor sincrone unde se va face o teorie mai desvoltată.Deocamdată să arătăm această transformare pentru curenţii statorici şi anume:

$$(792)\quad \begin{cases} i_d = \frac{2}{3}\left[i_A \cos\gamma + i_B \cos\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) + i_C \cos\left(\gamma - \frac{4\pi}{3}\right)\right] \\ i_q = \frac{2}{3}\left[i_A \sin\gamma + i_B \sin\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) + i_C \sin\left(\gamma - \frac{4\pi}{3}\right)\right] \\ i_o = \frac{1}{3}\left[i_A + i_B + i_C\right] \end{cases}$$

Ultima expresie se numeşte componenta omopolară instantanee , prin analogie cu cea din cazul sistemelor trifazate nesimetrice.O astfel de transformare se aplică tuturor mărimilor statorice (deci şi tensiunilor,şi fluxurilor).Deoarece determinantul sistemului din (792) este diferit de zero,transformarea este inversabilă astfel că transformarea inversă este dată (nu mai dăm calculele) de relaţiile:

$$(793)\quad \begin{cases} i_A = i_d \cos\gamma + i_q \sin\gamma + i_o \\ i_B = i_d \cos\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) + i_q \sin\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) + i_o \\ i_C = i_d \cos\left(\gamma - \frac{4\pi}{3}\right) + i_q \sin\left(\gamma - \frac{4\pi}{3}\right) + i_o \end{cases}$$

Efectuînd aceste transformări în primele trei ecuaţii din (777),(se înlocuiesc mărimile cu indici A,B şi C în funcţie de cele cu indici d,q şi o,prin relaţiile (793) şi apoi se identifică în ambii membri factoriicare apar pe lîngă funcţiile de γ, de acelaş tip şi termenii "liberi") ,se obţin următoarele trei ecuaţii în noile variabile:

$$(794)\quad \begin{cases} R_1 i_d - u_d = -\frac{d\psi_d}{dt} - \dot{\gamma}\psi_q \\ R_1 i_q - u_q = -\frac{d\psi_q}{dt} + \dot{\gamma}\psi_d \qquad \left(\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt}\right) \\ R_1 i_o - u_o = -\frac{d\psi_o}{dt} \end{cases}$$

In ceea ce priveşte ecuaţiile rotorice,vom considera cazul cel mai răspîndit al legării stea cu neutrul izolat (la care se re-

duc majoritatea maşinilor), pentru care avînd:

$$i_a + i_b + i_c = 0 \qquad (795)$$

rezultă că numai două variabile sînt independente. Vom considera în locul variabilelor reale rotorice i_a, i_b şi i_c următoarele două variabile noi i_a (identică cu cea veche) şi i_a^* astfel încît:

$$\begin{cases} i_a = i_a \\ i_b = -\frac{1}{2} i_a + \frac{\sqrt{3}}{2} i_a^* \\ i_c = -\frac{1}{2} i_a - \frac{\sqrt{3}}{2} i_a^* \end{cases} \qquad (796)$$

şi reciproc:

$$\begin{cases} i_a = i_a \\ i_a^* = \frac{1}{\sqrt{3}} (i_b - i_c) \end{cases} \qquad (797)$$

Vom aplica transformările (796) şi (797) tuturor mărimilor rotorice, înlocuindu-le în celelalte trei ecuaţii din (777), referitoare la rotor. Prima ecuaţie rotorică rămîne neschimbată, iecelelalte două ecuaţii se reduc la una singură astfel că avem:

$$\begin{cases} R_2 i_a = - \frac{d\Psi_a}{dt} \\ R_2 i_a^* = - \frac{d\Psi_a^*}{dt} \end{cases} \qquad (798)$$

Cele cinci ecuaţii din (794) şi (798) reprezintă ecuaţiile transformate ale sistemului iniţial (777), în noile variabile. Ele sînt analoge ecuaţiilor de tensiuni Park de la maşini sincrone, aşa cum vom vedea la capitolul respectiv. Cele două t.e.m.

$$-\frac{d\Psi_d}{dt}, \quad -\frac{d\Psi_q}{dt}$$

care apar în primele două ecuaţii se numesc <u>t.e.m. de transformare</u>, iar celelalte două

$$-\dot{\jmath}\Psi_q, \quad +\dot{\jmath}\Psi_d$$

se numesc <u>t.e.m.de rotaţie</u>.

Să mai observăm că deşi la maşini cu rotorul legat în triunghi ar putea exista componente instantanee omopolare în principiu, în general acest lucru nu se întîmplă din cauză că lipseşte cauza producerii acestor componente.

9.5. Relațiile fluxuri-curenți în noile variabile.

In cele ce urmează vom transforma în noile variabile relațiile (778) dintre fluxuri și curenți. De exemplu, în prima relație din (778), vom înlocui mărimile cu indici A,B,...c funcție de cele cu indici d,q,o pentru stator și cele cu indici a simpli și cu asterix, pentru rotor, obținînd:

$$(799)\quad \Psi_A = \Psi_d \cos x + \Psi_q \sin x + \Psi_0 = (L_{1\sigma} + L_{1u})(i_d \cos x + i_q \sin x + i_0) - \frac{1}{2} L_{1u}\left[i_d \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + i_q \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + i_0\right] - \frac{1}{2} L_{1u}\left[i_d \cos\left(x - \frac{4\pi}{3}\right) + i_q \sin\left(x - \frac{4\pi}{3}\right) + i_0\right] + M_{12} \cos x \cdot i_a + M_{12} \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)\left[-\frac{1}{2} i_a - \frac{\sqrt{3}}{2} i_a^*\right] + M_{12} \cos\left(x - \frac{4\pi}{3}\right)\left[-\frac{1}{2} i_a + \frac{\sqrt{3}}{2} i_a^*\right]$$

Tinînd seama de relațiile:

$$(800)\quad \begin{cases} \cos x + \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x - \frac{4\pi}{3}\right) = 0 \\ \sin x + \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x - \frac{4\pi}{3}\right) = 0 \end{cases}$$

și procedînd identic cu relația a doua și a treia din (778), se obțin următoarele relații:

$$(801)\quad \begin{cases} \Psi_d = \left(\frac{3}{2} L_{1u} + L_{1\sigma}\right) i_d + \frac{3}{2} M_{12} i_a \\ \Psi_q = \left(\frac{3}{2} L_{1u} + L_{1\sigma}\right) i_q - \frac{3}{2} M_{12} i_a^* \\ \Psi_0 = L_{1\sigma} i_0 \end{cases}$$

în care apar numai mărimile cu indici noi. Pentru relația a patra din (778), avem asemănător:

$$(802)\quad \Psi_a = M_{12} \cos x \left(i_d \cos x + i_q \sin x + i_0\right) +$$

$$+ M_{12}\cos\left(\varkappa-\frac{2\pi}{3}\right)\left[i_d\cos\left(\varkappa-\frac{2\pi}{3}\right)+i_q\sin\left(\varkappa-\frac{2\pi}{3}\right)+i_0\right]+$$

(802)

$$+ M_{12}\cos\left(\varkappa-\frac{4\pi}{3}\right)\left[i_d\cos\left(\varkappa-\frac{4\pi}{3}\right)+i_q\sin\left(\varkappa-\frac{4\pi}{3}\right)+i_0\right]+$$

$$+(L_{2\sigma}+L_{2u})i_a-\frac{1}{2}L_{2u}\left(-\frac{1}{2}i_a+\frac{\sqrt{3}}{2}i_a^*\right)-\frac{1}{2}L_{2u}\left(-\frac{1}{2}i_a-\frac{\sqrt{3}}{2}i_a^*\right)$$

Procedînd analog şi cu ultimele două relaţii din (778) şi identificînd coeficienţii aceloraşi funcţii trigonometrice de unghiul $\varkappa$, se obţin cu luarea în consideraţie a identităţilor evidente:

(803)

$$\cos^2\varkappa+\cos^2\left(\varkappa-\frac{2\pi}{3}\right)+\cos^2\left(\varkappa-\frac{4\pi}{3}\right)=\frac{3}{2}$$

$$\sin\varkappa\cos\varkappa+\sin\left(\varkappa-\frac{2\pi}{3}\right)\cos\left(\varkappa-\frac{2\pi}{3}\right)+\sin\left(\varkappa-\frac{4\pi}{3}\right)\cos\left(\varkappa-\frac{4\pi}{3}\right)=0$$

următoarele două relaţii:

(804)

$$\begin{cases}\Psi_a=\frac{3}{2}M_{12}i_d+\left(\frac{3}{2}L_{2u}+L_{2\sigma}\right)i_a\\ \Psi_a^*=-\frac{3}{2}M_{12}i_q+\left(\frac{3}{2}L_{2u}+L_{2\sigma}\right)i_a^*\end{cases}$$

Se observă că noile relaţii fluxuri-curenţi (801) şi (804) nu mai conţin coeficienţi (inductanţe) variabile cu unghiul $\varkappa$! In vederea scrierii mai simple a relaţiilor, precum şi pentru interpretarea ulterioară a lor, vom introduce notaţiile:

(805)

$$\begin{cases}\mathcal{L}_1=\frac{3}{2}L_{1u}+L_{1\sigma}\\ \mathcal{L}_2=\frac{3}{2}L_{2u}+L_{2\sigma}\\ \mathcal{M}=\frac{3}{2}M_{12}\end{cases}$$

denumite adesea <u>inductanţe ciclice</u> (proprii şi mutuale).

9.6. Ecuaţiile finale în noile mărimi.

In urma transformării mărimilor iniţiale cu ajutorul formulelor de transformare <u>directe</u> [(792),(797)] şi <u>inverse</u> [(793),(796)], care se aplică <u>tuturor variabilelor</u> (deşi în expresiile amintite ele sînt scrise numai pentru curenţi !), obţinem următorul sistem de e-

cuaţii pentru studiul regimului tranzitoriu al maşinii asincrone (<u>ecuaţiile R.H.Park pentru tensiuni şi fluxuri</u>) :

$$
(806)\quad \begin{cases}
R_1 i_d - u_d = -\dfrac{d\psi_d}{dt} - \dot{\gamma}\,\psi_q \\
R_1 i_q - u_q = -\dfrac{d\psi_q}{dt} + \dot{\gamma}\,\psi_d \\
R_1 i_0 - u_0 = -\dfrac{d\psi_0}{dt} \\
R_2 i_a = -\dfrac{d\psi_a}{dt} \\
R_2 i_a^* = -\dfrac{d\psi_a^*}{dt}
\end{cases}
$$

$$
(807)\quad \begin{cases}
\psi_d = \mathcal{L}_1 i_d + M i_a \\
\psi_q = \mathcal{L}_1 i_q - M i_a^* \\
\psi_0 = L_{1\sigma} i_0 \\
\psi_a = M i_d + \mathcal{L}_2 i_a \\
\psi_a^* = -M i_q + \mathcal{L}_2 i_a^*
\end{cases}
$$

Dacă se cunoaşte variaţia în timp a unghiului γ ,sistemul de ecuaţii format de (806) şi (807) <u>este complet</u>,formînd după înlocuirea lui (807) în (806) cinci ecuaţii diferenţiale cu cinci necunoscute.Dacă se cunosc tensiunile aplicate şi <u>parametrii</u>:

$$R_1, R_2, \mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2, M, L_{1\sigma}, L_{2\sigma}$$

între care există relaţia:

$$(808)\qquad M = \sqrt{(\mathcal{L}_1 - L_{1\sigma})(\mathcal{L}_2 - L_{2\sigma})} = \frac{3}{2}\sqrt{L_{1\sigma}L_{2\sigma}}$$

(deci numai <u>şase</u> parametri sînt independenţi),se pot afla cu ajutorul ecuaţiilor şi al condiţiilor iniţiale cei cinci curenţi.

Dacă în plus se ştie că γ este constnt (deci $\gamma = \omega t + \gamma_0$),sistemul devine în plus <u>liniar</u> (deoarece ω este constant) şi deci uşor de rezolvat prin metodele cunoscute (se preferă metodele operaţionale bazate pe transformate Laplace).

Dacă însă mişcarea rotorului nu este cunoscută,unghiul γ făcînd parte din lista necunoscutelor,mai este necesară o ecuaţie în plus,la care trecem în continuare.

9.7. Cuplul electromagnetic şi ecuaţia de mişcare.

Vom folosi pentru calculul cuplului instantaneu <u>teorema forţelor generalizate în sens Lagrangeean</u> (vol.I pag.23),observînd că între variabila generalizată reală γ_r şi unghiul electric γ definit înainte,avem relaţia:

$$\gamma = p \cdot \gamma_r \tag{809}$$

Cuplul va fi atunci:

$$m_e = + \frac{\partial W_{mg}}{\partial \gamma_r}\Big|_{i=ct} = + p \cdot \frac{\partial W_{mg}}{\partial \gamma}\Big|_{i=ct} \tag{810}$$

în care energia magnetică totală este:

$$W_{mg} = \frac{1}{2} \sum \psi_k i_k = \frac{1}{2} \left(\psi_A i_A + \psi_B i_B + \psi_C i_C + \right.$$
$$\left. + \psi_a i_a + \psi_b i_b + \psi_c i_c \right) \tag{811}$$

Derivarea făcîndu-se în (810) la curenţii reali constanţi,vom avea:

$$m_e = \frac{p}{2} \left[i_A \frac{\partial \psi_A}{\partial \gamma} + i_B \frac{\partial \psi_B}{\partial \gamma} + i_C \frac{\partial \psi_C}{\partial \gamma} + i_a \frac{\partial \psi_a}{\partial \gamma} \right. \tag{812}$$
$$\left. + i_b \cdot \frac{\partial \psi_b}{\partial \gamma} + i_c \cdot \frac{\partial \psi_c}{\partial \gamma} \right]$$

Inlocuind fluxurile reale prin cele transformate,avem:

$$m_e = \frac{p}{2} \left[i_A \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\psi_d \cos\gamma + \psi_q \sin\gamma + \psi_0 \right) + \right. \tag{813}$$

(813)
$$+ i_B \frac{\partial}{\partial \chi}\left[\Psi_d \cos\left(\chi - \frac{2\pi}{3}\right) + \Psi_q \sin\left(\chi - \frac{2\pi}{3}\right) + \Psi_0\right] +$$
$$+ i_C \frac{\partial}{\partial \chi}\left[\Psi_d \cos\left(\chi - \frac{4\pi}{3}\right) + \Psi_q \sin\left(\chi - \frac{4\pi}{3}\right) + \Psi_0\right] +$$
$$+ i_a \frac{\partial \Psi_a}{\partial \chi} + i_b \frac{\partial}{\partial \chi}\left[-\frac{1}{2}\Psi_a + \frac{\sqrt{3}}{2}\Psi_a^*\right] +$$
$$+ i_c \frac{\partial}{\partial \chi}\left[-\frac{1}{2}\Psi_a - \frac{\sqrt{3}}{2}\Psi_a^*\right]$$

Efectuăm derivările și ținem seama de (792) și de expresiile (801) și (804). Se mai ține seama că la curenți reali constanți avem:

(814)
$$\frac{\partial i_d}{\partial \chi} = -i_q \qquad \frac{\partial i_q}{\partial \chi} = +i_d$$

După calcule simple găsim pentru cuplul electromagnetic instantaneu expresia:

(815)
$$m_e = \frac{3p}{2}\left(-\Psi_d i_q + \Psi_q i_d\right)$$

O valoare pozitivă a acestui cuplu corespunde unui cuplu activ, motor, exercitat în sensul măririi valorii lui χ !

In condițiile în care se cere și determinarea funcției $\chi(t)$, ecuația care mai trebuie adăugată sistemului (806),(807) este ecuația de mișcare a rotorului cunoscută din mecanica teoretică (pentru mișcarea unui solid rigid în jurul unei axe fixe):

(816)
$$\sum m_a + m_e = J \cdot \frac{d^2 \chi_r}{dt^2} + \sum m_r$$

In această ecuație $\sum m_a$ și $\sum m_r$ reprezintă rezultantele cuplurilor active și rezistente ce acționează la arborele mașinii, diferite de cuplul electromagnetic. Ținînd seama de (809), rezultă că la sistemul (806),(807) trebuie adăugate și expresiile:

(817)
$$\sum m_a + m_e = \frac{J}{p} \cdot \frac{d^2 \chi}{dt^2} + \sum m_r$$
$$m_e = \frac{3p}{2}\left(-\Psi_d i_q + \Psi_q i_d\right)$$

Se formează astfel un sistem complet de ecuații, în general neli-

niar, deci greu de rezolvat, totuşi mult mai uşor de rezolvat decît sistemul de ecuaţii iniţial, în mărimile fizice reale iniţiale. Acest sistem se foloseşte şi la studiul regimurilor nesimetrice ale maşinii asincrone, deşi de multe ori este mai indicată folosirea metodei componentelor simetrice Stokvis-Fortescue (pentru regim sinusoidal permanent).

Datorită asemănărilor cu problemele de acelaş tip de la maşini sincrone, pentru a nu repeta inutil căi identice de rezolvare, vom trata unele probleme de regimuri tranzitorii şi nesimetrice la acel capitol, unde se integrează mai natural în cadrul teoretic general. Vom arăta totuşi aci, legătura cu regimul permanent sinusoidal, necesară unei interpretări mai simple a unor rezultate.

9.8. Regimul permanent sinusoidal (staţionar).

Să presupunem un motor asincron cu rotor bobinat (fig.285) alimentat în regim permanent sinusoidal simetric trifazat:

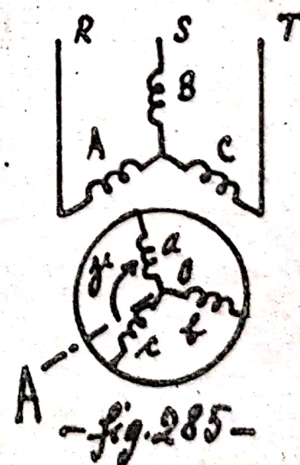
$$(818)\quad \begin{cases} u_A = \sqrt{2}\cdot U \sin \omega_1 t \\ u_B = \sqrt{2}\cdot U \sin\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ u_C = \sqrt{2}\, U \sin\left(\omega_1 t - \frac{4\pi}{3}\right) \end{cases} \qquad (\omega_1 = 2\pi f_1)$$

şi pe baza celor cunoscute, să notăm viteza rotorului constantă prin:

$$(819)\quad \dot{\gamma} = \omega_2' = p\cdot\Omega_2$$

Să mai introducem notaţiile:

$$(820)\quad \begin{cases} \omega_1 = p\Omega_1 \\ s = \dfrac{\omega_1 - \omega_2'}{\omega_1} = \dfrac{\omega_2}{\omega_1} \end{cases}$$



–fig.285–

Aplicînd relaţii de forma celor din (792) găsim:

$$(821)\quad \begin{aligned} u_d &= \sqrt{2}\cdot U \sin(\omega_1 - \omega_2')t \\ u_q &= \sqrt{2}\, U \cos(\omega_1 - \omega_2')t \end{aligned}$$

adică conform (820):

$$(822)\quad \begin{cases} u_d = \sqrt{2}\cdot U \sin \omega_2 t \\ u_q = \sqrt{2}\cdot U \cdot \cos \omega_2 t \end{cases}$$

Observînd că nu avem componente omopolare instantanee (deoarece avem evident $u_A + u_B + u_C = 0$), sistemul de ecuații Park dat de (806) în care se înlocuiesc relațiile (807), devine:

$$(823)\quad \begin{cases} u_d = R_1 i_d + \mathcal{L}_1 \dfrac{di_d}{dt} + M \dfrac{di_a}{dt} + (\omega_1 - \omega_2)(\mathcal{L}_1 i_q - M i_a^*) \\ u_q = R_1 i_q + \mathcal{L}_1 \dfrac{di_q}{dt} - M \dfrac{di_a^*}{dt} - (\omega_1 - \omega_2)(\mathcal{L}_1 i_d + M i_a) \\ 0 = R_2 i_a + \mathcal{L}_2 \dfrac{di_a}{dt} + M \dfrac{di_d}{dt} \\ 0 = R_2 i_a^* + \mathcal{L}_2 \dfrac{di_a^*}{dt} - M \dfrac{di_q}{dt} \end{cases}$$

Deoarece u_d și u_q au în timp pulsația ω_2, conform relațiilor (822), soluțiile sistemului (823) care corespund <u>regimului permanent sinusoidal</u> (deci nu cazului mai general al aplicării bruște a tensiunilor date de (818)) se vor putea determina mai simplu pe baza <u>metodei fazoriale</u>. Trecînd la fazori de timp cu pulsație ω_2 mărimile din (823), se va obține sistemul:

$$(824)\quad \begin{cases} \underline{U}_d = (R_1 + j\omega_2 \mathcal{L}_1)\underline{I}_d + j\omega_2 M \underline{I}_a + (\omega_1 - \omega_2)(\mathcal{L}_1 \underline{I}_q - M \underline{I}_a^*) \\ \underline{U}_q = (R_1 + j\omega_2 \mathcal{L}_1)\underline{I}_q - j\omega_2 M \underline{I}_a^* - (\omega_1 - \omega_2)(\mathcal{L}_1 \underline{I}_d + M \underline{I}_a) \\ 0 = (R_2 + j\omega_2 \mathcal{L}_2)\underline{I}_a + j\omega_2 M \underline{I}_d \\ 0 = (R_2 + j\omega_2 \mathcal{L}_2)\underline{I}_a^* - j\omega_2 M \underline{I}_q \end{cases}$$

Exprimînd curenții rotorici din ultimele două ecuații:

$$(825)\quad \underline{I}_a = -\frac{j\omega_2 M \underline{I}_d}{R_2 + j\omega_2 \mathcal{L}_2} \qquad \underline{I}_a^* = \frac{j\omega_2 M \underline{I}_q}{R_2 + j\omega_2 \mathcal{L}_2}$$

și înlocuindu-i în primele două ecuații, se obține:

$$(826)\begin{cases} \underline{U}_d = \underline{Z}_d \underline{I}_d + \underline{Z}_q \underline{I}_q \\ \underline{U}_q = -\underline{Z}_q \underline{I}_d + \underline{Z}_d \underline{I}_q \end{cases}$$

în care am notat:

$$(827)\begin{cases} \underline{Z}_d = R_1 + j\omega_2 L_1 + \dfrac{\omega_2^2 M^2}{R_2 + j\omega_2 L_2} \\ \underline{Z}_q = (\omega_1 - \omega_2)\left(L_1 - \dfrac{j\omega_2 M^2}{R_2 + j\omega_2 L_2}\right) \end{cases}$$

Observînd că avem din (822) relația $\underline{U}_q = j\underline{U}_d$, găsim soluțiile sistemului (826) sub forma:

$$(828)\begin{cases} \underline{I}_d = \dfrac{\underline{U}_d}{\underline{Z}_d + j\underline{Z}_q} = \dfrac{\underline{U}_d}{\underline{Z}_e} \\ \underline{I}_q = j\cdot \underline{I}_d \end{cases}$$

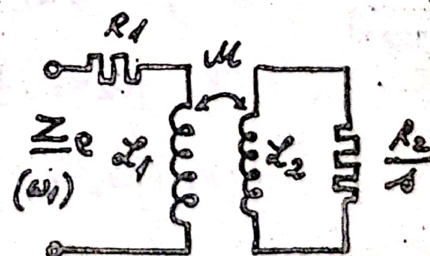
Punînd impedanța $\underline{Z}_e = R_e + j\cdot X_e$ sub forma de parte reală plus parte imaginară și înlocuind $\omega_2 = s\omega_1$ din (820), se obține:

$$(829)\quad \underline{Z}_e = \underbrace{\left[R_1 + \frac{\omega_1^2 M^2}{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + \omega_1^2 L_2^2}\cdot\frac{R_2}{s}\right]}_{R_e} + j\cdot\underbrace{\left[\omega_1 L_1 - \frac{\omega_1^2 M^2}{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + \omega_1^2 L_2^2}\,\omega_1 L_2\right]}_{X_e}$$

ceea ce corespunde schemei echivalente din fig.286.

Avem deci:

$$(830)\quad \underline{I}_d = \frac{\underline{U}_d}{R_e + jX_e}$$



-fig.286-

și dacă notăm:

$$(831)\quad I = \frac{U}{|\underline{Z}_e|}, \qquad tg\,\varphi = \arg \underline{Z}_e = X_e/R_e$$

vom avea expresiile instantanee:

$$(832)\begin{cases} i_d = \sqrt{2}\cdot I \sin(\omega_2 t - \varphi) \\ i_q = \sqrt{2}\cdot I\cdot \cos(\omega_2 t - \varphi) \end{cases}$$

Dacă calculăm acum curenţii reali cu expresiile (793) în care ţinem seama că după (819) şi (820) avem $\gamma = (\omega_1-\omega_2)t$, rezultă:

$$i_A = \sqrt{2}\cdot I\left[\sin(\omega_2 t-\psi)\cos(\omega_1-\omega_2)t + \cos(\omega_2 t-\psi)\cdot \sin(\omega_1-\omega_2)t\right] = \sqrt{2}\cdot I\cdot \sin(\omega_1 t-\psi) \quad (833)$$

Obţinem deci expresiile curenţilor de regim staţionar:

$$(834)\quad \begin{aligned} i_A &= \sqrt{2}\cdot I\cdot \sin(\omega_1 t-\psi) \\ i_B &= \sqrt{2}\cdot I\cdot \sin\left(\omega_1 t-\psi-\frac{2\pi}{3}\right) \\ i_C &= \sqrt{2}\cdot I \sin\left(\omega_1 t-\psi-\frac{4\pi}{3}\right) \end{aligned}$$

în care valoarea efectivă I şi defazajul ψ depind de alunecarea s în modul arătat de relaţiile (829),(830) şi (831).

Lăsînd la o parte calculul cuplului electromagnetic pe baza relaţiei (815) (reprezintă un exerciţiu bun pentru studentul conştiincios), să observăm că schema echivalentă din fig.286 care serveşte la calculul curenţilor statorici (834) conţine impedanţe calculate la pulsaţia mărimilor statorice, iar parametrii care intervin în schemă sînt de trei ori pe doi mai mari ca cei ce corespund unei faze, întocmai ca la transformatorul trifazat (vol.I pag.201..202 relaţiile (407) şi (409)), fapt ce justifică denumirea de inductanţe ciclice date expresiilor (805).

Teoria expusă este o teorie fizică, bazată pe inductanţe proprii şi mutuale, astfel că schema echivalentă din fig.286 trebuie considerată ca atare. Ea este echivalentă cu schema obişnuită din cadrul teoriei tehnice, dacă se neglijează pierderile în fier, căci se vede imediat că schemei din fig.286 îi corespund ecuaţiile unui transformator monofazat din cadrul teoriei fizice (vol.I pag.112, ecuaţiile (166)), avînd parametrii R_1, R_2/s, $\mathcal{L}_1$, $\mathcal{L}_2$ şi $\mathcal{M}$. Ţinînd seama de echivalenţa celor două teorii în cazul neluării în consideraţie a saturaţiei magnetice, se poate trece de la o schemă la alta, regăsind (omitem calculele) schema clasică echivalentă a motorului asincron din fig.140, în care:

$$(835)\quad \begin{cases} X_{1\sigma} = \omega_1 L_{1\sigma} \qquad X'_{2\sigma} = \left(\dfrac{k_{w1}W_1}{k_{w2}W_2}\right)^2(\omega_1 L_{2\sigma}) \\ R_W = \infty \\ X_\mu = \omega_1(\mathcal{L}_1 - L_{1\sigma}) = \dfrac{3}{2}\,\omega_1 L_{1U} \end{cases}$$

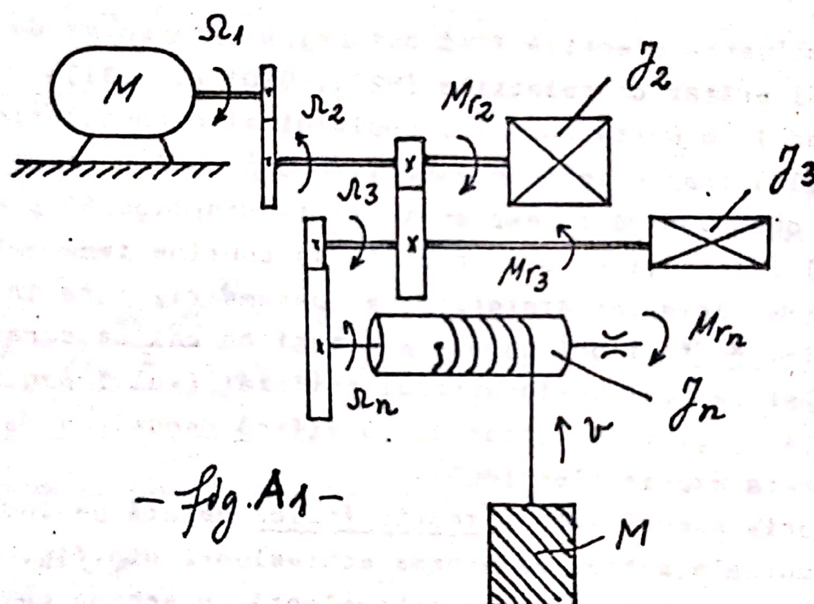
ANEXA Nr. I

Reducerea la arborele motorului, a cuplurilor rezistente şi a momentelor de inerţie.

Ecuaţia fundamentală a dinamicii acţionărilor electrice, în ipoteza unor inerţii constante (J este constant), este:

$$Ma = J \cdot \frac{d\Omega}{dt} + Mr \tag{A.1}$$

Mărimile J şi m_r sînt însă mărimi reduse la arborele motorului, deoarece de cele mai multe ori sarcina motorului nu se aplică direct la axul acestuia, ci prin intermediul unui lanţ cinematic de transmitere şi transformare a mişcării, ca de exemplu cel



– fig. A1 –

din fig. A_1 alăturată. Puterea desvoltată de motor se poate transmite unei singure sarcini (acţionare individuală), sau mai multor sarcini (acţionare multiplă). Există tendinţa clară de folosire numai a acţionărilor individuale (pentru fiecare mişcare, un motor), datorită siguranţei mai mari în funcţionare şi a unei posibilităţi mai bune de control şi automatizare.

(a) Reducerea cuplurilor rezistente.

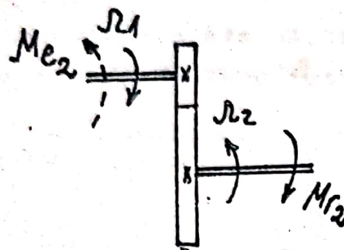
Să presupunem situaţia din fig. A_2, în care treptei de reducere sau amplificare a vitezei de rotaţie i se atribuie un ra-

port de transformare definit prin:

A.2) $$i_{12} = \frac{\Omega_1}{\Omega_2}$$

Cuplul rezistent M_{r2} de pe axul de ieșire cu viteza Ω_2, se poate echivala printr-un cuplu M_{e2} pe axul de intrare cu viteza Ω_1, dacă se ține seama de conservarea puterii mecanice, luînd în considerație și pierderile.

Avem atunci:



-fig. A₂-

A.3) $$M_{r2} \cdot \Omega_2 = \eta_{12} \cdot M_{e2} \cdot \Omega_1$$

în care η_{12} este randamentul treptei de transformare. Rezultă cuplul redus la axul de intrare:

A.4) $$M_{e_2} = \frac{M_{r2}}{i_{12} \cdot \eta_{12}}$$

Această expresie se generalizează imediat pentru cazul acționării individuale prin reductor cu mai multe trepte, conducînd la expresia următoare:

A.5) $$M_{re} = \frac{M_r}{(i_{12} \cdot i_{23} \cdots i_{n-1,n})(\eta_{12} \cdot \eta_{23} \cdots \eta_{n-1,n})} = \frac{M_r}{i \cdot \eta}$$

în care i este raportul de transmisie, iar η este randamentul reductorului.

Dacă avem și alte sarcini, intermediare, ca în fig. A_1, se obține o expresie și mai generală ca A.5) și anume:

A.6) $$M_{re} = \frac{M_2}{i_{12} \cdot \eta_{12}} + \frac{M_3}{i_{12} \cdot i_{23}\, \eta_{12}\eta_{13}} + \cdots + \frac{M_n}{(i_{12} \cdots i_{n-1,n})(\eta_{12} \cdots \eta_{n-1,n})}$$

adică:

A.7) $$M_{re} = \sum_{2}^{n} \frac{M_K}{i_K \cdot \eta_K}$$

în care prin i_k și η_K s-au notat produsele corespunzînd treptelor de la intrare pînă la axul unde acționează cuplul rezistent M_{rk}.

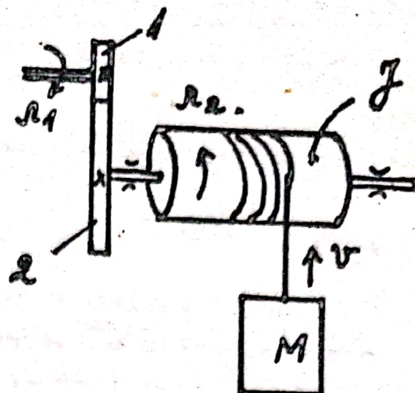
In cazuri în care în locul cuplurilor rezistente avem forțe ca în cazul fig. A_3, avem pentru treapta cea mai apropiată relația:

A.8) $F_{r2} \cdot v_2 = \eta_{12} \cdot Me_2 \Omega_1$

din care rezultă:

A.9) $$Me_2 = \frac{F_{r2} \cdot V_2}{\eta_{12} \cdot \Omega_1}$$

pentru cuplul echivalent.



- fig. A_3 -

(b) Reducerea momentelor de inerție.

La baza reducerii momentelor de inerție stă conservarea energiei cinetice de rotație. Astfel pentru cazul unei singure trepte, ca cel din fig.A_2, avem:

A.10) $$\frac{J_e \Omega_1^2}{2} = \frac{J_2 \Omega_2^2}{2}$$

din care rezultă momentul echivalent pe axul de intrare:

A.11) $$J_e = \frac{J_2}{i_{12}^2}$$

Pentru cazul mai general, ca cel din fig.A_1, rezultă imediat expresia:

A.12) $$J_e = \frac{J_2}{i_{12}^2} + \frac{J_3}{i_{12}^2 \cdot i_{23}^2} + \cdots + \frac{J_n}{i_{12}^2 \cdot i_{23}^2 \cdots i_{n-1,n}^2}$$

In cazuri ca cel din fig.A_3 cînd avem și mase în translație, din conservarea energiei cinetice rezultă:

A.13) $$\frac{J_e \Omega_1^2}{2} = \frac{J_2 \Omega_2^2}{2} + \frac{M v^2}{2}$$

adică momentul de inerție echivalent este:

A.14) $$J_e = J_2 \cdot \frac{1}{i_{12}^2} + M \frac{1}{i_{12}^2} \cdot \left(\frac{v}{\Omega_2}\right)^2 = \frac{1}{i_{12}^2} \overbrace{\left\{J_2 + M\left(\frac{v}{\Omega_2}\right)^2\right\}}^{J_{2ech}}$$

pentru axul de rotație respectiv. Frecările nu joacă nici-un rol în acest caz, deci randamentul treptelor nu trebuie să intervină. Doar la transmisii la care pot să apară variații de viteză din cauza frecării (de ex. cele prin curele) trebuie ținut seama de pierderi prin frecări.

Dacă ţinem seama şi de cuplul rezistent direct,de la axul motorului,precum şi de momentul de inerţie al motorului însuşi şi al altor obiecte de pe primul ax,rezultă că mărimile din prima ecuaţie A.1) sînt date de expresiile:

A.15) $$M_r = M_1 + \frac{M_2}{i_{12}\cdot\eta_{12}} + \cdots + \frac{M_n}{(i_{12}\cdots i_{n-1,n})(\eta_{12}\cdots\eta_{n-1,n})}$$

şi respectiv:

A.16) $$J = J_1 + \frac{J_2}{i_{12}^2} + \cdots + \frac{J_n}{(i_{12}\cdot i_{23}\cdots i_{n-1,n})^2}$$

anumite cupluri şi momente de inerţie putînd fi scrise:

A.17) $$\begin{cases} M_K = \dfrac{F_K\cdot v_K}{\eta_{K-1,K}\,\Omega_{K-1}} \\ J_{Ke} = J_K + M_K\cdot\left(\dfrac{v_K}{\Omega_K}\right)^2 \end{cases}$$

dacă corespund unor mişcări de translaţie.

Centrul de multiplicat–cursuri
I.P.B. Splaiul Independenţei 313

Tiparul executat sub comanda nr. 66
Tiraj exemplare 359